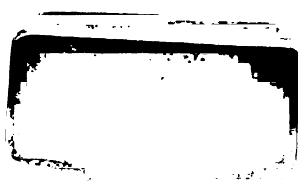
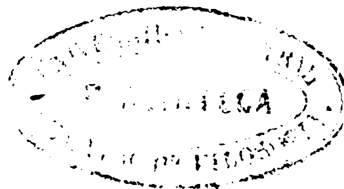






MESURE DE LA TERRE.

Par MONSIEUR PICARD.





MESURE DE LA TERRE.

ARTICLE I.



E n'eſt pas d'aujourd'huy qu'on a tâché de déterminer la grandeur de la Terre. Pluſieurs Auteurs anciens ſe ſont ſignalez par cette recherche; mais la plus memorable entrepriſe qui ait eſté faite pour ce ſujet, eſt celle des Arabes, qui eſt rapportée par leur Geophraphe en ces termes. *Les grands cercles de la Terre ſont diviſez en 360 parties, comme ceux que nous imaginons dans le Ciel. Ptolomée Auteur de l'Almageſte, & pluſieurs autres des anciens ont obſervé quel eſpace contenoit ſur la terre l'une de ces 360 parties ou degrez, & ont trouvé qu'elle contenoit 66 milles & $\frac{2}{3}$. Ceux qui ſont venus aprés eux ont voulu s'en éclaircir par leur propre experience, car s'eſtant aſſemblez par l'ordre d'Almamon dans les plaines de Sanjar, & ayant pris la hauteur du Pole, ils ſe ſeparerent en deux troupes. Les uns s'avancerent vers le Septentrion, & les autres vers le Midy. allant le plus droit qu'il leur fut poſſible, juſqu'à ce que l'une des troupes euſt trouvé le Pole Septentrional plus élevé d'un degré, & que l'autre au contraire l'euſt trouvé abaiſſé d'un degré. Ils*

Abulfeda dans ſes Prolegomenes.

ſe raſſemblerent aprés à leur premiere ſtation, pour confronter leurs obſervations. On trouva que l'une des troupes avoit compté dans ſon chemin 56 milles & $\frac{2}{3}$, au lieu que l'autre n'avoit compté que 56 milles juſtes; mais ils demeurerent d'accord du compte 56 milles $\frac{2}{3}$ pour un degré: ſi bien qu'entre les obſervations des anciens & celles des modernes il y a une difference de 10 milles.

Comme nous ſçavons que Ptolomée avoit eſtably la grandeur du degré de 500 ſtades, pour leſquels les Arabes ont compté 66 milles $\frac{2}{3}$, il s'enſuit que le mille Arabique eſtoit égal à 7 ſtades & $\frac{1}{2}$. Mais il reſte à ſçavoir de quels ſtades Ptolomée ſe ſera ſervi; car ſi c'eſtoient des ſtades Grecs, dont il en falloit huit pour un mille d'Italie ancien, la proportion du mille Arabique à celuy d'Italie ſeroit comme de 15 à 16, & par conſequent les 56 milles $\frac{2}{3}$ trouvez au degré par les Arabes, ne feroient que 53 milles d'Italie anciens & $\frac{1}{8}$. Mais ſi nous ſuppoſons plus favorablement pour les Arabes, & comme il eſt plus vraiſemblable, que les 500 ſtades de Ptolomée eſtoient Alexandrins, plus grands que les ſtades Grecs, ſuivant la proportion communément receuë, de 144 à 125, nous trouverons que le degré par la meſure des Arabes eſtoit de 61 milles d'Italie & un demy, ce qui feroit 47188 Toiſes de Paris, ſuppoſé que le pied Romain ancien, tel que le Pere Riccioli aprés Villalpande l'a voulu eſtablir, ſoit à celuy de Paris comme 667 à 720, bien que le pied Romain dont on voit le modele au Capitole ne ſoit au meſme pied de Paris, que comme environ 653 à 720.

C'eſt une choſe aſſez remarquable, qu'anciennement la meſure de la Terre ſoit allée toûjours en diminuant. Car ſi l'on en croioit Ariſtote, ou plûtoſt les Mathematiciens de ſon temps, auſquels il s'en rapporte, le degré feroit d'environ 1111 ſtades; au lieu qu'Eratoſthenes n'y en compta que 700, Poſſidonius 666, & enfin Ptolomée 500. De maniére que les Arabes auroient ſuivi le meſme exemple, en faiſant le degré plus petit que tous ceux qui les avoient precedez. Mais ſans entrer dans la diſcuſſion, ſi ces opinions ſont auſſi differentes qu'elles paroiſſent, il ſuffit de dire

en

en un mot que nous ignorons les justes grandeurs des mesures anciennes, toutes les mesures que les anciens nous ont laissées ayant esté alterées par le temps.

Entre les Auteurs modernes, Fernel & Snellius ont esté les premiers, qui ne se contentant pas d'une tradition incertaine, nous ont voulu laisser leurs observations particulieres pour la grandeur du degré.

Fernel au commencement de sa Cosmotheorie, dit qu'estant party de Paris, il marcha directement vers le Nord, jusqu'à ce que par les hauteurs Meridiennes du Soleil il eust trouvé la hauteur du Pole plus grande qu'à Paris, d'un degré entier: Mais soit qu'il ait voulu imiter les Arabes, ou pour quelqu'autre consideration, il nous a celé le nom du lieu où il s'estoit arresté, disant seulement que c'estoit à 25 lieuës de Paris, & que pour sçavoir plus précisément cette distance, il monta dans un Coche, compta tous les tours de rouë jusques à Paris; & qu'enfin ayant estimé ce que les inégalitez & les détours des chemins avoient pû apporter d'augmentation, il jugea qu'un degré d'un grand cercle de la Terre contenoit 68096 pas Geometriques, qui selon nostre façon de mesurer valent 56746 Toises 4 pieds de Paris.

Snellius a tenu une methode plus certaine, & semblable à celle qui se verra pratiquée dans la suite; car au lieu de s'en rapporter à l'estime, il a cherché par des voyes Geometriques les distances Meridiennes d'entre les Paralleles d'Alcmar de Leyde, & de Berg-opson; puis conformément aux differences des hauteurs de Pole de ces mesmes lieux, il a conclu que le degré estoit de 28500 perches de Rhein, qui font 55100 Toises de Paris. *Eratosthenes Batavus, libro 2. cap. 9.*

Cette derniere mesure estoit communément suivie comme la plus exacte; mais le Pere Riccioli, par une methode que nous examinerons sur la fin, a depuis encheri par dessus les autres, faisant le degré de 64363 pas de Bologne, ou environ 62900 de nos Toises. *Geographia reformata lib. 5. cap. 33.*

Dans cette diversité d'opinions il estoit à propos de travailler

tout de nouveau à la solution de ce fameux Probleme, non seulement pour l'utilité de la Geographie, en ce qui concerne les differences des Longitudes, mais particuliérement encore pour l'usage de la Navigation; d'autant plus, que jusqu'à present personne ne s'estoit avisé de se prévaloir du grand avantage qu'on pouvoit tirer des Lunettes d'approche pour l'exécution de ce dessein, & que d'ailleurs il est facile d'établir une mesure qui ne puisse changer.

ARTICLE II.

LA Terre & l'Eau ne font ensemble qu'un mesme Globe, qui comprend l'une & l'autre sous le nom de Terre. On ne s'arreste pas icy à en rapporter les preuves; mais cette verité estant supposée pour constante, on demande quelle est la grandeur du Globe de la Terre: & parce qu'il seroit impossible d'en mesurer le tour entier, on est reduit à la mesure d'une partie dont on puisse conclure la grandeur du tout, & l'on se retranche ordinairement à la quantité d'un degré.

Car bien que la rondeur de la Terre soit en soy moins alterée par les inégalitez des montagnes, que celle d'une orange la plus fine par le grain de son écorce; toutefois ces mesmes inégalitez sont si considerables à nostre égard, & si grandes en comparaison des mesures vulgaires, que pour venir à la connoissance d'une distance considerable, quoy que moindre que celle d'un degré, on est obligé d'avoir recours à la Geometrie, en se servant d'une suite de triangles liez ensemble, dont les costez sont comme autant de grandes mesures, qui passant par dessus les inégalitez de la surface de la Terre, donnent enfin la mesure d'une distance, qu'il auroit esté impossible de mesurer autrement.

Pour bien former ces triangles, il estoit necessaire que l'on pointast à des objets éloignez, avec une précision qui fust non seulement telle que l'on pûst s'asseurer de tout l'objet en gros, mais mesme

mesme que l'on déterminast dans l'objet jusqu'à un point certain. On avoit inventé pour cela diverses sortes de pinnules, mais toutes imparfaites, & incapables de donner la justesse que l'on demandoit. C'est pourquoy Snellius *, voulant excuser l'erreur de quelques minutes qui se rencontroit dans ses triangles, a eû raison de s'en prendre aux pinnules, au travers desquelles, comme il dit luy-mesme, un objet gros de plusieurs minutes n'estoit veû que comme un point; & encore avec peine. Mais on s'est avisé depuis quelques années de mettre des Lunettes d'aproche à la place des pinnules anciennes: ce qui a si heureusement réussi, qu'il semble qu'il n'y ait plus rien maintenant à desirer là-dessus, comme on verra dans la suite.

* *Erastosthenes Batavus pag.* 169.

ARTICLE III.

DANS le dessein que l'on s'estoit proposé de travailler à la mesure de la Terre, on a jugé que l'espace contenu entre Sourdon en Picardie, & Malvoisine dans les confins du Gastinois & du Hurepois, seroit tres commode pour l'exécution de cette entreprise: car ces deux termes, qui sont distans l'un de l'autre d'environ trente-deux lieuës, sont situez à peu prés dans un mesme Meridien; & l'on avoit sceû par plusieurs courses faites exprés, qu'ils pouvoient estre liez par des triangles avec le grand chemin de Villejuive à Juvisy, lequel chemin estant pavé en droite ligne, sans aucune inégalité considerable, & d'une longueur telle qu'on verra cy-aprés, est propre pour servir de base fondamentale à toute la mesure qu'on avoit entreprise.

Pour mesurer actuellement la longueur de ce chemin, on choisit quatre bois de piques, de deux Toises chacun; qui se joignant à viz deux-à-deux par le gros bout, faisoient deux mesures de quatre Toises chacune.

L'ordre que l'on garda en mesurant fut, que lors qu'une des mesures avoit esté posée à terre, on y joignoit l'autre bout-à-bout

le

le long d'un grand cordeau, puis on relevoit la premiere, & ainsi de suite. Et pour compter avec plus de facilité, on avoit donné dix fiches à celuy des mesureurs qui s'estoit rencontré la premiere fois à la teste des deux mesures, lequel devoit laisser une fiche à chaque fois qu'il poseroit sa mesure à terre; ainsi chaque fiche valoit huit Toises; & quand les dix fiches avoient esté relevées, on marquoit 80 Toises.

C'est ainsi qu'on a mesuré deux fois la distance depuis le milieu du Moulin de Villejuive, tout le long du grand chemin, jusqu'au Pavillon de Juvisy, laquelle distance a esté trouvée de 5662. Toises 5. pieds en allant, puis de 5663. Toises un pied en revenant; Mais comme l'on n'esperoit pas pouvoir approcher plus prés de la justesse, on a partagé le differend, s'arrestant au compte rond de 5663. Toises, pour la longueur de la ligne ou base fondamentale, sur laquelle nous avons establi tous les calculs cy-aprés: outre que sur la fin de l'ouvrage nous avons verifié le tout par une seconde base de 3902. Toises actuellement mesurée comme la premiere. En quoy nous aurons sans doute beaucoup d'avantage par dessus ceux qui nous ont précedé: car Snellius ayant commencé par une distance mesurée de 326. verges 4. pieds, mesure de Rhein, qui font 630. de nos Toises, s'est ensuite reglé sur une qui n'estoit que de 87. verges de Rhein, ou 168. Toises. Et le Pere Riccioli à fondé toute sa mesure sur une base 1088. pas de Bologne, ou environ 1064. Toises de Paris.

ARTICLE IV.

La Toise dont nous venons de parler, & que nous avions choisie comme la mesure la plus certaine, & la plus usitée en France, est celle du Grand Chastelet de Paris, suivant l'original qui en a esté nouvellement rétably. Elle est de 6. pieds; le pied contient 12. pouces, & le pouce 12. lignes: Mais de peur qu'il n'arrive à nostre Toise, comme à toutes les mesures anciennes, dont

dont il ne reste plus que le nom, nous l'attacherons à un original, lequel estant tiré de la Nature mesme, doit estre invariable & universel.

Pour cét effet, on a déterminé tres-exactement avec deux grandes Horloges à pendule, la longueur d'un pendule simple, dont chaque vibration ou agitation libre estoit d'une seconde de temps conformément au moyen mouvement du Soleil; laquelle longueur s'est trouvée de 36. pouces 8. lignes ½, selon la mesure du Chastelet de Paris.

On sçait communément, que pour faire un pendule simple, on suspend à un filet tres-flexible une petite boule, environ de la pesanteur d'une balle de mousquet; & que la longueur de ce pendule doit estre mesurée depuis le haut du filet jusqu'au centre de la boule, supposé que le diametre n'excede gueres la trente-sixiéme partie de la longueur du filet, autrement il faudroit tenir compte d'une partie proportionnelle, que nous negligeons icy. Il faut aussi prendre garde que les vibrations soient petites, parce qu'au dessus d'une certaine grandeur elles sont entr'elles d'inégale durée.

La boule de nostre pendule estoit de cuivre, d'un pouce de diametre, & faite au tour. Le filet avec lequel les premieres experiences ont esté faites estoit de soye platte; mais parce qu'elle s'allonge sensiblement à la moindre humidité de l'air, on a trouvé qu'il valoit mieux se servir d'un simple brin de Pite, qui est une sorte de filasse qu'on apporte de l'Amerique. Le haut du filet estoit passé dans une pincette quarrée qui le tenoit serré, & le terminoit exactement. Par ce moyen le mouvement du pendule estoit plus libre, & la longueur plus facilement mesurée avec une verge de fer, exactement comprise entre la pincette & la boule.

Les deux Horloges dont on s'est servi, estoient de ces grandes dont le pendule marque les secondes entieres. Elles estoient exactement reglées selon le moyen mouvement du Soleil, & tardoient

de 3'. 56''. ſur chaque retour d'une meſme Eſtoille fixe au Meridien, avec tant de regularité, que quelquefois elles ne ſe trouvoient pas differentes l'une de l'autre de la valeur d'une ſeconde pendant pluſieurs jours. On mettoit en mouvement un pendule ſimple, le faiſant aller & venir du meſme coſté que les pendules de ces Horloges; & l'ayant laiſſé en cét eſtat, on revenoit voir de temps en temps ce qui ſe paſſoit; car pour peu que ce pendule ſimple fuſt ou plus long ou plus court que de 36. pouces 8. lignes $\frac{1}{2}$, on s'appercevoit en moins d'une heure de quelque diſcordance. Il eſt vray que cette longueur ne s'eſt pas toûjours trouvée ſi préciſe, & qu'il a ſemblé qu'elle devoit eſtre reglément un peu accourcie en Hyver, & allongée en eſté; mais c'eſt ſeulement de la dixiéme partie d'une ligne: de ſorte qu'ayant égard en quelque façon à cette variation, on a mieux aimé tenir le milieu, & prendre pour meſure certaine la longueur de 36. pouces 8. lignes & demie.

Si l'on avoit une fois ainſi trouvé la longueur d'un pendule à ſecondes, exprimée ſuivant la meſure uſuelle de chaque païs, on auroit par ce moyen la proportion des meſures differentes auſſi juſtes, que ſi les Originaux avoient eſté confrontez enſemble; & l'on auroit cét avantage, que l'on pourroit ſçavôir à l'avenir le changement qui leur ſeroit arrivé.

Mais outre les meſures particulieres, on pourroit convenir de celles qui ſuivent, leſquelles n'ont beſoin d'aucun autre original que le Ciel.

La longueur d'un pendule à ſecondes de temps moyen, pourroit eſtre appellée du nom de Rayon Aſtronomique, dont le tiers ſeroit le pied univerſel.

Le double du Rayon Aſtronomique ſeroit la Toiſe univerſelle, qui ſeroit à celle de Paris comme 881. à 864.

On pourroit auſſi prendre le quadruple du Rayon Aſtronomique, pour faire la perche univerſelle égale à la longueur d'un pendule à deux ſecondes. Enfin le mille univerſel contiendroit 1000. perches.

Ces

Ces mesures universelles supposent que la difference des lieux ne cause aucune variation sensible aux pendules. Il est vray que l'on a fait à Londres, à Lion & à Boulogne en Italie, quelques experiences, d'où il semble que l'on pourroit conclure que les pendules doivent estre plus courts à mesure que l'on avance vers l'Equateur ; conformément à la conjecture qui avoit esté déja proposée dans l'assemblée, que supposé le mouvement de la Terre, les poids devroient descendre avec moins de force sous l'Equateur que sous les Poles : mais nous ne sommes pas suffisamment informez de la justesse de ces experiences pour en conclure quelque chose ; & d'ailleurs on doit remarquer qu'à la Haye, où la hauteur du Pole est plus grande qu'à Londres, la longueur d'un pendule exactement déterminée par le moyen des Horloges, a esté trouvée la mesme qu'à Paris. C'est pourquoy nous donnons avis à ceux qui voudront faire l'experience du pendule simple, de se servir des grandes Horloges à pendule, parce qu'autrement ils rencontreront difficilement la mesure juste.

S'il se trouvoit par experience que les pendules fussent de differente longueur en differents lieux, la supposition que nous avons faite touchant la mesure universelle tirée des pendules ne pourroit subsister ; mais cela n'empescheroit pas que dans chaque lieu il n'y eust une mesure perpetuelle & invariable.

La longueur de la Toise de Paris, & celle du pendule à secondes, telle que nous l'avons établie, seront soigneusement conservées dans le magnifique Observatoire que Sa Majesté fait bastir pour l'avancement de l'Astronomie.

ARTICLE. V.

Comme l'instrument dont nous nous sommes servis pour mesurer la Terre, a quelque chose de particulier, il est à propos d'en faire la description, avant que de venir au détail des observations.

PLANC. I. Fig 1.

Cét instrument est un quart de cercle de 38. pouces de Rayon. Le corps est de fer, & toutes les piéces sont renforcées en dessous par des arrestes mises sur le champ. Le limbe BC, & les environs du centre A, sont couverts de cuivre. La broche D est attachée perpendiculairement au dos de l'instrument, pour le tenir sur son pied.

EF est une Lunette d'approche, qui tient lieu de pinnules immobiles, estant attachée par un bout à la plaque du centre A, & par l'autre bout à l'une des extrémitez du limbe.

GH est une autre Lunette d'approche portée par une Alidade de fer, qui tourne sur le centre A, & qui peut estre arrestée sur le limbe à l'endroit que l'on veut, suivant les divers angles que l'on doit observer.

Le limbe BC est exactement divisé jusqu'en minutes tres distinctes, par des lignes transversales, de la grandeur à peu prés, & de la forme du modele qui est representé à part.

Un cheveu tendu dans le petit chassis I, ou bien un fil d'argent plus menu qu'un cheveux, sert de ligne de foy à l'Alidade, de maniére que l'on distingue assez facilement jusqu'à un quart de minute, principalement quand on se sert d'une loupe ou verre qui grossit les objets.

Mais ce que nous avons particuliérement à expliquer, c'est la construction des Lunettes EF, GH; & comme elles sont entiérement semblables l'une à l'autre, il suffira d'en décrire une.

SS est un canon de fer blanc, fait de deux piéces emboistées l'une dans l'autre, afin qu'on le puisse oster quand on veut, & le separer des deux pinnules E, F, qui sont fixes.

La pinnule objective E porte en devant, à l'endroit marqué T, un verre objectif de Lunette d'approche, d'une longueur proportionnée à l'instrument; & par le costé V, elle soûtient un des bouts du canon SS.

La pinnule oculaire F est de trois piéces. La premiere FX, qui s'attache au limbe de l'instrument, est un canon d'environ trois

trois pouces de longueur, ſoudé au milieu du chaſſis FF, au devant duquel il y a deux filets ſimples de ſoye plate noire, bien tendus, mis en croix ſur quatre legers traits de burin qui leur ſervent de repaire, & attachez avec un peu de cire fonduë. La ſeconde Z, eſt un petit canon ſoudé comme le premier, au milieu d'une piéce carrée, qui ſe joint par deux viz au chaſſis FF, tant pour ſervir de défenſe aux filets, que pour ſoûtenir le grand canon SS. La troiſiéme Y, eſt un autre petit canon qui s'emboiſte dans le premier X, & qui porte le verre oculaire de la Lunette.

La diſtance fixe entre les deux pinnules E, F, doit eſtre telle, que la face anterieure du chaſſis FF, où les filets de la Lunette ſont attachez, ſe rencontre juſtement au foyer du verre objectif; & cette ſujetion oblige de faire faire ordinairement le verre objectif avant que de commencer l'inſtrument. Le tout aſſemblé fait l'effet d'une Lunette qui renverſe les objets; ce qu'on pourroit corriger, en ſe ſervant de pluſieurs oculaires, mais avec peu d'habitude on s'en paſſe facilement*.

** Toutes les piéces d'une Lunette ſemblable à celle qui eſt icy décrite, ſont encore repreſentées dans la quatriéme Planche.*

Outre l'avantage que les Lunettes d'approche communes donnent, de pouvoir mieux diſcerner les objets éloignez, celle-cy donne encore la facilité de pointer avec toute la préciſion imaginable; car lors que l'on regarde par cette Lunette un objet éloigné, on voit en meſme temps tres-diſtinctement les filets qui ſont dans la Lunette, & auſſi tout ce que ces filets laiſſent de découvert dans l'objet, comme ſi effectivement ils eſtoient appliquez deſſus; & l'œil en ſe remuant n'apperçoit aucune parallaxe entre l'un & l'autre, ſuppoſé que les filets, comme nous avons dit, ſe trouvent placez au foyer du verre objectif, parce que c'eſt en cét endroit où ſe fait cette peinture renverſée, qui vient immediatement à nos yeux, & qui tient lieu d'objet immediat, comme on entendra facilement par la figure ſuivante.

A, B, C, ſont trois points d'un objet, chacun deſquels couvre de rayons le verre objectif DE, de la Lunette FDEG. Tous ces

Pl. II. Fig. 2.

ces rayons ayant passé au travers du verre DE, se vont réünir par ordre en trois autres points opposez a, b, c; sçavoir ceux d'A en *a*, de B en *b*, & de C en *c*; puis ces mesmes rayons se separant de nouveau, vont tomber sur le verre oculaire FG, qui les détourne enfin vers l'œil H. On n'a pas continué jusqu'à l'œil, les rayons du point C, à dessein de faire voir ce qui doit arriver, lors qu'il se rencontre un obstacle en quelque endroit du foyer, comme en c; car il est évident que cét obstacle arrestera tous les rayons du point C, sans qu'il en puisse venir aucun à l'œil, comme si l'on avoit couvert l'objet mesme au point C: mais cét obstacle, tel que pourroit estre un filet de ver à soye, fera son image distincte dans l'œil précisément à l'endroit où l'objet qu'il cache auroit fait la sienne, parce que l'œil est alors disposé pour recevoir les rayons qui sont venus du foyer *a*, *b*, *c*, à travers l'oculaire FG.

On doit ajoûter, que puisque tous les rayons d'un mesme point de l'objet sont réünis dans un autre point au foyer du verre objectif, il arrive icy que nonobstant toute l'ouverture du verre objectif DE, on a la mesme justesse pour pointer, que si la pinnule objective n'estoit qu'un seul petit trou presqu'indivisible, par lequel le point C ne fist passer qu'un rayon, qui fust intercepté par un tres-petit obstacle mis dans la ligne C*c*. Car ce qui oblige de mettre les filets au foyer, est que plus prés ou plus loin ils ne pourroient arrester tous les rayons d'un mesme point, qui ne sont unis qu'au foyer; & l'on s'appercevroit alors de quelque parallaxe, en changeant un peu l'œil de place. Ce qui se doit neanmoins entendre, supposé que l'ouverture du verre objectif soit grande; car quand elle est petite, le lieu des filets ne demande pas une distance du verre objectif si précise, parce qu'assez loin du foyer, devant ou aprés le vray concours, les rayons d'un mesme point ne sont pas sensiblement separez: & c'est aussi en étrecissant l'ouverture du verre objectif qu'on remediera à un inconvenient qui pourroit arriver, que les filets estant bien placez

pour

pour les objets fort éloignez, ne feroient pas de mesme pour ceux qui sont proches.

Il peut rester une difficulté de la part du verre objectif, qui n'estant peut-estre pas bien centré, pourra causer quelque refraction, & détourner de la ligne droite le principal rayon Cc. Mais nonobstant tous les défauts de ce verre, il n'y a rien à craindre à l'égard des angles de position ou des distances apparentes que l'on veut observer, pourveu que quand les deux Lunettes sont pointées à un mesme objet éloigné, la ligne de foy de la regle mobile tombe justement sur le commencement du premier degré; & c'est une épreuve par laquelle il faut toûjours commencer, lors que l'on veut prendre des angles. Nous donnerons au neuviéme Article les moyens de remedier aux defauts & aux refractions des verres à l'égard des hauteurs.

Les Figures 2, 3 & 4. representent les piéces qui servent à mettre le quart de cercle sur son pied. La piéce LM mobile sur le pié K, suffit pour mettre cét instrument à plomb lors que l'on veut observer les hauteurs; mais pour le mettre horizontalement, il faut ajoûter à LM la seconde piéce OP, de la maniére qui est representée dans la quatriéme figure; & alors on pourra donner au quart de cercle telle position qu'on voudra, comme avec un genou. Pl. I.

Voilà l'entiére description de l'instrument qui a donné les angles de position, avec tant de justesse, que sur le tour de l'Horizon pris en cinq ou six angles, on n'a jamais trouvé qu'environ une minute de plus ou de moins qu'il ne falloit, & que souvent aussi l'on a approché du compte juste, à cinq secondes prés: de sorte qu'il n'estoit pas necessaire de porter un plus grand instrument, dont il auroit esté d'ailleurs impossible de se servir en plusieurs rencontres.

ARTI-

ARTICLE VI.

LA diſtance que l'on s'eſtoit propoſé de meſurer, depuis Malvoiſine juſqu'à Sourdon, s'eſt trouvée comme partagée en trois lignes ; ſçavoir de Malvoiſine à Mareüil, de Mareüil à Clermont, & de Clermont à Sourdon. Ces diſtances particuliéres ont eſté connuës par le moyen de treize triangles repreſentez dans la premiere figure de la ſeconde Planche, il y en a meſme deux qui ne demandent aucune obſervation patticuliére : de ſorte que l'on pourroit ne compter qu'onze principaux triangles ; les autres qui ſont repreſentez dans la ſeconde figure de la meſme Planche, ayant principalement ſervi de verification. Voicy la liſte des ſtations & des endroits précis auſquels on a pointé pour former les triangles.

PL. V. A. Eſt le milieu du Moulin de Villejuive.

B. Le plus proche coin du Pavillon de Juviſy.

C. La pointe du Clocher de Brie-Comte-Robert.

D. Le milieu de la Tour de Monthlehery.

E. Le haut du Pavillon de Malvoiſine.

F. Une piéce de bois dreſſée exprés au haut des ruïnes de la Tour de Monjay, & groſſie de paille.

G. Le milieu du Tertre de Mareüil, où l'on a eſté obligé de faire des feux pour le marquer.

H. Le milieu du gros Pavillon en ovalle du Chaſteau de Dammartin.

I. Le Clocher de S. Samſon de Clermont.

K. Le Moulin de Jonquiéres, proche Compiégne.

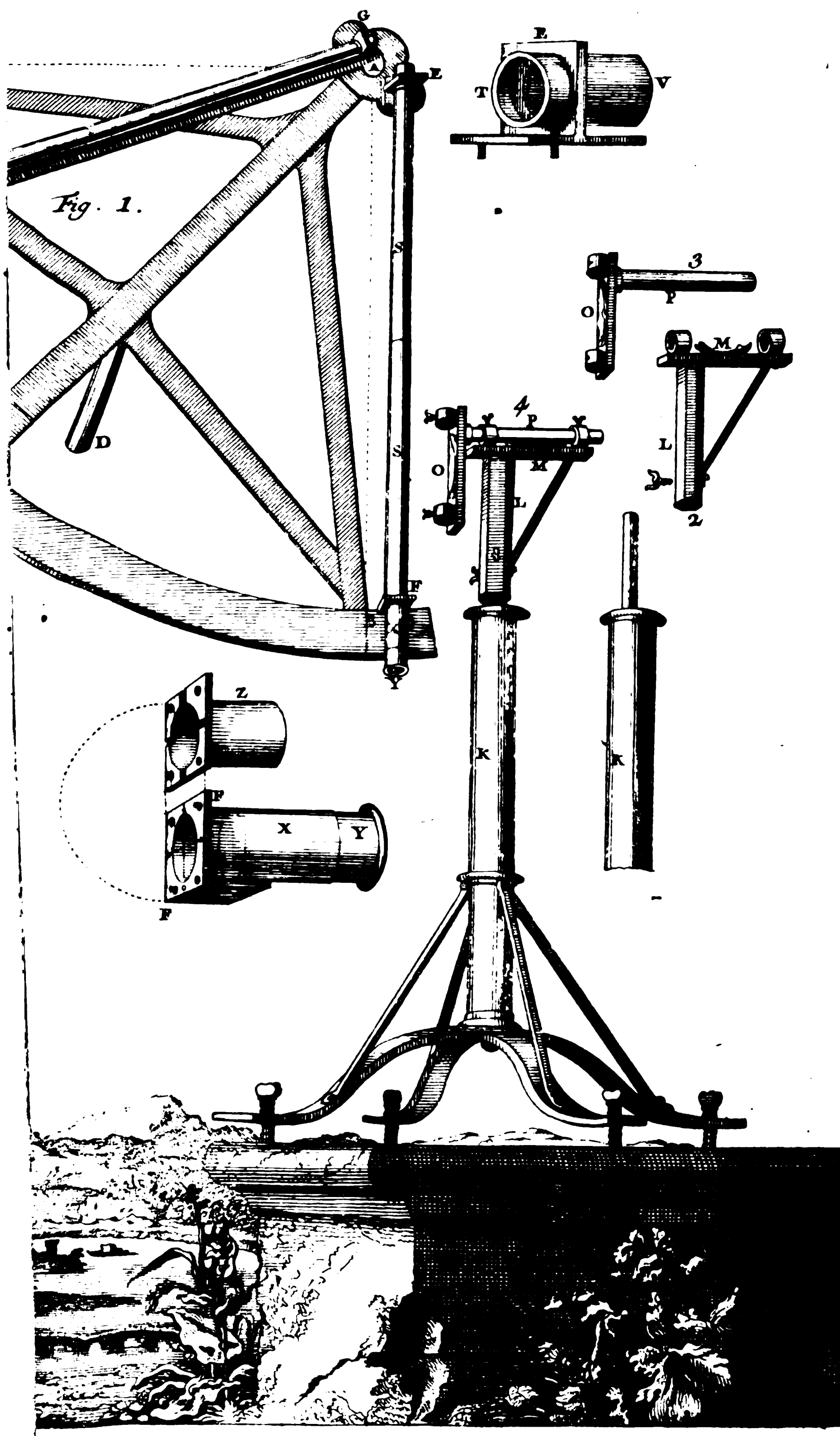
L. Le Clocher de Coyvrel.

M. Un petit arbre ſur la montagne de Boulogne, proche Montdidier.

N. Le Clocher de Sourdon.

O. Un petit arbre fourchu ſur la butte du Griffon, proche Villeneuve S. Georges.

P. Le


PL. I.
Fig. 1.
G
A
E
S
S
D
F
T
V
3
P
O
M
L
2
4
P
O
M
L
Z
F
X
Y
F
K
K
Picard.

ARTICLE VI.

LA distance que l'on s'estoit proposé de mesurer, depuis Malvoisine jusqu'à Sourdon, s'est trouvée comme partagée en trois lignes ; sçavoir de Malvoisine à Mareüil, de Mareüil à Clermont, & de Clermont à Sourdon. Ces distances particuliéres ont esté connuës par le moyen de treize triangles representez dans la premiere figure de la seconde Planche, il y en a mesme deux qui ne demandent aucune observation patticuliére : de sorte que l'on pourroit ne compter qu'onze principaux triangles ; les autres qui sont representez dans la seconde figure de la mesme Planche, ayant principalement servi de verification. Voicy la liste des stations & des endroits précis ausquels on a pointé pour former les triangles.

Pl. V. A. Est le milieu du Moulin de Villejuive.

B. Le plus proche coin du Pavillon de Juvisy.

C. La pointe du Clocher de Brie-Comte-Robert.

D. Le milieu de la Tour de Monthlehery.

E. Le haut du Pavillon de Malvoisine.

F. Une piéce de bois dressée exprés au haut des ruïnes de la Tour de Monjay, & grossie de paille.

G. Le milieu du Tertre de Mareüil, où l'on a esté obligé de faire des feux pour le marquer.

H. Le milieu du gros Pavillon en ovalle du Chasteau de Dammartin.

I. Le Clocher de S. Samson de Clermont.

K. Le Moulin de Jonquiéres, proche Compiégne.

L. Le Clocher de Coyvrel.

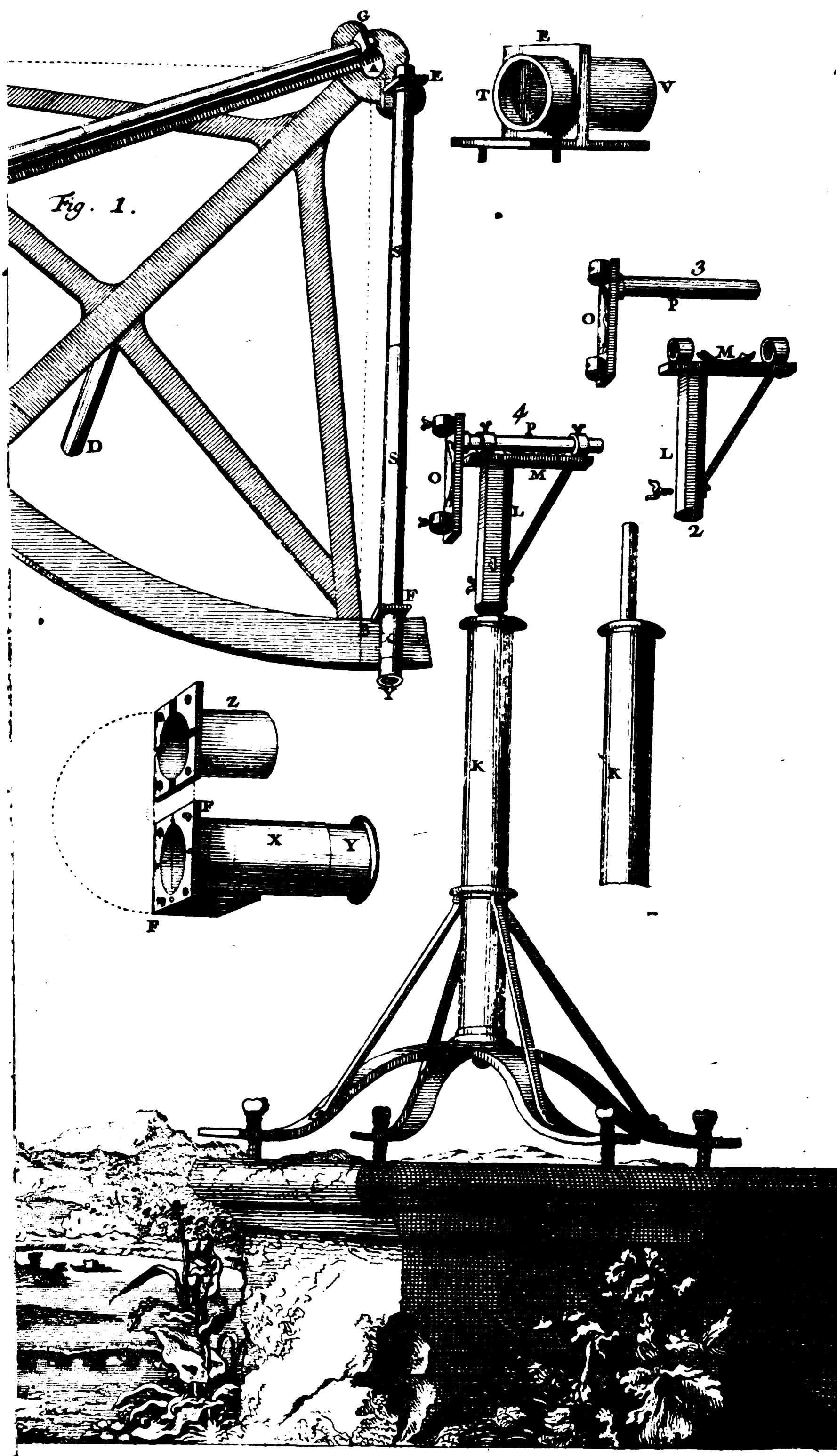
M. Un petit arbre sur la montagne de Boulogne, proche Montdidier.

N. Le Clocher de Sourdon.

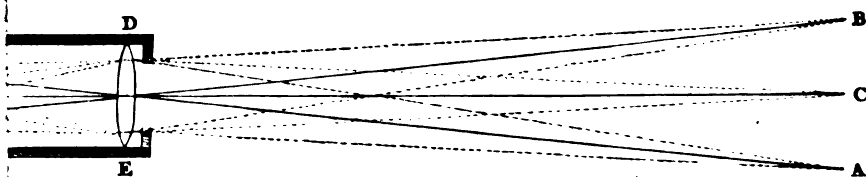
O. Un petit arbre fourchu sur la butte du Griffon, proche Villeneuve S. Georges.

P. Le

PL. I.



PL. II.



2.
A
B
D C

P. Le Clocher de Montmartre.

Q. Le Clocher de S. Christophe, proche Senlis.

AB. Est la premiere base actuellement mesurée de 5663. Toises de Paris.

XY. Est une seconde base de 3902. Toises actuellement mesurée comme la premiére.

On peut juger qu'il n'a pas esté possible de placer un grand quart de cercle sur les pointes des Clochers, & des autres lieux semblables que nous avions choisis pour former exactement les triangles; mais afin de pouvoir remedier à cela, nous avons toûjours eû soin d'observer la grosseur apparente des objets ausquels nous pointions. Par exemple, en pointant à une Tour, on ne s'est pas contenté de l'avoir prise par le milieu, mais on a encore observé combien sa grosseur emportoit de minutes & de secondes; ce qui a donné lieu ensuite de se placer à quel endroit on vouloit de cette mesme Tour, au cas que le milieu fust embarassé ou inaccessible.

Il est vray qu'avec toutes les précautions que l'on a pû prendre, & aprés estre mesme retourné deux & trois fois à une mesme station, il a esté quelquefois impossible d'éviter l'erreur de quelques secondes sur la somme des trois angles d'un mesme triangle; auquel cas on n'a point fait de difficulté de corriger le triangle, sans craindre qu'il ne s'ensuivist aucune erreur considerable, parce que tous les angles estoient grands, & qu'il y en avoit toûjours quelqu'un dont on n'estoit pas si asseuré que des autres, & sur lequel la faute devoit estre rejettée. On marquera les principales corrections qui ont esté faites.

Dans la liste des triangles on a gardé cette regle, de ne donner aucun angle qui n'eust esté observé avec le quart de cercle cy-dessus representé, & d'obmettre ceux qu'on a esté obligé de conclure, quoy qu'en effet il n'y eust pas grande difference à faire entre les uns & les autres, à cause de la grande précision avec laquelle on pointoit, & du grand soin qu'on prenoit de ne se pas

tromper à la valeur des angles obſervez, en reïterant pluſieurs fois l'obſervation d'un meſme angle, & la faiſant faire par pluſieurs Obſervateurs qui gardoient leurs memoires à part: outre que dans les premieres courſes qui avoient eſté faites pour la découverte des ſtations propres, tous les angles généralement avoient eſté obſervez; & quoy que c'euſt eſté avec de moindres inſtrumens qui ne donnoient les minutes que de ſix en ſix, ils n'ont pas laiſſé d'approcher de la juſteſſe autant qu'il eſtoit neceſſaire, pour faire voir qu'on ne s'eſtoit pas trompé aux concluſions.

I. TRIANGLE ABC.

Pour connoiſtre le coſté AC.

CAB. 54°. 4'. 35".
ABC. 95. 6. 55.
ACB. 30. 48. 30.
AB. 5663 Toiſes de meſure actuelle.
Donc AC. 11012 Toiſes 5 pieds.
Et BC. 8954 Toiſes.

II. TRIANGLE ADC.

Pour DC. & AD.

DAC. 77°. 25'. 50".
ADC. 55. 0. 10.
ACD. 47. 34. 0.
AC. 11012 Toiſes 5 pieds.
Donc DC. 13121 Toiſes 3 pieds.
Et AD. 9922 Toiſes 2. pieds.

III. TRIANGLE DEC.

Pour DE. & CE.

DEC. 74°. 9'. 30".
DCE. 40. 34. 0.
CDE. 65. 16. 30.
DC. 13121 Toiſes 3 pieds.

Donc

Donc DE. 8870 Toiſes 3 pieds.
Et CE. 12389 Toiſes 3 pieds.

IV. TRIANGLE DCF.

Pour DF.
DCF. 113°. 47′. 40″.
DFC. 33. 40. 0.
FDC. 32. 32. 20.
DC. 13121 Toiſes 3 pieds.
Donc DF. 21658 Toiſes.

Notez que dans ce quatriéme triangle, l'angle DFC. a eſté augmenté de 10″. qui manquoient à la ſomme de trois angles.

V. TRIANGLE DFG.

Pour DG. & FG.
DFG. 92°. 5. 20.
DGF. 57. 34. 0.
GDF. 30. 20. 40.
DF. 21658 Toiſes.
Donc DG. 25643 Toiſes.
Et FG. 12963 Toiſes 3 pieds.

Enſuite de ces cinq triangles, il a eſté facile de conclure la diſtance GE entre Malvoiſine & Mareüil, ſans ſuppoſer aucune nouvelle obſervation.

VI. TRIANGLE GDE.

Pour GE.
GDE. 128°. 9′. 30″.
DG. 25643 Toiſes.
DE. 8870 Toiſes 3 pieds.
Donc GE. 31897 Toiſes.

Par le calcul du meſme triangle on trouvera les angles, DGE de 12°. 38′. & DEG de 39°. 12′. 30″. tels que d'ailleurs ils ont eſté trouvez par obſervation : ce qui doit ſervir de preuve

pour GE. Et l'on doit confiderer que comme ce triangle n'eſt qu'une ſuite des précedens, qu'il a deux coſtez connus, & tous les angles bien établis, la petiteſſe de l'angle DGE ne peut empeſcher la certitude de la concluſion pour GE; outre que cy-aprés la meſme diſtance GE ſera verifiée par d'autres triangles.

Ce fut principalement au ſujet des angles DGE, & DEG, que pluſieurs fois on fit faire des feux à Mareüil, à Montlehery, & à Malvoiſine. Un feu large de trois pieds fait à Mareüil, & veû Malvoiſine paroiſſoit à la veuë ſimple environ comme un Eſtoille de la troiſiéme grandeur. Noſtre deſſein n'eſt pas de tirer icy aucune conjecture à l'égard des Eſtoiles fixes, mais ſeulement de faire la remarque ſuivante. Que ſi l'on conſidere la diſtance de 31897 Toiſes, ce feu qui avoit trois pieds de largeur devoit eſtre veû ſous un angle de 3″. 14‴. & neanmoins quand on le regardoit avec les Lunettes du quart de cercle, dont les verres objectifs eſtoient excellens, il ne pouvoit eſtre caché qu'à moitié par l'un des filets de ver à ſoye qui eſtoient placez au foyer de la Lunette. Or la groſſeur de ce filet qui fut meſurée enſuite avec un Microſcope, eſtoit la treize-centiéme partie d'un pouce, il s'enſuit donc que dans une Lunette de 36 pouces, elle occupoit un eſpace d'environ quatre ſecondes; de ſorte que le feu qu'elle ne cachoit qu'à moitié auroit valu huit ſecondes, quoy qu'il ne dûſt en effet paroiſtre que de trois ſecondes.

On peut conclure de cette experience, que meſme avec les Lunettes d'approche, les objets lumineux paroiſſent plus grands qu'ils ne devroient. Il ſeroit bon de faire l'experience avec de grandes Lunettes, ce qu'on a reſervé à une autre fois.

Nous avons dit cy-deſſus que la diſtance EN ſe trouvoit partagée en trois lignes. La premiere, ſçavoir GE, vient d'eſtre calculée; mais avant que de paſſer à la ſeconde, il eſt à propos de verifier par pluſieurs autres triangles tout ce que nous avons établi juſques icy.

A U-

AUTREMEMT POUR AD.

Au triangle AOB.
AOB. 62°. 22'. 0".
ABO. 75. 8. 20.
BAO. 42. 29. 40.
AB. 5663 Toises.
Donc AO. 6178 Toises 2 pieds.
Mais au triangle AOD.
AOD. 76°. 50. 0".
ADO. 37. 19. 20.
DAO. 65. 50. 40.
AO. 6178 Toises 2 pieds.
Donc AD. 9922 Toises 2 pieds.
Et DO. 9298 Toises.

AUTREMENT POUR DE.

Au triangle DOE.
DOE. 47°. 0'. 0".
DEO. 50. 2. 50.
EDO. 82. 57. 10.
DO. 9298 Toises.
Donc DE. 8870 Toises 5 pieds, au lieu de 8870 Toises 3 pieds.

AUTREMENT POUR CE.

Au triangle ACE.
ACE. 88. 8. 0.
AEC. 42. 27. 30.
EAC. 49. 24. 30.
AC. 11012 Toises 5 pieds.
Donc CE. 12388 Toises 2 pieds, pour 12389 Toises 3 pieds.

ENCORE AUTREMENT POUR CE.

Au triangle BCE.
BCE. 57. 19. 30.
BEC. 44. 55. 45.
EBC. 77. 44. 45.
BC. 8954 Toises.
Donc CE. 12390 Toises.
L'angle EBC. a esté diminué de 10″.

ENCORE AUTREMENT POUR CE.

Au triangle PDC.
PDC. 65°. 31′. 0″.
PCD. 62. 2. 40.
DC. 13121 Toises 3 pieds
Donc PC. 15064 Toises 3 pieds.
ET DP. 14621 Toises 3 pieds.
Mais au triangle PCE.
PCE. 102°. 36′. 40″.
PEC. 43. 9. 30.
PC. 15064 Toises 3 pieds.
Donc CE. 12389 Toises, au lieu de 12389. Toises 3. pieds.

AUTREMENT POUR DF.

Au triangle ACF.
ACF. 66°. 13′. 40″.
AFC. 50. 33. 20.
FAC. 63. 13. 0.
AC. 11012 Toises 5 pieds.
Donc AF. 13051 Toises.
Mais au triangle FAD.
FAD. 140°. 38′. 50″.

AF.

AF. 13051 Toises.
AD. 9922 Toises 2 pieds.
Donc DF. 21657. Toises 3 pieds pour 21658.
Toises.

AUTREMENT POUR FG.

Au triangle GAF.
GAF. 52°. 8'. 50".
GFA. 75. 12. 10.
FGA. 52. 39. 0.
AF. 13051 Toises.
Donc FG. 12963 Toises pour 12963 Toises
3 pieds.

La somme des deux angles AFC, GFA, excede de 10". celle des deux CFD, DFG, ce que l'on a negligé, parce qu'une erreur si peu considérable ne meritoit pas que l'on s'exposast encore une fois au danger qu'il y a de monter au haut de la Tour de Monjay, qui est à moitié ruinée.

AUTREMENT POUR GE.

Au triangle GDC.
GDC. 62°. 53'. 0".
DG. 25643 Toises.
DC. 13121 Toises 3 pieds.
Donc GCD. 86°. 24'. 25".
Et GC. 22869 Toises 3 pieds.
Mais au triangle GCE.
Ayant mis ensemble GCD & DCE.
GCE. 126°. 58'. 25".
GC. 22869 Toises 3 pieds.
CE. 12389 Toises 3 pieds.

Donc

Donc GE. 31893. Toises 3 pieds, au lieu de 31897 Toises.

Mais partageant le differend, nous ferons GE. de 31895. Toises.

VII. TRIANGLE FGH.

Pour GH.

FGH. 39°. 51'. 0".

FHG. 91. 46. 30.

HFG. 48. 22. 30.

FG. 12963 Toises 3 pieds.

Donc GH. 9695 Toises.

Dans ce triangle on a diminué l'angle GFH de 10".

VIII. TRIANGLE GHI.

Pour GI. & IH.

GHI. 55°. 58'. 0".

GIH. 27. 14. 0.

IGH. 96. 48. 0.

GH. 9695. Toises.

Donc GI. 17557. Toises.

Et HI. 21037. Toises

AUTREMENT POUR GI.

Au triangle QFG.

QFG. 36°. 50'. 0".

QGF. 104. 48. 30.

GF. 12963 Toises 3 pieds.

Donc QG. 12523. Toises.

Mais au triangle QGI.

QGI. 31°. 50'. 30".

QIG. 43. 39. 30.

QG.

QG. 12523 Toises.
Donc GI. 17562 Toises.
Et QI. 9570 Toises.

Par le triangle GHI, on avoit trouvé GI de 17557 Toises seulement, mais pour la raison que nous dirons cy-aprés, on a suivi ce dernier calcul, faisant GI de 17562 Toises, & par consequent HI de 21043 Toises.

IX. TRIANGLE HIK.

Pour IK.
HIK. 65°. 46'. 0".
HKI. 80. 59. 40.
KHI. 33. 14. 20.
HI. 21043 Toises.
Donc IK. 11678 Toises.

La somme de ces trois angles estoit trop grande de 20", dont on a diminué l'angle HKI; sur quoy il faut remarquer que le point H. pris pour le milieu du gros Pavillon en ovale du Chasteau de Dammartin, est difficile à déterminer, lors qu'on le regarde de la station K, & qu'il a pû arriver que, dans une distance de 19436 Toises, le costé Oriental de ce Pavillon ait paru grossi de quelques autres objets voisins, ce qui aura fait observer l'angle HKI plus grand qu'il n'estoit

AUTREMENT POUR IK.

Au triangle QIK.
QIK. 49°. 20'. 30".
QKI. 53. 6. 40.
QI. 9570 Toises.
Donc IK. 11683 Toises.

Aprés ce qui a esté dit du point H, il y a lieu de s'en tenir plûtost à ce dernier calcul, qu'à celuy du triangle HIK, d'autant plus que nous estions assûrez d'avoir pointé tres-exactement

au Clocher de S. Christophe, qui estoit veû de tous costez comme une aiguille tres-fine.

Nous n'avons pû placer le quart de cercle dans ce Clocher ny dans celuy de Coyvrel, pour y observer les angles, que nous avons esté obligez de conclure; mais nous avons pris tant de soin à bien observer tous les autres angles, & l'instrument donnoit alors le tour de l'horizon si justement, qu'il ne doit rester aucun doute là-dessus.

X. TRIANGLE IKL.

Pour KL. & IL.

LIK. 58°. 31'. 50".
IKL. 58. 31. 0.
IK. 11683 Toises.
Donc KL. 11188 Toises 2 pieds.
Et IL. 11186 Toises 4 pieds.

XI. TRIANGLE KLM.

Pour LM.

LKM. 28°. 52'. 30".
KML. 63. 31. 0.
KL. 11188 Toises 2 pieds.
Donc LM. 6036 Toises 2 pieds.

XII. TRIANGLE LMN.

Pour LN.

LMN. 60°. 38'. 0".
MNL. 29. 28. 20.
LM. 6036 Toises 2 pieds.
Donc LN. 10691 Toises.

XIII.

AUTREMEMT POUR ILN.

Pour N I.

La somme des angles I L K, K L M, M L N, estant ostée de 360°, il restera I L N. 119°. 32′ 40″.

Mais L N. 10691 Toises.

Et I L. 11186 Toises 4 pieds.

Donc I N. 18905 Toises.

C'est ainsi que sur le fondement de la premiére base A B, qui avoit esté actuellement mesurée, nous avons conclu la grandeur des trois lignes E G, G I, I N, depuis Malvoisine jusques à Sourdon.

Mais parce que les quatre derniers triangles n'estoient accompagnez d'aucune verification, & que nous desirions avoir un nouvel éclaircissement sur le VIII, & sur le IX triangle, nous jugeâmes qu'il estoit necessaire d'en venir à la mesure actuelle d'une nouvelle base.

La ligne de distance L M, entre Coyvrel & la Montagne de Boulogne, se trouva la plus propre pour servir à cette derniére verification, non pas que cette ligne peust estre actuellement mesurée, mais parce qu'elle passe au travers d'une grande plaine où l'on eût la commodité de prendre la base transversale X Y, depuis le Moulin de Mery jusques aupres du Valon de S. Martin à Pas proche Montdidier, laquelle base actuellement mesurée avec les mesmes bois de piques qui avoient servi à la premiére, & qu'on avoit verifiez tout de nouveau, fut trouvée de 3902 Toises. Voicy le calcul qui fut fait ensuite.

AUTREMENT POUR XYL.

X Y L. 50°. 37′. 40″.

Y X L. 54. 10. 45.

X Y. 3902 Toises de mesure actuelle.

Donc Y L. 3273 Toises 2 pieds.

Mais au triangle XYM.
XYM. 56°. 46'. 15".
YXM. 65. 20. 45.
XY. 3902 Toises.
Donc MY. 4187 Toises.
Enfin au triangle MYL.
MYL. 107°. 23'. 55".
YL. 3273 Toises 2 pieds.
YM. 4187 Toises.
Donc ML. 6037 Toises, au lieu de 6036 Toises 2 pieds.
Donc à proportion IN. 18907 Toises.
Et GI. 17564 Toises.

Mais la ligne EG doit estre laissée, parce qu'elle a esté verifiée en trop de maniéres.

Le peu de difference qu'il y avoit entre la distance que nous avions concluë sur la premiére base, & celle que nous trouvâmes par la derniére, fit voir que nous avions eû raison de tenir pour suspects les triangles qui aboutissent au point H, & que ceux du point Q eussent mieux merité de passer pour principaux: mais nous n'avons rien voulu changer à l'ordre que nous avions tenu.

ARTICLE VII.

BIEN que nostre premier dessein eust esté de terminer toutes nos mesures à Sourdon, nous nous trouvâmes neantmoins comme engagez de continuer jusques à Amiens, où nous avions resolu d'aller prendre la hauteur du Pole pour verifier le calcul de Fernel. Nous eussions bien voulu avoir assez de temps pour chercher dans les plaines de Santerre quelque point propre pour finir cette mesure par deux grands triangles, mais la saison estoit déja trop avancée de sorte que nous fûmes obligez de nous contenter de ce qui se rencontroit aux environs de Sourdon, où il falloit sejourner

pour

pour prendre la hauteur du Pole. Pl. IV. Fig. 3.

R. Est le Clocher de S. Pierre de Montdidier.

T. Un arbre sur la Montagne de Moreüil.

V. Le Clocher de Nostre-Dame d'Amiens.

Au triangle LMR.
LMR. 58°. 21'. 50".
MRL. 68. 52. 30.
LM. 6037 Toises.
Donc LR. 5510 Toises 3 pieds.
Au triangle NRL.
NRL. 115°. 1'. 30".
RNL. 27. 50. 30.
LR. 5510 Toises 3 pieds.
Donc NR. 7122 Toises 2 pieds.
Au triangle NRT.
NTR. 72°. 25'. 40".
TNR. 67. 21. 40.
NR. 7122 Toises 2 pieds.
Donc NT. 4822 Toises 4 pieds.
Enfin au triangle NTV.
NTV. 83°. 58'. 40".
TNV. 70. 34. 30.
NT. 4822 Toises 4 pieds.
Donc NV. 11161 Toises 4 pieds.

L'on a crû devoir ajoûter à tous ces calculs la juste position des Tours de Nostre-Dame de Paris, & de l'Observatoire.

S. Est une Guerite au dessus du degré de la Tour Meridionale de Nostre-Dame de Paris. Pl. IV. Fig. 1. 2.

Z. Est le milieu de la face Meridionale du bastiment de l'Observatoire.

Au triangle DOS.
DOS. 88°. 16'. 40".

DSO.	46.	35.	0.
SDO.	45.	8.	20.
DO.	9298 Toises.		
Donc DS.	12795 Toises.		
Et OS.	9073 Toises.		

Au triangle DOZ.

DOZ.	82°.	5'.	10''.
DZO.	51.	34.	0.
ZDO.	46.	20.	50.
DO.	9298	Toises.	
Donc DZ.	11757	Toises.	
Et OZ.	8588	Toises 3 pieds.	

ARTICLE VIII.

Aprés avoir mesuré les distances particuliéres entre Malvoisine, Mareüil, & Sourdon, & mesme y avoir ajoûté celle d'Amiens, il falloit examiner la position de chacune de ces lignes à l'égard de la Meridienne.

Pour cét effet, au mois de Septembre de l'année 1669, nous allâmes sur le Tertre de Mareüil, à l'endroit marqué G, d'où l'on voyoit Malvoisine d'un costé, & Clermont de l'autre, & nous mîmes le quart de cercle garny de ses deux Lunettes, à plomb sur son pied, en sorte que la Lunette EF demeuroit toûjours dans le niveau, pendant que le plan de l'instrument estoit tourné verticalement, & que la Lunette de l'Alidade GH estoit pointée vers l'Estoille Polaire, On suivit ainsi cette Estoille jusques à sa plus grande digression, où elle demeuroit une espace de temps assez sensible, sans sortir du filet vertical de la Lunette avec laquelle on l'observoit; & alors on laissa l'instrument fixe dans sa position le reste de la nuit, jusqu'à ce que le jour estant venu, on peust découvrir l'endroit du bord de l'Horizon auquel la Lunette EF se trouvoit pointée, & déterminer par ce moyen le

Pl. I.

le vertical de la plus grande digression de l'Estoille Polaire : car on sçavoit par experience, que quand le quart de cercle estoit dressé à plomb, les deux Lunettes demeuroient toûjours pointées dans un mesme vertical.

Par cette observation que l'on réïtera plusieurs fois, on s'assûra d'un point éloigné, qui marquoit le vertical de la plus grande digression Orientale de l'Estoille Polaire, lequel vertical faisoit avec la ligne GI un angle de 4°. 55'. vers l'Orient: Or le complément de la déclinaison de l'Estoille Polaire estoit alors de 2°. 28', & la hauteur du Pole au Tertre de Mareüil, ainsi qu'elle fut ensuite trouvée, est de 49°. 5'; & par consequent la digression de l'Estoille Polaire estoit de 3°. 46': Il restoit donc encore un degré neuf minutes, dont la ligne GI décline du Nord vers l'Occident. Et parce que d'ailleurs les lignes GI, GE, font un angle de 178°. 25'. vers l'Occident, lequel angle augmenté de la déclinaison de la ligne GI, ne fait que 179°. 34'; il s'ensuit que GE décline de 26'. du Midy vers le Couchant.

L'année suivante, au mois d'Octobre, on choisit à Sourdon dans la ligne NV un endroit en pleine campagne, d'où l'on découvroit le Clocher de Nostre-Dame d'Amiens; & de la maniére que nous venons d'expliquer, on observa plusieurs fois que cette ligne NV décline de 18°. 55'. du Nord vers l'Occident, d'où il fut facile de conclure que NI. décline de 2°. 9'. 10". du Midy vers l'Orient.

Ces derniéres observations furent faites en un temps auquel l'Estoille Polaire se trouve dans sa plus grande digression, un peu aprés le coucher du Soleil, & l'on eut alors la commodité de pouvoir achever l'observation tout d'un temps, sans estre obligé de laisser l'instrument dans sa position; car c'est encore un des avantages des Lunettes d'approche, que par leur moyen on peut découvrir les Estoilles de la seconde grandeur dans la plus grande clarté du Crépuscule, & que celles de la premiére grandeur

deur peuvent estre observées en plein Soleil ; ce qui sera d'un grand secours dans l'Astronomie. Nous en avons fait plusieurs belles observations qui seront données au Public.

Pl. IV. Fig. 3. Si l'on suppose maintenant que la ligne Meridienne de Sourdon soit prolongée vers le Nord, jusqu'à ce qu'elle rencontre le Parallele d'Amiens au point β, pour faire le triangle rectangle N β V ; l'angle de déclinaison V N β, estant de 18°. 55'. & l'hypothenuse N V. ayant esté trouvée de 11161 Toises 4 pieds, il s'ensuit que la distance Meridienne N β. entre les Paralleles de Sourdon & d'Amiens est de 10559 Toises 3 pieds, & que l'arc du Parallele V β, compris entre Amiens & la Meridienne de Sourdon, est de 3617 Toises 4 pieds.

Pl. IV. Fig. 1. Semblablement, si l'on suppose que la mesme ligne Meridienne de Sourdon soit prolongée vers le Midy, jusqu'à ce qu'elle rencontre le Parallele de Malvoisine au point α, & que cette Meridienne soit partagée en trois parties par les perpendiculaires G δ, I γ. qui representent les Paralleles de Mareüil & de Clermont ; que de plus on ait tiré les lignes Meridiennes particuliéres de ces mesmes lieux, sçavoir G ε. de Mareüil à Malvoisine, & I θ. de Clermont à Mareüil.

Au triangle N γ I. rectangle en γ.
N I. 18907 Toises.
γ N I. 2°. 9'. 10".
Donc N γ. 18893 Toises 3 pieds.
Et γ I. 710 Toises.

Au triangle G I θ. rectangle en θ.
I G. 17564 Toises.
G I θ. 1°. 9'.
Donc I θ. ou γ δ. 17560 Toises 3 pieds.
Et G θ. 352 Toises.

Au

Au triangle $GE\varepsilon$. rectangle en ε.
GE. 31895 Toises.
$EG\varepsilon$. 0°. 26′.
Donc $G\varepsilon$. ou $\delta\alpha$. 31894 Toises.
Et $E\varepsilon$. 241 Toises 3 pieds.

Les trois lignes $N\gamma$, $I\theta$, $G\varepsilon$, font ensemble la distance totale entre les Paralleles de Sourdon & de Malvoisine, de 68347 Toises 3 pieds; à laquelle distance ajoûtant celle d'entre les Paralleles de Sourdon & d'Amiens, qui a esté trouvée de 10559 Toises 3 pieds, on aura la distance entre Malvoisine & le Parallele d'Amiens de 78907 Toises. Et bien qu'en effet les quatre lignes dont cette distance totale est composée soient comme les costez d'un Polygone qu'on auroit voulu décrire à l'entour de la Terre, & que dans la rigueur de Geometrie il soit vray que le contour d'un tel Polygone seroit plus grand que la circonference de la Terre, il y a neantmoins si peu de difference en cette rencontre, qu'il seroit inutile d'y avoir égard, puisque l'excés sur chaque degré ne monteroit pas à la valeur de 3. pieds: de sorte qu'on peut considerer toutes ces lignes particuliéres, dont la distance totale $N\alpha$. est composée, comme insensiblement differentes de la courbure d'un Meridien.

Au reste, comme nous avons donné cy-dessus la position des Tours de Nostre-Dame de Paris & de l'Observatoire, il nous sera facile d'établir aussi les distances de ces mesmes lieux, à l'égard des Paralleles de Malvoisine & d'Amiens.

Car premiérement si de GD, qui est de 25643. Toises, on oste DS cy-dessus trouvée de 12795. Toises, il restera 12848. Toises pour GS, qui est la distance entre Mareüil & les Tours de Nostre-Dame. Cette ligne GS. fait avec GE. un angle de 12°. 34′. 30″. vers le Couchant, & par consequent elle décline aussi vers le Couchant de 13°. 0′. 30″: Donc ayant tiré $S\eta$, qui

soit perpendiculaire à la Meridienne de Mareüil, & qui represente un arc du Parallele des Tours Nostre-Dame, on aura

Au triangle G η S. rectangle en η.
SG. 12848 Toises.
ηGS. 13°. 0'. 30".
Donc Gη. 12518 Toises.
Et Sη. 2892 Toises.

Pl. II. Donc si de Gε, qui est de 31894, on oste Gη. 12518. Toises, il restera ηε. de 19376. Toises pour la distance entre les Paralleles de Nostre-Dame, & de Malvoisine; ce qui se peut encore verifier par le calcul suivant.

Au triangle SDE.
SDE. 128°. 5'. 30".
SD. 12795 Toises.
DE. 8871 Toises.
Donc ES. 19556 Toises.
Et DES. 30°. 59'. 30".
Mais DEG. 39. 12. 30.
Donc SEG. 8. 13. 0.

Mais EG. décline de 26'. du Nord vers l'Orient, donc ES. décline de 7°. 47'. du Nord vers le Couchant; & parce que la longueur de cette mesme ligne ES. est de 19556. Toises, il s'ensuit que la distance entre les Paralleles de Nostre-Dame & de Malvoisine est de 19376, comme par le premier calcul.

Enfin au triangle ZDE.
ZDE. 129°. 18'.
ZD. 11757 Toises.
DE. 8871 Toises.

Donc

Donc EZ. 18685 Toises.
Et DEZ. 29°. 8'. 30".
Mais DES. 30. 59. 20.
Donc SEZ. 1. 50. 50.

Ce dernier angle SEZ. estant ajoûté à la déclinaison de la ligne ES, qui a esté cy-dessus trouvée de 7°. 47'. fera la déclinaison de EZ, de 9°. 38'. Mais la longueur de cette mesme ligne EZ est de 18685. Toises: Donc par reduction, la distance entre les Paralleles de Malvoisine & de l'Observatoire sera de 18421 Toises, & enfin celle d'entre les Paralleles de Nostre-Dame & de l'Observatoire sera de 955 Toises 3 pieds.

Bien que dans toutes les observations que nous avons faites pour déterminer la position de diverses lignes à l'égard de la Meridienne, nous ne nous soyons point servis de la Boussole, cela n'a pas empesché qu'en plusieurs lieux nous n'ayons observé la déclinaison de l'Aymant, principalement à Malvoisine & à Sourdon. L'aiguille de la Boussole que nous avions portée est longue de cinq pouces, & sa déclinaison dans ces deux lieux, vers la fin de l'Esté de l'année 1670. nous a paru de 1°. 30'. du Nord vers le Couchant, à peu prés comme nous l'avions observée à Paris avec la mesme Boussole peu de temps auparavant: Au lieu qu'à Paris la mesme aiguille n'avoit en l'année 1666. aucune déclinaison sensible, & qu'en 1664. elle déclinoit de 40'. vers l'Orient; le changement ayant esté d'environ 20'. par chaque année.

ARTICLE IX.

Pour conclure enfin la grandeur d'un degré, & déterminer par consequent celle de la Terre; il restoit encore à sçavoir combien les distances Meridiennes que nous avions mesurées avec la Toise de Paris valoient de minutes & de secondes, les considerant comme parties d'un grand cercle qui seroit décrit à l'entour de la Terre.

C'est en cette occasion qu'on est obligé de chercher dans le Ciel la mesure de la Terre: car il faut necessairement avoir recours à la difference des latitudes de deux lieux établis sous un mesme Meridien, & par ce moyen venir à la connoissance de l'arc du Ciel compris entre les deux Zenits de ces mesmes lieux; lequel arc est semblable à celuy que l'on cherche sur terre.

Mais avant que de passer aux observations celestes, il est à propos de faire voir de quelle maniére on a pû verifier les instrumens avec lesquels elles ont esté faites; ce qui est icy d'autant plus necessaire, que les Lunettes d'approche dont nous nous servons, pourroient avoir quelque defaut caché, qui ne peut estre connû que par une épreuve particuliére.

Pl. II. La seconde Figure de la troisiéme Planche represente un Quart-de-cercle dressé sur son pied à la maniére ordinaire, comme pour prendre les hauteurs, & pointé à quelque objet éloigné vers les bords de l'Horizon: mais dans la troisieme Figure ce mesme Quart-de-cercle est renversé, tourné de droit à gauche, & pointé au mesme objet qu'auparavant; de maniére que le plomb qui dans la premiére position estoit suspendu au centre A, & battoit sur le limbe en D, est maintenant attaché au limbe en E, & bat précisément sur le centre A. On a mesme placé l'instrument en un lieu plus élevé, afin qu'aprés le renversement la Lunette se trouvast à peu prés dans la mesmes ligne qu'auparavant; quoy qu'en effet ce soit assez qu'elle demeure dans une ligne Parallele à la premiére, comme il arriveroit toûjours si la distance de l'objet

jet estoit si grande, que le changement causé par le renversement ne fust pas considérable, ou du moins si l'on pointoit successivement à deux objets, dont l'un fust autant au dessous de l'autre, que la Lunette auroit esté abbaissée.

Supposé donc qu'avant le renversement on ait marqué sur le limbe du Quart-de-cercle le point D, où le plomb battoit; & qu'aprés le renversement on ait aussi marqué le point E, où le plomb aura esté attaché; le point C. pris au milieu de l'intervalle DE, déterminera le commencement de la division du Quart-de-cercle: & si aprés que l'instrument sera remis en son premier estat, le plomb vient à battre sur le point C, la Lunette sera necessairement pointée dans le niveau; de maniére que si par hazard elle y avoit esté d'abord pointée, on n'auroit trouvé qu'un mesme point devant & aprés le renversement.

La raison de cette pratique est facile à comprendre. Car sans se mettre en peine de ce qui se passe dans la Lunette, si l'on suppose que la ligne droite A B, qui passe par le centre A, tende vers l'objet auquel la Lunette est pointée; les deux angles que le filet du plomb fera avec cette ligne AB, l'un en dessous, & l'autre en dessus, seront ou droits ou égaux à deux droits. Ils seront droits, quand on aura pointé au niveau; mais si l'on a pointé plus haut ou plus bas, la moitié de la difference des deux angles ostée du plus grand angle, ou ajoûtée au plus petit, restituëra le niveau.

Cette pratique est tres-utile, non seulement pour placer les degrez sur le limbe d'un instrument, suivant l'effet de la Lunette, quel qu'il puisse estre, mais encore pour verifier de temps en temps si la Lunette s'accorde avec la division que nous supposons bonne & bien centrée. Mais afin que cette verification se puisse faire plus facilement, il faut que les degrez soient continuez de C. vers E. jusqu'au bout du limbe, qui pour cét effet doit estre plus grand qu'il ne faudroit pour 90. degrez.

On pourra verifier un Sextans à peu prés de la mesme maniére:

qu'un Quart-de-cercle, comme on verra facilement en considerant que si avant que de renverser l'instrument on suspendoit du milieu de la ligne AB, un plomb qui tombast sur le point de 60 degrez à compter de B vers D, & qu'ensuite l'instrument estant renversé, le mesme plomb suspendu du point de 60°, tombast sur le milieu de la ligne AB; dans l'une & dans l'autre de ces positions la ligne AB seroit dans le niveau, & par consequent la Lunette auroit deû demeurer pointée à un mesme objet éloigné qui auroit marqué le niveau: mais au contraire, si la Lunette s'estoit trouvée pointée à deux objets, dont l'un fust au dessus de l'autre, le milieu d'entre les deux seroit le niveau. Or l'angle de difference entre le niveau & l'un ou l'autre de ces objets, ou bien la moitié de l'angle de distance apparente entre les deux objets, sera ensuite facilement mesuré avec une grande Lunette; de la maniére que l'on mesure les diametres des Planettes; & par ce moyen on connoistra l'erreur de l'instrument, laquelle augmentera les hauteurs, si avant le renversement, & dans la position ordinaire, l'instrument à esté pointé à celuy des objets qui estoit le plus bas; & au contraire, elle diminuëra les hauteurs, si l'instrument s'est trouvé premiérement pointé à celuy qui estoit le plus haut.

Les deux Figures representent un instrument, qui contenant moins de degrez qu'un Sextans, ne peut estre verifié au niveau, mais seulement au Zenit. Cét instrument est pointé en deux maniéres differentes à une mesme Estoille proche du Zenit: Car dans la premiere Figure le plomb tombe en D sur les degrez du limbe; & dans la seconde, comme l'instrument a esté contre-tourné, le mesme plomb tombe en dehors, s'approchant de la Lunette en E. Or il est facile de voir, que si l'on tire la ligne AB du centre A, par le milieu d'entre les points D, E, marquez par les deux positions du plomb, elle déterminera l'endroit du limbe où doit commencer le premier degré à compter du Zenit, parce que quand la Lunette sera pointée au Zenit, le filet du plomb conviendra necessairement avec la ligne AB.

Pl. III.

Cette

Cette seconde maniére de verification est genérale pour toutes sortes d'instrumens; mais elle est difficile, & ne se peut pas toûjours pratiquer, parce qu'elle demande une Estoille qui soit si proche du Zenit, que lors que l'instrument est contre-tourné, & qu'il est pointé à cette Estoille, le plomb puisse tomber entre le point B & la Lunette.

Tous les instrumens qui servent à prendre les hauteurs, & qui ont une Alidade que l'on puisse oster quand on veut, sont aisez à verifier. Il faut placer l'instrument dans le plan du meridien, le rendant entiérement immobile, comme s'il estoit appliqué contre un mur, en sorte neantmoins que le plomb battant vers le milieu du limbe laisse de part & d'autre autant de degrez qu'il en faudra pour les Observations que l'on devra faire. On choisira deux Estoilles fixes, dont l'une doive passer au deçà, & l'autre au delà du Zenit, & dont la difference ou la somme des déclinaisons ne surpasse pas le nombre des degrez qui sont marquez sur l'instrument. Cela supposé, on observera ces deux Estoilles avec la Lunette de d'Alidade, à mesure qu'elles passeront au Meridien, l'une vers le Nord, & l'autre vers le Midy; & alors, pourveu que l'instrument soit demeuré immobile, la difference entre les deux Observations donnera exactement l'arc du Meridien entre les Paralleles des deux Estoilles, indépendamment de tout ce qui pourroit arriver de la part de la Lunette de l'Alidade. Cette préparation estant faite, on ostera l'Alidade, pour mettre un plomb en sa place; & l'on observera avec la Lunette qui est attachée à l'instrument, la distance apparente entre le Zenit & chacune de ces Estoilles prises dans le Meridien: si l'instrument baisse, la somme des deux distances trouvées par cette derniére maniére sera trop grande; & au contraire s'il hausse, elle sera trop petite en comparaison de la distance totale que l'on avoit trouvée par le moyen de l'Alidade; de sorte que la moitié de la difference sera l'erreur de l'instrument.

On peut faire une seconde verification, en observant une seule Estoil-

Eſtoille, dont la diſtance du Zenit n'excede pas le nombre des degrez de l'inſtrument que l'on veut verifier; mais au lieu que dans la précedente maniére il n'eſtoit pas neceſſaire d'avoir comparé la Lunette de l'inſtrument avec celle de l'Alidade, il faut icy qu'elles ſoient bien ajuſtées enſemble à un meſme objet éloigné. Cela eſtant ſuppoſé, on obſervera premiérement avec le plomb & avec la Lunette attachée à l'inſtrument, la diſtance Meridienne entre le Zenit & l'Eſtoille propoſée, enſuite on arreſtera cét inſtrument dans le plan du Meridien, comme dans la maniére précedente, mais en ſorte qu'il ſoit contre-tourné, & que ſi l'Eſtoille eſt vers le Midy, il ſoit tourné comme pour obſerver vers le Nord; & l'on remarquera tres-exactement le degré & la minute du limbe où le plomb battra. Aprés cela le plomb eſtant oſté, on appliquera l'Alidade, avec laquelle on obſervera la diſtance Meridienne entre le Zenit & l'Eſtoille, comptant pour cét effet les degrez & les minutes qui ſe trouveront entre la ligne de foy de l'Alidade & l'endroit du limbe où le plomb battoit auparavant. La premiére diſtance qui aura eſté trouvée, eſtant comparée avec cette derniére, ſera plus petite ſi l'inſtrument hauſſe; & au contraire, elle ſera plus grande s'il baiſſe; de maniére que la moitié de la difference ſera l'erreur de l'inſtrument.

Lors qu'on a reconnû l'erreur d'un inſtrument, & que l'on eſt aſſûré qu'elle ne vient que de la Lunette, le plus court ſeroit de la laiſſer, & d'y avoir égard dans les Obſervations; mais ſi on la veut corriger, cela ſe pourra faire, ou en déplaçant les filets de la Lunette, ou en faiſant tourner le verre objectif ſur ſon centre, autant que l'on reconnoiſtra par l'experience qu'il ſera neceſſaire pour ajuſter la Lunette aux degrez de l'inſtrument. Une Alidade garnie de ſa Lunette pourra beaucoup aider à faire cette correction. Pour cét effet, on pointera à un meſme objet éloigné tant la Lunette de l'Alidade que celle de l'inſtrument; enſuite ſi l'erreur eſt, par exemple, d'une minute en hauſſant, on écartera l'Alidade d'une minute; ou au contraire on l'approchera d'autant, ſi

ſi l'erreur eſt en baiſſant; & l'ayant arreſtée dans cette poſition, l'on fera en ſorte, en remuant l'inſtrument tout entier, que la Lunette de cette Alidade ſe retrouve pointée au meſme objet qu'auparavant; aprés quoy, il faudra faire tourner ſur ſon centre le verre objectif de la Lunette qui eſt attaché à l'inſtrument, juſqu'à ce qu'elle ſe retrouve pointée à ce meſme objet; & par ce moyen on ſera aſſûré qu'une ligne droite qui ſeroit tirée de l'objet par le centre de l'inſtrument, viendroit à rencontrer le point B, que nous ſuppoſons avoir eſté eſtably pour le commencement de la diviſion.

Mais pour éviter autant qu'il eſt poſſible les refractions de la Lunette, il faut faire en ſorte que le verre objectif ſoit bien centré; ce qui ſe reconnoiſtra en luy faiſant reflechir les rayons du Soleil: car s'il eſt bien centré, le petit foyer qu'il fait par reflexion à certaine diſtance, ſe rencontrera juſtement au milieu d'un plus grand rond de lumiére; ou bien l'on obſervera ſi les deux images que ce verre reflechit d'un meſme objet, viennent à s'unir au milieu de ſa ſurface.

Aprés cette préparation, il ſeroit à propos d'enfermer ſeparément le verre objectif dans une boëte de cuivre percée par les deux fonds, & parfaitement arrondie au tour, dans laquelle neantmoins il auroit un peu de jeu: de ſorte qu'on le pûſt pouſſer de coſté ou d'autre par trois viz à teſte perduë, qui le tiendroient arreſté; & cette boëte eſtant tres-juſtement enchaſſée dans la pinnule objective, on la feroit tourner ſur ſon centre, pendant que tout le corps de la Lunette demeureroit immobile, & l'on obſerveroit ſi en faiſant ainſi tourner le verre objectif, la Lunette demeureroit toûjours pointée au meſme objet; autrement il faudroit faire avancer le verre de coſté ou d'autre.

Nous avons crû qu'il eſtoit neceſſaire de donner toutes ces differentes maniéres de verification, afin qu'il ne reſtaſt aucun doute ſur la grande juſteſſe que l'on doit attendre des Lunettes d'approche qui ſervent de pinnules.

ARTICLE X.

Si la mesure de la Terre demande des observations justes & précises, c'est principalement pour ce qui concerne les differences des latitudes, parce que l'erreur d'une minute seule monte à 951 Toises, qui se trouvent multipliées sur le tout autant de fois que la distance mesurée est contenuë dans toute la circonference de la Terre.

Pl. III. Fig. 1. 2. Pour approcher autant qu'il est possible de la justesse requise, on fit faire le grand instrument représenté dans la troisiéme Planche. Il est de fer, garni de piéces sur le champ, comme le Quart-de-cercle, & couvert de cuivre aux endroit necessaires. Le limbe, qui ne contient qu'environ la vingtiéme partie d'une circonference de cercle de dix pieds de rayon, est divisé par des lignes transversales jusqu'en tiers de minutes tres-distinctement.

Une Lunette longue de 10 pieds servoit de pinnules à cét instrument. Et parce que dans l'obscurité de la nuit on ne peut voir les filets qui sont dans la Lunette, on les éclairoit par le bout d'enhaut de la Lunette, ou par un trou fait à costé.

Le plomb ou perpendicule estoit enfermé dans un canon de fer blanc, qui le mettoit entiérement à couvert du vent; outre que l'on a toûjours observé dans un lieu clos, dont le toit estoit percé exprés.

Pour déterminer avec cét instrument les differences des latitudes de Malvoisine, de Sourdon, & d'Amiens, on choisit l'Estoille appellée *le genou de Cassiopée*, qui venoit au Meridien à 9 ou 10 degrez de distance du Zenit vers le Nord, environ 28'. 46". de temps aprés l'Estoille Polaire. Une Estoille plus proche du Zenit auroit esté plus difficile à bien observer; & si d'ailleurs elle avoit esté enfermée entre deux Zenits, l'erreur de l'instrument, qui n'auroit peut-estre pas esté entiérement découverte, auroit esté doublée dans la distance apparente des deux Zenits, parce qu'alors il auroit fallu prendre la somme de deux obser-

observations; au lieu que quand une Estoille est toûjours observée vers un mesme costé du Ciel, il n'y a en ce cas que la difference des observations à prendre, laquelle ne peut manquer d'estre juste, pourveû que l'instrument soit bien centré & bien divisé, quoy que les pinnules fussent fausses.

Le genou de Cassiopée augmente annuellement sa déclinaison d'environ 20". Nous eussions bien voulu pouvoir choisir une Estoille qui fust moins changeante, comme eust esté la luisante de la *Lyre*, ou quelqu'une du *Cygne*; mais il estoit à craindre qu'avant que nous eussions pû achever nos observations, le Soleil ne se fust trop approché de ces Estoilles.

Nous commencions ordinairement les observations du Ciel par celles de la hauteur du Pole avec le Quart-de-cercle; & tous les soirs, environ deux ou trois heures avant que le genou de Cassiopée fust au Meridien, on prenoit avec le mesme Quart-de-cercle une hauteur de cette Estoille, marquant l'instant de l'observation par le moyen d'une Horloge à pendule qui donnoit jusqu'aux demies-secondes, & qui estoit reglée selon le mouvement journalier des Estoilles fixes. On trouvoit ensuite par le calcul à quelle heure & à quel instant de la mesme Horloge le genou de Cassiopée devoit estre au Meridien; & de cette maniére, en deux ou trois soirs, on pointoit exactement le grand instrument dans le plan du Meridien vers l'endroit où cette Estoille devoit passer, & puis on l'arrestoit dans cette position, parce qu'il est difficile de reüssir autrement, en observant ces sortes de hauteurs qui passent tres-viste.

DISTANCES MERIDIENNES VERS LE NORD, observées entre le Zenit & le genou de Cassiopée.

En Septembre 1670.	A Malvoisine *, dans un lieu plus Meridional de 18 Toises, que le Pavillon.	9°. 59'. 5".

* *Grosse Ferme dépendante de Villeroy, situé sur u-*

En

ue émi-nence dans la Paroisse de Chanqueil.

En Septembre & Oct.	A Sourdon, dans la maison Presbyterale, plus Septentrionale que l'Eglise, de 65 Toises.	8. 47. 8.
En Octobre.	A Amiens, dans la maison du Roy, plus Meridionale que l'Eglise, de 75 Toises.	8. 36. 10.

Chacune de ces observations a esté tirée d'un grand nombre d'autres dont on a pris le milieu, & dont l'entiére variation n'excédoit pas 5". On ne s'étonnera pas que l'on ait pû venir à cette precision, si l'on considere que ce n'a pas esté sans beaucoup de précautions; que d'ailleurs avec une Lunette de 10 pieds on ne doit pas manquer de 2" à pointer exactement à une Estoile fixe; & qu'enfin sur l'instrument dont on se servoit, la troisiéme partie d'une minute estoit du moins aussi grande & aussi distincte, qu'une minute du Quart-de-cercle cy-dessus representé: de maniére que si sur ce Quart-de-cercle on pouvoit déterminer assez exactement un quart de minute, & mesme juger à peu prés de 10"; on pouvoit icy faire la mesme chose d'environ trois secondes.

DIFFERENCES DE LATITUDE.

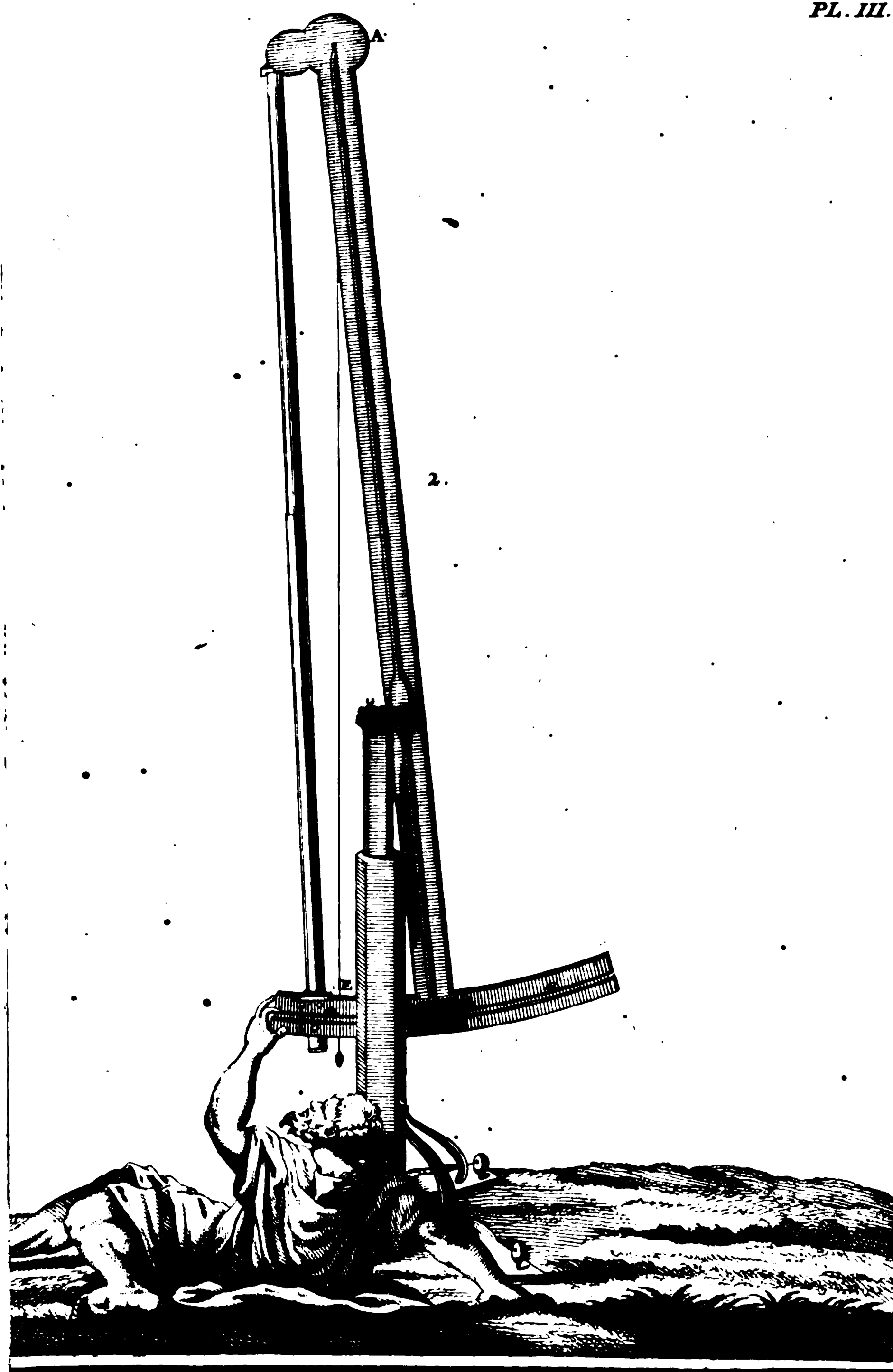
De Malvoisine à Sourdon, 1°. 11'. 57".
De Malvoisine à Amiens. 1°. 22'. 55".

Le temps qui s'est écoulé entre les observations, demanderoit que l'on ostast 1" à la premiére des differences, & qu'à proportion la derniére fust diminuée de 1" ½; mais pour éviter une précision trop affectée, on a negligé cette correction.

ARTICLE XI.

Pl. II.

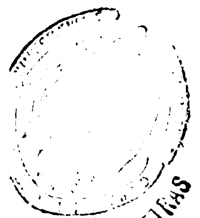
TOUTES ces observations estant supposées, il sera facile maintenant de conclure la grandeur d'un degré sur Terre. Pour cét effet il faut considerer qu'à Malvoisine les observations du Ciel ont


PL. III.
A
2.
E

ont esté faites à 18 Toises plus avant vers le Midy que le point E; qu'au contraire à Sourdon l'on estoit à 65 Toises plus vers le Nord que le point N; & que par consequent il faut ajoûter 83 Toises à la distance de 68347 Toises 3 pieds qui se trouve entre les Paralleles de Malvoisine & de Sourdon: de maniére que la difference de 1°. 11'. 57". observée par le Ciel, repond sur Terre à une distance Meridienne de 68430 Toises 3 pieds. On peut donc enfin conclure qu'à proportion le degré sera de 57064 Toises 3 pieds.

Le calcul fait par la distance d'Amiens ne s'éloigne gueres du premier: car la distance entre le Parallele de Nostre-Dame d'Amiens & celuy du Pavillon de Malvoisine est de 78907 Toises. Il en faut oster du costé d'Amiens pour le lieu des observations 75 Toises, & d'ailleurs y ajoûter les 18 Toises de Malvoisine; donc toute compensation faite il y aura 78850 Toises pour la difference de 1°. 22'. 55". & à proportion le degré sera de 57057 Toises; lequel nombre approche tellement du premier, que nous en avons esté surpris, d'autant plus que si nous avions tenu compte de la correction que nous avons negligée aux differences de latitude, ces deux calculs auroient esté encore plus approchans. Il se peut faire que ce soit un effet du hazard, puisque nonobstant toute l'exactitude possible, nous ne pouvions répondre de deux secondes, & par consequent de la valeur d'environ 32 Toises sur chaque observation: Nous pouvons neantmoins dire avec quelque certitude, que nous ne sommes pas fort éloignez de la vraie mesure du degré; quoy que l'on puisse venir à une précision encore plus grande, en mesurant avec le mesme soin & avec de semblables instrumens une distance beaucoup plus grande que celle de Malvoisine & d'Amiens. Nous nous arresterons cependant au compte rond de 57060 Toises pour un degré d'un grand cercle de la Terre.

C'est principalement icy qu'il faut employer la mesure tirée des pendules, que nous avons supposée * universelle, ou du moins invariable pour chaque lieu, & qui est à la Toise de Paris, com- *Article 4.



me 881 à 864 ; car ſuivant cette proportion le degré ſera de 55959 Toiſes univerſelles, dont chacune contient deux longueurs d'un pendule à ſecondes de temps moyen ; de ſorte qu'il s'en faut ſeulement 41 de ces meſmes Toiſes ſur un degré entier que le nombre de 56000 ne ſoit complet, & que par conſequent le degré ne ſoit de 28 de Milles uiverſels, tels que nous les avons determinez.

Et afin que les Eſtrangers puiſſent participer à ce travail, ſans eſtre obligez d'avoir recours à la longueur du pendule à ſecondes, nous donnerons la grandeur du degré exprimée ſuivant les meſures particuliéres dont nous avons pû avoir la connoiſſance.

Suppoſé le pié de Paris de	1440. *parties.*
Le pié de Rhein, ou de Leyde	1392.
Le pié de Londres	1350.
Le pié de Boulogne	1686.
La braſſe de Florence	2580.

DEGRÉ D'UN GRAND CERCLE DE LA terre, ſelon les meſures de divers Païs.

Toiſes du Chaſtelet de Paris	57060.
Pas de Boulogne	58481.
Verges de Rhein, *de* 12 *pieds chacune*	29513½.
Lieuës Pariſiennes, *de* 2000 *Toiſes*	28¼.
Lieuës moyennes de France, *d'environ* 2282 *Toiſes*	25.
Lieuës de Marine, *de* 2853 *Toiſes.*	20.
Milles d'Angleterre, *de* 5000 *pieds chacun*	$73\frac{7}{100}$.
Milles de Florence, *de* 3000 *Braſſes*	$63\frac{7}{10}$.

CIR-

CIRCONFERENCE DE LA TERRE.

Toiſes de Paris	20541600.
Lieuës de 25 au degré.	9000.
Lieuës de Marine.	7200.

DIAMETRE DE LA TERRE.

Toiſes de Paris.	6538594.
Lieuës de 25 au degré	$2864\frac{56}{71}$.
Lieuës de Marine	$2291\frac{59}{71}$.

On pourroit dire que comme nous avons meſuré le Globe de la Terre par le ſommet des montagnes, ou par des lieux plus élevez que le reſte, il s'enſuit que le degré, tel que nous le venons de déterminer, eſt plus grand que celuy que nous aurions trouvé en marchant toûjours le long du rivage de la mer, par où il ſemble que la meſure devroit eſtre beaucoup moindre. Mais afin de voir où cela peut aller, ſuppoſons que la ligne de Malvoiſine à Sourdon ſoit dans toute ſa longueur également éloignée du bord de la mer d'environ 35 lieuës, & que conformément aux experiences qui ont eſté faites ſur la Seine, la pente des riviéres qui traverſent cette ligne ſoit d'environ cinq pieds pour lieuë, cela fera tout au plus trente Toiſes de pente juſqu'à la mer; & ajoûtant environ 50 Toiſes pour la hauteur que noſtre ligne pourroit avoir au deſſus des riviéres, nous trouverons que cette meſme ligne ſeroit élevée d'environ 80 Toiſes au deſſus du niveau de la mer; d'où il s'enſuivroit qu'un degré ſur mer ſeroit plus petit d'environ 8 pieds que celuy que nous avons meſuré ſur Terre: ce qui ne doit pas eſtre conſideré en cette rencontre.

TA-

TABLE POUR LA VALEUR D'UN DEGRE' D'UN GRAND Cercle de la Terre, distribué en minutes & secondes.

Minutes.	Toises.	Secondes.	Toises.
1′	951.	1″	16.
2	1902.	2	32.
3	2853.	3	48.
4	3804.	4	63.
5	4755.	5	79.
6	5706.	6	95.
7	6657.	7	111.
8	7608.	8	127.
9	8559.	9	143.
10	9510.	10	158½.
20.	19020.	20	317.
30	28530.	30	475½.
40	38040.	40	634.
50	47550.	50	792½.
60.	57060.	60.	951.

Il ne sera pas difficile de trouver ensuite les differences des hauteurs du Pole pour tous les lieux dont nous avons calculé * les distances Meridiennes, puis qu'il n'y a qu'à changer ces mesmes distances en minutes & secondes, suivant la valeur du degré.

* Article 8.

DIFFERENCES DES HAUTEURS DU POLE.

Entre Malvoisine &	L'Observatoire de Paris	19′. 22″.
	Nostre-Dame de Paris	20′. 22″.
	Mareüil	33′. 32″.
	Clermont	52′. 0″.
	Sourdon	71′. 52″.
	Nostre-Dame d'Amiens	82′. 58″.

Entre Nostre-Dame de Paris & Nostre-Dame d'Amiens 62′. 36″.

La

La hauteur du Pole à Paris, au Jardin de la Bibliotheque du Roy, par plusieurs observations de l'Estoille Polaire faites aux Solstices d'Hiver, a toûjours paru de 48°. 53'. Il en faut oster 50", & l'on aura la hauteur du Pole de Paris, à l'endroit des Tours de Nostre-Dame, de 48. 52'. 10"; ou si l'on aime mieux désigner Paris par le milieu, entre les Portes de Saint Martin & de Saint Jacques, qui se trouve à peu prés vers Saint Jacques de la Boucherie; la hauteur du Pole de Paris sera de 48°. 52'. 20". & nous sommes certains que si les hauteurs du Pole sont fixes, il y aura peu à changer à celle-cy, lorsque dans l'Observatoire on pourra arriver à une plus grande précision. Nous mettons à part les refractions que l'Estoille Polaire pourroit avoir, dont on s'éclaircira avec le temps. La hauteur du Pole de Nostre-Dame de Paris estant supposée, nous établirons les hauteurs du Pole suivantes, conformément aux differences cy-dessus établies.

LATITUDES, ET HAUTEURS DU POLE.

De	Malvoisine	48°.	31.	48'.
	L'Observatoire	48.	51.	10.
	Nostre-Dame de Paris	48.	52.	10.
	Mareüil	49.	5.	20.
	Clermont	49.	23.	48.
	Sourdon	49.	43.	40.
	Nostre-Dame d'Amiens	49.	54.	46.

Les differences des longitudes de ces mesmes lieux demandent un peu plus de calcul que celles des latitudes; car aprés que l'on a trouvé dans un Parallele la distance entre les Meridiens de deux lieux, l'on a réduit cette distance à celle qui seroit dans l'Equateur entre les mesmes Meridiens, laquelle on a changée en minutes & secondes d'un grand cercle, conformément à la Table cy-dessus. De cette maniére on a trouvé

Sourdon	plus Oriental que	Amiens	5′. 54″.
Clermont		Sourdon	1′. 9″.
Mareüil		Clermont	0′. 34″.
Mareüil		Malvoisine	0′. 20″.
Mareüil		Paris,	4′. 37″.

D'où il a esté facile de conclure que la difference des longitudes entre Sourdon & Malvoisine, est seulement de 1′. 23″. Ce qui confirme le premier jugement qu'on avoit fait, que ces deux lieux estoient à peu prés sous un mesme Meridien.

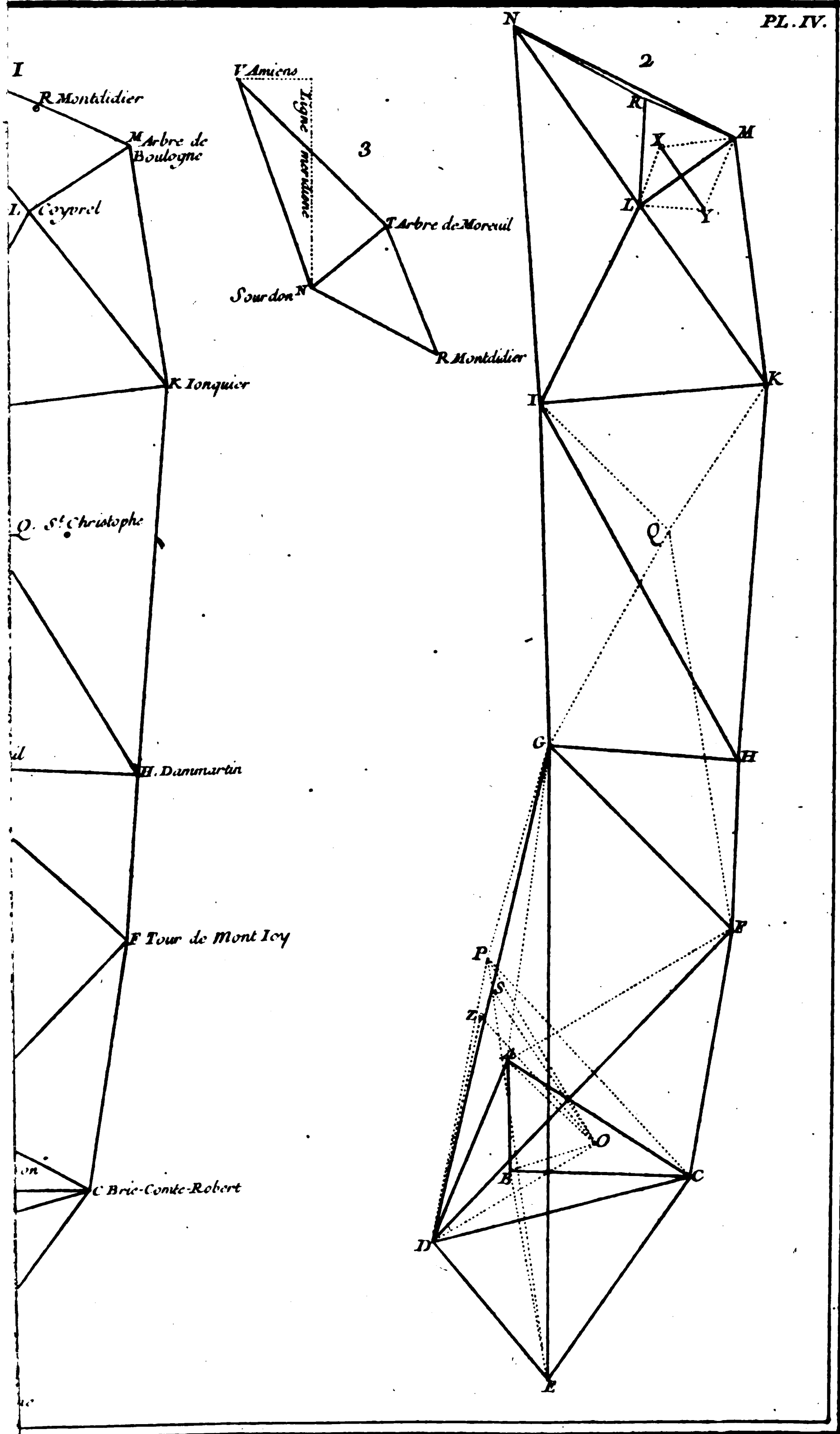
Il s'ensuit aussi que Paris, à l'endroit des Tours de Nostre-Dame, n'est plus Oriental qu'Amiens que de 3′. Et parce que dans le Parallele de Paris 3′. valent 1877. Toises, on doit conclure que Chaliot, qui peut passer pour un des Fauxbourgs de Paris, est à peu prés dans un mesme Meridien que Nostre-Dame d'Amiens.

Il seroit avantageux pour l'Astronomie, que nous sceussions avec la mesme précision la difference des longitudes qu'il y a entre l'Observatoire de Paris & Uranibourg, de laquelle on sera en different de plus de deux degrez, jusqu'à ce que par des observations faites en mesme temps en ces deux lieux, & comparées ensemble, on se soit éclairci de la verité.

ARTICLE XII.

COMME la maniére dont on observe d'ordinaire le niveau, est sujette à une correction qui suppose que l'on sçache la grandeur du demy-diametre de la Terre, lequel suivant nostre calcul est de 3269298 Toises 3 pieds; nous avons jugé à propos de donner icy une Table pour la correction du niveau apparent, & par occasion nous parlerons des refractions qui se mêlent dans ces sortes d'observations, & qui les empeschent de pouvoir servir à la mesure de la Terre.

On


PL. IV.
I
R Montdidier
M Arbre de Boulogne
L Coyvrel
K Ionquier
Q. St Christophe
H. Danmartin
F Tour de Mont Ioy
C Brie-Comte-Robert
2
N
R
M
X
L
Y
K
I
Q
G
H
F
P
S
Z
A
O
B
C
D
E
3
V Amiens
Ligne meridiene
T Arbre de Moreuil
Sourdon N
R Montdidier

Picard.

On sçait que le juste niveau demande une égale distance du centre de la Terre, & cependant on cherche d'ordinaire le niveau dans une ligne droite, qui va s'éloignant de ce centre à la maniére d'une Tangente; de sorte qu'alors le veritable niveau est au dessous de l'apparent.

Si au lieu de prendre le niveau d'un seul costé, on s'étoit placé au milieu entre les deux points qu'on veut mettre de niveau, ou que l'on en fust également éloigné, il n'y auroit en ce cas aucune correction à faire, parce que les haussemens seroient égaux de part & d'autre: mais sans estre réduit à cette pratique, puisque l'on sçait la grandeur du demy-diametre de la Terre, on trouvera facilement la hauteur du niveau apparent au dessus du veritable, pourveu que l'on sçache à quelle distance on est du point de visée; de mesme que connoissant la grandeur du demy-diametre d'un cercle, & celle d'une Tangente, on trouve l'excés de la Secante hors le cercle.

TABLE POUR LES HAUTEURS DU NIVEAU apparent au dessus du veritable.

Distances.	*Hauteurs du Niveau apparent,*		
Toises.	Pieds.	Pouces.	Lignes.
50.	0	0	$\frac{1}{3}$.
100.	0	0	1 $\frac{1}{3}$.
200.	0	0	5.
300.	0	0	11 $\frac{2}{3}$.
400.	0	1	9.
500.	0	2	9.
600.	0	3	11.
700.	0	5	4 $\frac{1}{3}$.
800.	0	6	11 $\frac{1}{3}$.
900.	0	8	9 $\frac{1}{3}$.

1000.	0	11	0.
1500.	2	0	9.
2000.	3	8	0.
2500.	5	8	8½.
3000.	8	3	0.
4000.	14	8	0.

Cette Table fait voir que les hauteurs du Niveau apparent ne ſont pas conſidérables au deſſous de mille Toiſes de diſtance; mais qu'au delà elles pourroient cauſer une erreur ſenſible, parce qu'elles croiſſent conſidérablement, & à peu prés comme les quarrez de diſtances.

Ceux qui ne ſçavent pas par experience avec quel avantage on ſe ſert maintenant des Lunettes d'approche au lieu des pinnules anciennes, ne manqueront pas de dire que cette Table ne peut eſtre d'aucun uſage, parce que l'on n'a point eû juſqu'icy d'inſtrument avec lequel on pûſt répondre de la difference qu'il y a entre le Niveau apparent & le veritable: Nous pouvons neantmoins aſſûrer qu'avec noſtre Quart-de-cercle, qui n'a gueres plus de trois pieds de rayon, ou avec l'inſtrument dont nous allons faire la deſcription, nous déterminerons le Niveau à 18. pouces prés ſur une diſtance de trois mille Toiſes, pour laquelle, ſelon la Table, il y a huit pieds trois pouces de correction à faire.

DESCRIPTION D'UN INSTRUMENT PROPRE à obſerver le Niveau.

Pl. V. Fig 1.

Le corps de cét inſtrument, qui eſt tout de fer, eſt composé de deux regles principales. La regle A B eſt longue de trois pieds, & large de deux pouces. Elle eſt fortifiée par deſſous d'une autre regle, du milieu de laquelle ſort la queuë CD, longue de trois pieds & demy, & perpendiculaire au plan de la regle AB. Cette queuë eſt garnie en devant de deux piéces miſes ſur le champ, qui ſont paralleles entre-elles, & qui eſtant couvertes

vertes d'une plaque tres-mince, forment un canal carré, dans lequel on enferme le plomb ou perpendicule GH, que l'on voit par deux fenestres vitrées, qui répondent à ses deux extrémitez: il y a mesme une troisiéme ouverture au bas du canal, par où l'on peut passer le doigt, pour arrester le plomb en le touchant en dessous.

Sur le plat de la regle AB, est attachée la Lunette d'approche EF, qui est de mesme structure que celle que nous avons décrite * pour le Quart-de-cercle; & quoy que toutes les piéces ayent esté déja representées dans la premiére Planche, on a crû qu'il ne seroit pas inutile de les representer encore une fois dans un autre ordre, & en plus grand volume. Mais afin de n'estre pas obligé d'en repeter icy le discours, on y a mis les mesmes lettres. *Article 5.

Un chevalet de Peintre sert de support à cét instrument: & pour pouvoir s'accommoder aux inégalitez du terrain, la regle AB est arcboutée en dessous de deux arcs, qui portant sur les deux chevilles du chevalet, donnent la facilité de pointer la Lunette haut ou bas sans mouvoir le chevalet: & lors que le terrain est trop inégal, on allonge l'un ou l'autre des pieds du chevalet, par le moyen d'une broche de fer qui y est jointe.

Avec cét instrument on pourroit déterminer le niveau d'un seul coup, à de tres-grandes distances, bien au delà de celles qui sont marquées dans la Table cy-dessus; mais il se rencontre d'ordinaire un obstacle considérable de la part des refractions, qui font paroistre les objets au dessus du lieu où ils devroient estre veûs. Par exemple, soit A le centre de la Terre, BC sa surface ordinaire, & D, I, les sommets de deux montagnes. Il faut considerer que la Terre est enveloppée d'une Atmosphere, ou air vaporeux, composé de regions differentes, qui sont plus subtiles à mesure qu'elles s'éloignent de la Terre: de maniére que ce changement ne se faisant pas tout d'un coup, mais par degrez, le rayon visuel qui vient d'un lieu plus élevé à un plus bas, comme de D en I, & qui passe obliquement d'un air plus subtil à un plus grossier, est Fig. 2.

continuellement rompu en chemin, à mesure qu'il change de milieu; ce qui luy donne la position d'une ligne courbe, telle à peu prés que DFI: mais un œil qui est en I, reçoit ce rayon courbé, comme si c'estoit la Tangente IE, dans laquelle il voit l'objet D. Par la mesme raison, si nous supposons un autre œil en D, il verra l'objet I dans la ligne droite DG, Tangente du mesme rayon recourbé DFB: Et supposé que les deux Tangentes IE, DG, qui tiennent lieu de rayons visuels, se coupent en H; on peut s'imaginer qu'il arrive icy la mesme chose, que si les deux objets D, I, estoient respectivement veûs aprés une seule refraction qui seroit faite en H, & qui seroit équivalente à toutes celles du veritable rayon DFI.

Pour découvrir ces refractions, & mesme en sçavoir la valeur totale, que l'on suppose réduite à l'angle DHE, ou IHG, il faut avoir observé les deux angles AIE, ADG; & de plus avoir connû l'angle A, par le moyen de la distance BC, ou ID, changée en minutes & secondes d'un grand cercle de la Terre; car l'excés de ces trois angles par dessus 180 degrez, sera la refraction totale.

La troisiéme Figure represente deux Montagnes également hautes, mais si éloignées, que le rayon visuel ne puisse passer d'un sommet à l'autre sans s'approcher sensiblement de la Terre, & sans estre par consequent rompu en chemin, ce qu'il n'est pas necessaire d'expliquer davantage. Il faut toûjours mettre à part toutes les irregularitez qui peuvent arriver à chaque moment dans la constitution de l'air.

C'est assez pour la pratique qu'on puisse s'appercevoir de la refraction quand il y en a, & que d'ailleurs on la puisse éviter dans l'observation du niveau, en se contentant de stations mediocres.

Plusieurs Auteurs rapportent une chose que nous avons souvent experimentée, & qu'il est bon de remarquer icy, qu'un objet qui à la premiére pointe du jour aura paru dans le niveau, & mesme un peu au dessus, paroistra ensuite au dessous, quelque

temps

temps aprés le lever du Soleil; & qu'au contraire, aprés que le Soleil est couché, les objets fort éloignez paroissent quelquefois se hausser si sensiblement, qu'en moins de demi-heure la hauteur apparente est augmentée de plus de 3'.

La cause des ces apparences est que la fraîcheur de la nuit condense les vapeurs, lesquelles descendant aux plus bas lieux, laissent l'air des lieux élevez beaucoup plus pur que durant le jour, ce qui cause une grande refraction: au contraire, quand l'action du Soleil a fait monter une partie des vapeurs jusques aux lieux les plus élevez, il doit y avoir moins de difference de milieu, & par consequent moins de refraction.

Nous ajoûterons icy une experience, qui fait voir, contre l'opinion de quelques Auteurs, que mesme en plein Midy il reste encore de la refraction, lors que la distance est grande, & que le rayon visuel ne peut passer d'un lieu à un autre sans s'approcher de la Terre. L'Esté dernier estant au haut des Tours de Nostre-Dame de Paris, on pointa le Quart-de-cercle vers la Tour de Montlehery, & l'on trouva que le pié de cette Tour estoit précisément dans le niveau appatent: c'estoit sur le Midy, dans un temps fort serein. Peu de jours aprés, à pareille heure, le haut des Tours de Nostre-Dame observé du pié de la Tour de Montlehery, parut plus bas que le niveau de 11'. 30", au lieu que conformément à la distance de 12796 Toises, qu'il y a entre ces deux lieux, cét angle auroit deû estre de 13'. 30": de maniére qu'il y avoit alors deux minutes de refraction totale.

Cette experience fait voir quelle justesse on doit attendre de ceux, qui aprés Maurolyc, prétendent trouver la grandeur de la Terre par le moyen du niveau appatent. Ils supposent que l'on choisisse pour cét effet une tres-haute montagne sur le bord de la mer; & qu'ayant mesuré la hauteur de cette montagne, on sçache de quelle distance sur mer on commence à en découvrir le sommet. Mais les refractions, qui sont encore plus grandes sur mer que sur Terre, rendent cette pratique trompeuse, parce qu'el-

qu'elles font découvrir les objets éloignez de beaucoup plus loin, que la convexité de la mer, ne le devroit permettre, & par consequent font paroistre la Terre plus grande qu'elle n'est en effet.

ARTICLE XIII.

IL reste maintenant à examiner les differentes opinions touchant la grandeur de la Terre: & parce que l'on ne peut rien dire des anciens que par conjecture, nous commencerons par Fernel, qui, comme nous avons dit au commencement *, a estimé le degré de 56746 Toises.

* *Article* 1.

Il y a sans doute dequoy s'étonner, que par une maniére aussi grossiére que la sienne, il ait approché si prés de la mesure que tant d'observations nous ont fait conclure. Le lieu qu'il jugea estre le terme du degré qu'il avoit entrepris de mesurer, se trouva, au rapport des gens du Pais, comme il le dit luy-mesme, à vingt-cinq lieuës de Paris d'où il estoit party; & d'ailleurs ce ne pouvoit estre gueres loin du grand chemin de Paris a Amiens, puisque ces deux Villes sont à peu prés sous un mesme Meridien, & qu'il devoit estre allé droit vers le Nord: on compte communément 28 lieuës de distance entre Paris & Amiens; c'estoit donc à trois lieues au deçà d'Amiens, & par consequent dans un lieu moins avancé vers le Nord de 6'. au moins. Mais la difference des hauteurs du Pole de Paris & d'Amiens est de 62'. 36"; d'ou il s'ensuit que Fernel ne devoit compter que 56'. 36", lors qu'il crût avoir avancé d'un degré entier: de sorte qu'il faut necessairement que l'erreur ait esté compensée, par l'estime qu'il fit ensuite de la longueur du chemin.

Quant à Snellius, qui ne donne au degré que la valeur de 55021 Toises; si l'on considere ce que nous avons déja remarqué ailleurs *, qu'il s'est fondé sur une trop petite base; si l'on ajoûte à cela la multitude de ses triangles, la petitesse de plusieurs angles, & la correction de trois, & quelquefois de quatre minutes qu'il luy a fallu faire dans un mesme triangle; & qu'enfin on ne sçait pas de quelle

* *Article* 3.

quelle maniére il a obſervé les hauteurs du Pole, on s'étonnera moins, que nonobſtant tous ſes ſoins & tout ſon travail, il n'ait pas ſi bien rencontré que Fernel.

Le Pere Riccioli a paſſé dans une autre extrémité, faiſant monter le degré à 64363 pas de Boulogne, ou à 18 milles d'Italie anciens, ſelon qu'il les détermine: mais il n'a meſuré qu'environ le tiers d'un degré, ce qui eſt trop peu; & d'ailleurs il eſt facile de faire voir ce qui peut l'avoir trompé.

Imaginons-nous que dans la ſeconde Figure de la cinquieme Planche, I ſoit le haut de la Tour de Modéne, D le ſommet de la Montagne de Paterne, prés Boulogne, & A le centre de la Terre. Le Pere Riccioli dans ſa Geographie * aſſûre, que par pluſieurs obſervations faites dans les temps qui ſemblent moins ſuſpects pour les refractions, il a toûjours trouvé l'angle ADI de 89°. 26'. 13". 27'". & l'angle AID de 90°, 15'. 7", ſuppoſant que les deux termes I,D, ſoient veûs par un rayon droit. La ſomme de ces deux angles fait 179°. 41'. 20". 27'". & par conſequent l'angle A, ou l'arc BC, eſt, ſelon cette obſervation, de 18'. 39". 33'"; mais la diſtance eſt de 20016 pas de Boulogne: Donc à proportion le degré entier ſeroit de 64363 pas de Boulogne, qui font environ 62900 Toiſes de Paris.

PL. V. Fig. 2.

* *Lib.* 5. *Cap.* 33.

Cette methode qui avoit eſté propoſée par Kepler, paroiſt d'autant plus ſimple, qu'elle n'a beſoin d'aucune obſervation celeſte, & qu'elle ſuppoſe ſeulement qu'un plomb ou perpendicule tende directement au centre de la Terre, ce que nous avons dû auſſi ſuppoſer. Mais on peut demander au Pere Riccioli, comment il pouvoit eſtre aſſûré, que dans ſes obſervations il n'y avoit aucun mêlange de refractions? C'eſtoit, dit-il, à Midy, dans des lieux fort élevez. Mais outre que l'un de ces lieux eſtoit beaucoup plus haut que l'autre; l'experience ſuivante, jointe à celle que nous avons rapportée cy-deſſus, fera voir quel jugement on doit faire de cette methode.

Au mois d'Aouſt de l'année 1669. le haut du Tertre de Mareüil,

observé en plein Midy du pied de la Tour de Montlehery, parut plus bas que le niveau de 8'. 20": Et peu de jours aprés, à pareille heure, le pied de la Tour de Montlehery, réciproquement observé du haut du Tertre de Mareüil, fut trouvé plus bas que le niveau de 13'. 40". S'il n'y avoit point eû de refraction, ces deux petits angles assemblez auroient fait celuy du centre de la Terre entre Montlehery & Mareüil de 22'. mais la distance est de 25643 Toises: Donc à proportion le degré seroit de 69935 Toises; ce qui excéderoit de beaucoup, non seulement la grandeur que nous avons déterminée par le Ciel, mais encore celle que le Pere Riccioli avoit trouvée. La mesure deviendroit sans doute encore plus grande, à l'égard de deux objets plus éloignez l'un de l'autre que Mareüil & Montlehery; de sorte qu'il est évident que cette methode doit estre entiérement rejettée comme trompeuse & incertaine.

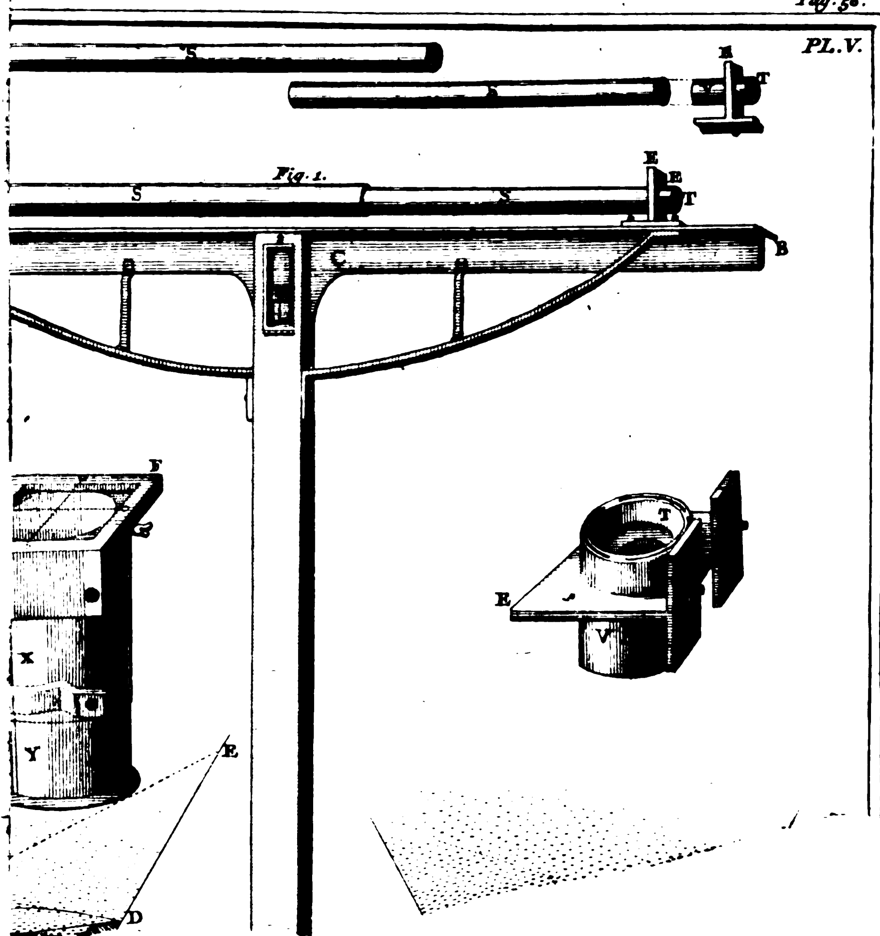
On dira que le Pere Riccioli, sçachant bien ce que pouvoient faire les refractions, ne s'est pas contenté de cette methode, & qu'il l'a verifiée par les observations du Ciel. Mais de quelque façon que la chose se passe en Italie, où les refractions ne sont peut-estre pas si grandes qu'icy; nous n'avons point trouvé que les observations faites pour la mesure de la Terre, par le moyen des Niveaux, s'accordassent avec celles du Ciel; ce que nous pourrions confirmer par plusieurs exemples semblables à ceux que nous avons apportez: Et l'on peut voir dans la Geographie du mesme Auteur *, que de deux observations du Ciel, dont l'une luy donnoit 19'. 19". & l'autre 21'. 16" de distance apparente entre le Zenit de Ferrare, & celuy de la Montagne de Paterne, il a choisi la premiére comme celle qui s'accommodoit mieux à son calcul; au lieu que s'il avoit suivi la seconde observation, nous nous serions trouvez à peu prés d'accord.

* *Lib. 5. Cap. 27.*

Ce mesme Auteur, pour derniére preuve de son opinion, dit que la distance d'Avignon à Lyon, tirée des anciens Itinéraires, s'accorde parfaitement avec la difference des hauteurs du Pole de

Geograph. refor. lib. 5. cap. 37.

ces


PL. V.
Fig. 1.
S
S
S
E
E
T
B
C
F
X
Y
E
D
T
E
V

ces deux Villes, à raiſon de 81 milles anciens pour un degré, conformément à ſon opinion. Il ſeroit à ſouhaiter que l'on ſceuſt la juſte diſtance de Lyon & d'Avignon, & meſme que l'on y euſt ajoûté celle de Chaalons ſur Saone: on auroit une ligne de pluſieurs degrez aſſez approchante de la Meridienne. Cependant on peut répondre au Pere Riccioli, que les diſtances portées par les Itinéraires qu'il cite, n'ont pas eſté meſurées avec l'exactitude neceſſaire pour la meſure de la Terre, & qu'il y a bien de la difference entre une diſtance Itinéraire priſe en ſuivant les grands chemins, & celle qui doit eſtre meſurée par la ligne la plus courte. Celuy de ces Itinéraires qu'on attribuë à l'Empereur Antonin, mais qui a ſouvent paſſé ſous le nom d'un Antoine Auguſte, eſt rempli de fautes conſidérables, ne donnant pas toûjours une meſme diſtance pour deux meſmes lieux, comme on peut voir en conferant la route de Milan à Arles, avec celle de Milan à Vienne. Le ſecond Itinéraire, qui eſt celuy de Bordeaux & de Hieruſalem, ne ſemble eſtre que l'ouvrage d'un particulier qui a décrit ſes Voyages; & pour peu qu'on l'examine, on verra qu'en pluſieurs endroits il eſt different du premier, & que les diſtances particuliéres de pluſieurs lieux entre Arles & Milan ne ſe ttouvent pas les meſmes: de ſorte qu'il ne ſeroit pas raiſonnable de s'en rapporter à des témoignages de cette ſorte contre une meſure exactement priſe.

F I N.

Corrections Marginales.

Pag. 13. liſez *dans la cinquieme planche*.
Pag. 16. liſez Pl. IV. Pag. 34. effacez Pl. II.
Pag. 44. liſez Pl. IV.
Pag. 36. *lig.* 19. *effacez* troiſieme *liſez* ſeconde.

VOYAGE
D'URANIBOURG,
OU
OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES
FAITES EN DANNEMARCK

Par MONSIEUR PICARD.

VOYAGE D'URANIBOURG.

ARTICLE I.

On peut dire que l'Aſtronomie a pour objet ce qu'il y a de plus grand dans l'Univers : auſſi a-t-elle eû toûjours l'avantage de trouver accés auprés des plus grands Monarques ; & Sa Majeſté a bien voulu faire voir le ſoin particulier qu'Elle prend pour l'avancement de cette noble Science, en faiſant baſtir un Obſervatoire, qui parmi les Arcs de triomphe & les trophées demeurera comme une marque éternelle du Regne heureux de Loüis le Grand.

Les Obſervations Aſtronomiques pour leſquelles ce ſuperbe édifice eſt entiérement deſtiné, ont pour fin principale d'établir des regles certaines des mouvemens celeſtes : mais pour cela il eſt neceſſaire d'en venir â la comparaiſon des obſervations preſentes avec celles qui ont eſté faites dans les ſiécles paſſez.

On ſçait qu'aprés l'ancienne Babylone, dont il ne reſte plus que le nom, Alexandrie d'Egypte a eſté comme le ſiége de l'Aſtronomie, où Hipparque & Ptolomée ont fait leurs obſervations : l'on ſçait auſſi les grands avantages que cette noble Science a tirez de celles que Tycho Brahé à faites à Uranibourg au détroit du Sond, vers la fin du dernier ſiécle. Mais pour pouvoir profiter du travail de ces grands hommes, il eſtoit neceſſaire de ſçavoir exactement combien les Meridiens des lieux où ils avoient fait leurs Obſervations eſtoient éloignez de celuy de Paris, & de verifier en meſme temps les hauteurs du Pole de ces meſmes lieux. Pour cét effet il eſtoit neceſſaire d'y envoyer des Obſervateurs ; il ſembloit meſme que le voyage d'Alexandrie devoit préceder : mais à cauſe des difficultez particuliéres, & des retardemens que l'on prévoyoit, l'on jugea qu'il ſeroit à propos de commencer par celuy d'Uranibourg.

Cette déliberation de l'Académie Royale des Sciences ayant eſté portée à Sa Majeſté, le Voyage d'Uranibourg fut conclu, &

je

je fus choisi pour l'exécution de ce dessein.

Je partis de Paris au mois de Juillet de l'année 1671. avec un ayde nommé Estienne Villiard, que j'avois dressé aux Observations; & avec tout ce qui pouvoit estre necessaire pour ce que je devois faire à Uranibourg, pendant que le celébre Astronome M. Cassini travailleroit aussi de concert à l'Observatoire Royal.

Passant par la Hollande, je pris l'occasion de verifier la proportion du pied de Paris à celuy du Rhin, dont l'Original est à Leyde; laquelle proportion me parut estre exactement comme de 720. à 696. au lieu de 720. à 695. que j'avois supposée dans la Mesure de la Terre.

Comme j'avois appris que depuis peu M. Blaeu d'Amsterdam avoit travaillé aussi-bien que moy à la Mesure de la Terre, je fus curieux d'en conferer avec luy. Sur quoy je puis dire que nous eusmes une joye extraordinaire ce bon vieillard & moy, de voir que nous estions presque d'accord touchant la grandeur du degré d'un grand cercle de la Terre, & que le different n'alloit pas à cinq perches ou 60. pieds de Rhin. Je n'ay point sceû que le manuscrit qu'il m'en fit voir ait esté mis au jour, mais je suis certain que Snellius n'avoit rien fait de si grand.

Je sortis d'Amsterdam m'embarquant pour Hambourg le 11. Aoust au soir par un temps assez favorable, mais qui ne dura gueres; car à peine estions nous à la veûë du Texel, sur le point d'entrer dans la grande Mer, qu'un vent de Nord impetueux nous obligea de chercher l'abri derriére l'Isle de Vlieland, où nous demeurasmes presque un jour à l'ancre.

Ce retardement me fut heureux, & fut cause d'une Observation que je fis, qui mérite bien d'estre rapportée. Ce fut le 13. Aoust sur les onze heures du matin, qu'aprés m'estre desennuyé quelque temps à regarder les Isles voisines avec une lunette d'environ cinq pieds, je m'avisay de la tourner vers le Soleil, qui se laissoit voir sans peine au travers de certains nuages clairs, & j'apperceûs dans le milieu de son disque comme un gros point noir, sans pouvoir d'abord m'asseûrer de ce que c'estoit, à cause de l'agita-

gitation du vaisseau; mais ayant en suite trouvé quelques momens de repos, je fus enfin certain que c'estoit une veritable tache qui representoit à peu prés la queuë d'un Scorpion.

Je fus d'autant plus aise d'avoir découvert cette tache du Soleil, qu'il y avoit dix ans entiers que je n'en avois pû voir aucune, quelque soin que j'eusse eû d'y prendre garde de temps en temps.

Peu de jours aprés nous arrivasmes à Hambourg, d'où j'écrivis à M. Cassini, luy donnant avis de la tache que j'avois veûë, & qui duroit encore. Je passay en suite à Lubek, & m'estant mis sur la Mer Baltique, j'arrivay enfin à Copenhague le 24. du mesme mois.

J'avois des ordres de Sa Majesté pour M. le Chevalier de Terlon son Ambassadeur, lequel me mena d'abord saluër Sa Majesté de Dannemark, & ne manqua pas en suite de me donner tous les secours dont j'avois besoin pour l'exécution de mon dessein, qui estoit d'aller faire des Observations à Uranibourg.

Le fameux Observatoire ainsi appellé, avoit esté fait bastir par le grand Astronome Tycho Brahé, dans l'Isle de Huene, située au détroit du Sond, à l'entrée de la Mer Baltique, & distante de Copenhague d'environ six de nos lieuës communes. Je n'eusse pas tardé à passer dans cette Isle; mais comme elle estoit depuis quelque temps sous la domination des Suedois, je fus obligé de faire écrire auparavant en Suéde par M. l'Ambassadeur.

ARTICLE II.

DURANT le séjour que je fis à Copenhague, ma premiére curiosité fut de voir la Tour que le Roy Christian IV. y avoit fait bastir à la sollicitation de Longomontanus son Mathematicien, pour servir aux observations Astronomiques, aprés qu'Urani-

qu'Uranibourg eût esté détruit comme nous dirons ensuite. La hauteur de cette Tour est d'environ vingt toises sur huit de diametre: un carosse y peut monter aisément de mesme qu'à la Tour d'Amboise, & l'on trouve au haut un grand salon vouté, au dessus duquel est une terrasse d'où l'on voit de tous costez sans aucun empeschement. Ce fut de là que jetant les yeux vers le détroit du Sond, je vis pour la premiére fois la petite Isle de Huene, ancienne demeure de Tycho Brahé, où je devois aller.

Il y avoit peu de temps que l'on avoit travaillé aux fortifications de Copenhague; & comme je considerois du haut de cette Tour les travaux qu'on avoit faits, & la nouvelle enceinte, j'appris de celuy qui m'accompagnoit qu'en faisant de nouveaux fossez, on avoit trouvé en plusieurs endroits une tres-grande quantité d'Ambre jaune: on me nomma divers curieux qui en avoient fait amas, & j'en ay apporté quelques morceaux, dont il y en a un entre autres qui tient enfermée une petite pomme de Pin; ce qui peut confirmer l'opinion de Pline, qui dit que l'Ambre est la gomme d'une espece d'arbre semblable au Pin.

Hist. nat. l. 7. c. 3.

Aprés avoir veû la Tour Astronomique, je fus à l'Auditoire de l'Académie, c'est ainsi qu'ils appellent le lieu où se font les Actes publics de l'Université. Je vis là ce fameux Globe celeste dont la description est dans la Mechanique de Tycho. Il est de cuivre tres-bien gravé, & nonobstant toutes les fortunes qu'il a couruës, ayant esté premiérement transporté de Dannemarck en Boheme, puis en Silesie, & enfin rapporté en Dannemark, il est dans son entier comme s'il venoit d'estre fait: son diametre est précisément de quatre pieds, sept pouces & une ligne, mesure de Paris.

Je ferois une trop longue digression, si je voulois raconter toutes les curiositez que je vis, tant dans le Cabinet du Roy qu'ailleurs: mais je ne puis obmettre qu'à Rosenbourg, qui est un Chasteau aux Jardins de Sa Majesté, il y a un trosne fait en-

tié-

tiérement de ces ſortes de cornes que l'on dit communément eſtre de Lycorne, & dont il y en a une dans le Treſor de Saint Denis en France; la verité eſt que c'eſt la corne d'un poiſſon qui ſe trouve dans la mer du Nord.

ARTICLE III.

ENTRE les perſonnes ſçavantes & de grand mérite que je trouvay à Copenhague, celuy avec qui j'eûs une liaiſon plus particuliére fut M. Eraſme Bartholin Profeſſeur de Mathematique & de Medecine, aſſez connu par ſes ouvrages, qui pendant tout le temps que je fus en Dannemarck, me rendit des offices tres-conſiderables. Il avoit travaillé à faire mettre au net les obſervations de Tycho, dont les veritables originaux luy avoient eſté mis entre les mains par le feu Roy de Dannemarck, à deſſein de les faire imprimer; d'autant plus que l'impreſſion qui en avoit eſté faite en Allemagne ſur de prétendus originaux qui ne ſont effectivement que des copies mal collationnées, eſtoit pleine d'une infinité de fautes eſſentielles, & qu'il reſtoit meſme des volumes entiers qui n'ont point encore veû le jour, ainſi qu'il eſt déduit plus amplement dans un Livre que M. Bartholin a fait exprés.

Ayant veû ces originaux écrits de la main de Tycho, & ſçachant d'ailleurs qu'on ne penſoit plus en Dannemark à faire la dépenſe de l'impreſſion, je conceûs deſlors le deſſein de taſcher de les obtenir pour les apporter en France, ce qui me réüſſit par le moyen de M. Bartholin, & ce que j'ay depuis conſideré comme un des principaux fruits de mon voyage.

Au reſte le ſejour que je fus obligé de faire à Copenhague, me donna lieu d'y faire l'eſſay de quelques Obſervations pour mettre les inſtrumens en eſtat, & pour voir s'ils ne s'eſtoient point gaſtez en chemin. J'avois celuy de 10. pieds de Rayon & le quart de Cercle de trois pieds, qui ſont tous deux décrits dans le Traité

de la Mesure de la Terre. J'avois aussi deux horloges à pendule, l'une à secondes, & l'autre à demy-secondes, toutes deux à contrepoids; & outre cela deux grandes lunettes, l'une de 14. pieds, & l'autre de 18. sans parler de plusieurs autres moindres instrumens pour divers usages.

J'appris cependant par une lettre de M. Cassini, qu'il avoit veû en mesme temps que moy cette tache du Soleil que j'avois découverte en Mer à la sortie d'Amsterdam. Il adjoustoit mesme que comme elle avoit paru tres-grosse jusques à la fin, elle pourroit bien durer assez pour se faire voir une seconde fois, aprés avoir achevé le tour du Soleil. En effet, le 3. Septembre, sur les huit heures du matin, estant encore à Copenhague, je découvris cette mesme tache qui commençoit à paroistre, & qui estoit encore si proche du bord Oriental du Soleil, que mesme avec la lunette de 14. pieds je n'y appercevois presque pas de séparation.

Je receûs enfin de Suéde les lettres que j'attendois, & je partis pour Uranibourg le 6. de Septembre, avec tout mon équipage, dans une barque que M. le Grand Admiral m'avoit fait préparer. J'estois accompagné de M. Erasme Bartholin, qui voulut bien prendre la peine de m'établir dans ma nouvelle habitation, & d'un jeune Danois nommé Olaüs Romer, que M. Bartholin m'avoit fait connoistre, & qui estant ensuite venu en France avec moy, fut de l'Académie des Sciences, où il a donné plusieurs marques de son rare génie & de son esprit.

ARTICLE IV.

L'Isle de Huene est fort haute & escarpée, principalement au costé Méridional où nous abordasmes. Elle est presque toute rase & unie, s'élevant tant soit peu vers le milieu. J'avois beau jetter les yeux de tous costez, je n'appercevois dans cette Isle qu'une vieille Eglise A, quelques habitations de Païsans B, &
Pl. VI. une Ferme C, sans qu'il parust rien de l'ancien Uranibourg D.

Ce

Ce fameux Obſervatoire achevé de baſtir vers la fin de l'année 1580. n'avoit ſubſiſté dans ſon entier qu'environ 20. ans. Tycho, qui ne croyoit pas avoir fait un édifice de ſi peu de durée, & qui nous a marqué la figure du Ciel qu'il avoit choiſie pour le moment auquel il fit poſer la premiére pierre, fut obligé d'abandonner ſa Patrie en l'année 1597. & bientoſt aprés ceux à qui la joüiſſance du domaine de Huene fut donnée, prirent comme à taſche de détruire Uranibourg. Une partie des démolitions fut emportée en divers lieux, & l'autre ſervit enfin à baſtir dans l'ancienne Ferme ou Meſnagerie de Tycho un aſſez beau corps de logis C, qui porte aujourd'huy le nom d'Uranibourg, & qui fut le lieu de noſtre demeure.

Mechanique de Tycho.

Pl. VII. Fig. 1.

Le Fermier de l'Iſle ayant veû les ordres de Suéde, nous receût aſſez bien; mais il demeura quelques jours ſans pouvoir comprendre pourquoy nous eſtions venus; juſques-là qu'il mit quelque ſoupçon dans l'eſprit du Gouverneur de Landſcrone, & qu'un Major venu ſous prétexte de curioſité, demeura pluſieurs jours avec nous, juſques à ce qu'il fuſt convaincu que nous n'en voulions qu'au Ciel, ainſi qu'il nous confeſſa depuis.

A la ſortie de la Ferme, aprés avoir marché droit au Nord environ 320. pas communs dans un lieu vague, on trouve un endroit enfoncé que nous reconnumes eſtre la place du petit Obſervatoire appellé Stellebourg, quoy-qu'il n'y reſtaſt plus aucune autre marque que l'enfoncement des terres qui ſe raportoit au plan que Tycho en a tracé dans ſa Méchanique, que nous avions en main.

Avançant delà vers le Nord-Nordoueſt, environ à 120. pas communs loin de Stellebourg, & à l'endroit le plus élevé de l'Iſle, on entre dans l'enclos du Rempart de terre, qui par ſa figure & par ſa ſituation nous fit juger d'abord que c'eſtoit l'ancienne cloſture d'Uranibourg. Le coſté du Nordeſt eſtoit retranché par un mur qui le joignoit à des champs voiſins, & paroiſſoit beaucoup moins que les trois autres, ayant eſté preſque effacé par le labourage.

Tycho dit que chaque costé du Rempart d'Uranibourg avoit 300. pieds de longueur: nous n'y en trouvasmes qu'environ 290. mesure de Paris; ce qui ne nous étonna pas, parce que nous sçavions que le pied de Dannemark qui est la moitié de l'aune, estoit plus petit que celuy de Paris selon la proportion de 701. à 720. assez approchante de celle que nous trouvions.

Nous arrivasmes enfin au milieu de cét enclos, où nous trouvasmes assez d'autres marques pour estre certains que nous estions à Uranibourg, le contour du bastiment estant encore marqué par les restes des fondemens que je fis découvrir en plusieurs endroits. Mais outre le déplaisir que j'eûs d'estre obligé de chercher Uranibourg à Uranibourg mesme, je ne pus voir sans quelque sorte d'indignation, que ce lieu faméux dont il sera parlé pendant qu'il y aura des Astronomes, estoit rempli de vieilles carcasses d'animaux comme une infame voirie.

Parmi les restes d'Uranibourg il y avoit un caveau découvert fait de briques, bien cimenté, & enduit par le dedans. Il estoit à la partie Occidentale tout joignant les fondemens qui restoient, & en dehors; ce qui me fit juger qu'il avoit servi à recevoir les égousts des toits: mais quelqu'en eust esté le premier usage, voyant que le fonds en estoit bien uni, de niveau, & tres-solide, je le jugeay tout disposé pour y placer les instrumens avec lesquels je voulois observer sur le lieu mesme d'Uranibourg: c'est pourquoy je le fis enfermer d'une cabane d'ais de sapin assez grande pour me servir d'Observatoire. La porte qui estoit du costé du midy, & à un des pignons, donnoit veüe vers la Ferme où nous demeurions. Le faiste avoit une longue ouverture, laquelle hors les temps des Observations estoit fermée avec des toiles godronnées.

Le quart de Cercle & le grand Instrument de 10. pieds furent placez au fond de ce nouvel Observatoire avec l'Horloge à demi-Secondes, laquelle estoit dans une boëte longue qui luy servoit de pied: mais la grande Horloge à Secondes, qui à moins d'estre

d'eſtre ſolidement attachée contre un gros mur, & dans un lieu tranquille, n'auroit pas eû toute ſa juſteſſe, fut placée dans une des chambres de la Ferme, qui avoit veûë ſur noſtre cabane, de ſorte que nous pouvions regler une Horloge ſur l'autre.

Eſtant à la porte de noſtre nouvel Obſervatoire, je pouvois non ſeulement découvrir tous les vaiſſeaux qui alloient & venoient des deux coſtez de l'Iſle; mais j'avois en veûë les Villes de Copenhague, de Malmoë, de Lunde, de Landſcrone, de Helſembourg, de Helſeneur, & le Chaſteau de Cronebourg. PL. VII. Fig 2.

L'horizon d'Uranibourg eſt néanmoins un peu borné entre Landſcrone & Helſembourg, où il y a quelques montagnes, dont la hauteur apparente eſt d'environ onze minutes, comme l'on verra cy-aprés; mais dans tout le reſte, on a l'avantage à Uranibourg d'y voir ſouvent les Etoilles juſques dans l'horizon.

Cette particularité eſt d'autant plus ſurprenante, que le terrain d'Uranibourg n'a qu'environ 27. toiſes de hauteur au deſſus du niveau de la mer; au lieu que le haut de l'Obſervatoire Royal, où les vapeurs ne laiſſent jamais voir les Etoiles dans l'horizon, eſt environ à 48. toiſes au deſſus de la mer, & par conſequent plus haut de 21. toiſes que le terrain d'Uranibourg, ſuppoſé le niveau des mers.

NIVELLEMENT des environs d'Uranibourg.

LEVANT d'Hyver entre Lunde Malmoë, bas de 10'.
Levant Equinoctial à la gauche de Landſcrone, haut de 5'.
Montagnes entre le Levant Equinoctial & celuy d'Eſté, hautes de 11'.
Levant d'Eſté, haut de 6'.
Septentrion vers Helſembourg, bas de 4'.

Cou-

Couchant d'Esté, bas de	3'.
Couchant Equinoctial, bas de	2'.
Couchant d'Hyver dans le niveau	0'.
Costé du midy vers la mer, bas de	13'.

Je mets à part les changemens qui arrivent à cause des Refractions, & je diray seulement une chose que nous remarquasmes en faisant les Observations que nous venons de rapporter. Il y a proche de Copenhague une Isle appellée Amac, dont le terrain qui est assez bas nous estoit caché par la rondeur de la mer, en sorte néanmoins que nous y découvrions les sommets de quelques arbres. Or venant à pointer le quart de cercle vers l'endroit où ces arbres me paroissoient tranchez, j'estois asseûré que mon Rayon visuel rencontroit l'extrémité visible de la surface de la mer, & néanmoins on auroit dit que ces arbres estoient dans le Ciel, & que la mer estoit terminée bien au deçà de l'endroit où nous sçavions qu'il falloit pointer. La raison de cette apparence, est que la mer qui estoit alors fort unie, faisoit à nostre égard si exactement l'effet du miroir, que nous la confondions avec le Ciel.

ARTICLE V.

AVANT que de venir à Uranibourg, M. Bartholin m'avoit fait voir dans les Manuscrits de Tycho plusieurs Observations qui n'ont point esté imprimées, parmi lesquelles estoient les angles de position de plusieurs lieux remarquables veûs du centre d'Uranibourg. Tycho marque expressément que c'estoit pour la seconde fois qu'il avoit pris ces angles avec soin, & aprés avoir verifié la ligne méridienne. En voicy l'extrait.

Copenhague,	17°.	18'½	MERIDIONAL. OCCIDENTAL.
Malmoë,	290.	45'	M. OR.
Lunde,	53.	50.	M. OR.
Landscrone,	64.	42	M. OR.
Helsembourg,	0.	17½	Sept. OR.

Cro-

Cronebourg,	17.	29.	S. Oc.
Helſeneur,	19.	37.	S. Oc.

Il ajouſte à la marge qu'il a toûjours pointé aux principales Tours des Egliſes: ſur quoy il eſt bon de remarquer qu'à Copenhague l'Egliſe de Noſtre Dame eſtoit alors la plus conſiderable.

Pour en venir à l'examen de ces Obſervations, je commençay par l'établiſſement de la ligne Méridienne d'Uranibourg, & ne me contentant pas d'en avoir une tracée ſur un plan, laquelle m'auroit pû produire au loin des erreurs conſiderables; je m'attachay à determiner la poſition de la Tour Aſtronomique de Copenhague à l'égard du Méridien; en ſuite de quoy je pris tres-exactement les angles de diſtances horizontales entre le centre de cette Tour & tous les points de l'horizon que Tycho avoit déſignez, & par ce moyen j'eûs la poſition de ces meſmes points à l'égard du Méridien. Je ne m'arreſtay point à Cronebourg, parce que j'y voyois pluſieurs dongeons, ſans pouvoir déterminer celuy auquel Tycho avoit pointé.

POSITION DU VERTICAL de la Tour Aſtronomique de Copenhague à l'égard du Méridien d'Uranibourg.

LE 27. Octobre 1671. à 7. h. 21'. 57". du matin, le vertical de la Tour Aſtronomique fut éloigné de celuy du Soleil de 82°. 44' 0".

Mais ſuppoſé la hauteur du pole vraye de 55°. 54'. 15". & la déclin. Auſtr. du Soleil de 12. 51. 0.

L'angle du vertical du Soleil avec le Méridien eſtoit de 65. 58. 0. vers l'Orient, qu'il faut oſter de 82. 44'. 0". cy-deſſus obſervé, d'où il s'enſuit que le vertical de la Tour Aſtronomique décline de 16. 46'. 0'. du Midy vers l'Occident.

Le meſme jour au ſoir à 4. h. 35'. 46". le vertical de la Tour Aſtronomique fut éloigné de celuy du Soleil de 48°. 39' 35".

Mais ſuppoſant la hauteur du pole cy-deſſus & la déclinaiſon du Soleil de 12°. 58'. 35". on trouvera que le vertical du Soleil eſtoit éloigné du Méridien de 65°. 25'. 40". d'où il faut oſter l'angle de 48°. 39'. 35". cy-deſſus obſervé, & l'on aura la déclinaiſon de la Tour Aſtronomique de 16. 46'. 5'.

On ſçait que les Obſervations qui ſont ainſi faites des deux coſtez du Méridien ſe juſtifient ou ſe compenſent l'une l'autre, parce que ſi la ſuppoſition d'une fauſſe déclinaiſon du Soleil avoit fait trouver l'angle du matin trop grand, elle auroit en revanche fait celuy du ſoir trop petit, ou au contraire; de ſorte qu'il n'y auroit eû qu'à partager le differend par la moitié. Nous fiſmes en divers temps pluſieurs autres Obſervations ſemblables à celles que nous venons de rapporter, qui donnerent toutes à peu prés la meſme choſe. Nous euſſions bien voulu pouvoir verifier cette détermination par les Etoiles fixes, mais il ſe trouva toûjours quelque empeſchement juſques à ce que nous fuſſions dans la Tour Aſtronomique de Copenhague, comme l'on verra dans la ſuite; & il nous ſuffiſoit, pour examiner la ligne Méridienne de Tycho, d'eſtre aſſeûrez de la verité à une minute prés.

ANGLES DE POSITION nouvellement établis à l'égard du Méridien d'Uranibourg.

CLOCHER de N. D. de Copenhague,	17°.	4'.	30".	M.	Oc.
Clocher de Malmoë,	29.	58.	30.	M.	Or.
Milieu entre les deux Tours de Lunde,	54.	8.	50.	M.	Or.
Tour de l'Egliſe de Landſcrone;	64.	59.	50.	M.	Or.
Tour de l'Egliſe de Helſembourg,	0.	8.	10.	S.	Oc.
Clocher de Helſeneur,	19.	58.	50.	S.	Oc.

Helſembourg, ſelon Tycho, devoit eſtre Oriental de 0°. 17'. 30". & je le trouvois Occidental de 0. 8' 10". comme ſi le point du Nord euſt eſté tranſporté de 25'. 40", vers l'Orient, augmentant

par

par ce moyen certaines déclinaisons, & deminuant les autres, de la maniére à peu prés que nous les trouvions changées; je dis à peu prés, parce que la mesme difference ne se rencontroit pas à toutes.

Il est vray qu'au Chasteau de Helsembourg il y avoit une grosse Tour quarrée qui estoit beaucoup plus remarquable que celle de l'Eglise, & à laquelle on pourroit prétendre que Tycho auroit pointé, car l'angle de distance horizontale entre Helseneur & le milieu de cette grosse Tour est de 20°. 10'. 0. duquel si l'on oste la déclinaison de Helseneur cy-dessus de 19. 58'. 50". vers l'Occident, il restera 11'. 10". de déclinaison Orientale pour la Tour du Chasteau de Helsembourg; ce qui reviendroit mieux aux Observations de Tycho. Mais outre qu'il a marqué expressément qu'il avoit pointé aux Eglises, si l'on prétendoit en excepter Helsembourg, les distances horizontales tant de Helseneur que de Landscrone qu'il faudroit par consequent aussi prendre à l'égard de la Tour du Chasteau de Helsembourg, se trouveroient trop éloignées des Observations de Tycho, comme il est facile d'en faire la preuve. Mais sans s'arrester à Helsembourg, puis qu'à l'égard des autres lieux il ne peut y avoir d'équivoque, & que les Observations prises en gros donnent une difference d'environ 18'. entre la Méridienne de Tycho & la nostre; il pourroit sembler d'abord qu'il seroit arrivé quelque changement à la ligne Méridienne, & que le point du Nord auroit esté transporté du costé d'Orient. Mais il faut considerer que les Observations de Tycho cy-dessus rapportées se trouvent avec d'autres qu'il avoit faites simplement pour la Carte des environs d'Uranibourg, & où l'on reconnoist manifestement par l'examen de plusieurs triangles vitieux, que dans ce travail-là il n'avoit pas employé son exactitude ordinaire, ou qu'il n'avoit pas encore des instrumens propres. Joint que l'on sçait d'ailleurs que pour trouver la ligne Méridienne, il s'est servi ordinairement de l'Etoile Polaire prise dans ses plus grandes digressions; ce qui est si sujet à erreur, qu'il est presque impossible d'y réüssir à cause de la grande hauteur de

cette Estoille, ainsi que nous l'avons reconnu par nostre propre experience; & par consequent toutes choses estant bien considerées, il n'y a pas lieu de conclure icy pour la variation de la ligne Méridienne. Mais nous osons bien répondre à la posterité, que si dans la suite des temps on trouve qu'il faille changer plus d'une minute à ce que nous aurons établi sur ce sujet, principalement dans la Tour de Copenhague, ce sera pour lors que l'on pourra s'asseûrer de l'instabilité de la ligne Méridienne.

ARTICLE VI.

DANS nostre solitude d'Uranibourg nous fusmes souvent visitez non seulement par M. Bartholin dont j'ay parlé cy-dessus, mais encore par M. Spole l'un des Professeurs de Mathematique à Lunde, qui tous deux nous aiderent à plusieurs Observations, & avec lesquels nous mesurasmes actuellement au costé Oriental de l'Isle, une base de 1063. Toises de Paris, par le moyen de laquelle nous trouvasmes les distances de Landscrone, de Helsembourg, & de Helseneur, à l'égard du milieu d'Uranibourg, mais principalement celle de Landscrone, d'où je prétendois conclure celle de la Tour Astronomique de Copenhague pour l'usage que l'on verra cy-aprés.

Pl. VI. Pl. VII. Fig. 2.

Distances à l'égard d'Uranibourg.

Tour de Landscrone,	4760. Toises.
Tour de l'Eglise de Helsembourg,	7888.
Clocher de Helseneur,	7752.

Nous trouvasmes aussi par le calcul que la distance entre le Clocher de Helseneur & la Tour de l'Eglise de Helsembourg estoit de 2698. Toises; & si nous eussions sceû combien chacun de ces deux lieux estoit éloigné du bord de la mer, nous eussions conclu la largeur du Sond, que Tycho dans ses Manuscrits dit

estre

estre de 7950. aulnes, ou de 15900. pieds de Dannemark, qui font environ 2580. Toises de Paris.

Ces Messieurs dont nous venons de parler furent aussi presens aux experiences que nous fismes plusieurs fois touchant la longueur du Pendule simple à Secondes de temps moyen, laquelle nous trouvasmes toûjours assez précisément telle que nous l'avions déterminée à Paris; sçavoir de 36. pouces 8. lignes & $\frac{1}{2}$, sans qu'il y parust aucune difference sensible. Je faisois ces experiences avec d'autant plus de soin & d'exactitude, que je sçavois qu'en Angleterre, à Londres, la longueur du Pendule avoit esté determinée de 39. pouces $\frac{4}{10}$ du pied d'Angleterre; ce qui revenoit à 36. pouces 11. lignes $\frac{11}{20}$ du nostre: mais l'ayant trouvée à Uranibourg égale à celle que j'avois établie à Paris, je commençay à tenir pour suspectes les Observations qui en avoient esté faites en Angleterre; & aprés mon retour en France, je ne cessay de témoigner mon doute, jusques à ce que M. Romer ayant esté envoyé exprés à Londres en l'année 1679. trouva que la longueur du Pendule estoit là telle qu'à Paris; ce qui soit dit en passant. Et pour revenir à Uranibourg, je ne dois pas oublier que nous y observasmes aussi la déclinaison de l'aiguille aimantée de 2°. 30'. du Nord vers l'Occident, au lieu que peu de temps aprés à Copenhague, je la trouvay plus grande d'un degré entier vers le mesme costé.

C'estoit ainsi qu'aprés les Observations du Ciel qui estoient nostre principale occupation, & dont le Journal sera mis à la fin de celles de Tycho, nous donnions le reste du temps à diverses curiositez: mais enfin le travail des veilles durant un froid auquel je n'estois pas accoustumé, & l'air de la Mer Baltique me causerent une langueur qui tenoit un peu du scorbut, & qui me fit à la fin résoudre à quitter cette solitude, pour me retirer dans un lieu de secours avant que les glaces me fermassent le passage.

Me voyant donc obligé de retourner à Copenhague, j'en donnay avis à M. Bartholin, qui ne manqua pas de faire préparer le

ſalon de la Tour Aſtronomique où tous nos Inſtrumens furent apportez le 22. Novembre.

J'avois aſſez d'Obſervations pour la difference qu'il y a entre le parallele de l'Obſervatoire de Paris & le parallele d'Uranibourg; mais il n'en eſtoit pas de meſme à l'égard de la difference de longitude, qui avoit eſté le principal motif de mon voyage. Une Eclipſe de Lune arrivée au mois de Septembre n'avoit pû eſtre obſervée à Uranibourg à cauſe du mauvais temps; & depuis que Jupiter eſtoit ſorti des rayons du Soleil, je n'avois pû faire qu'une ſeule Obſervation du premier Satellite lors qu'il entroit dans l'ombre le 25. Octobre, encore n'eſtois-je pas bien certain ſi la clarté de l'Aurore ne m'avoit point fait perdre ce Satellite avant qu'il fuſt veritablement éclipſé; joint que je ne ſçavois pas encore ſi cette Obſervation avoit réüſſi à M. Caſſini.

Mais par le moyen des précautions que j'avois priſes avant que de ſortir d'Uranibourg, je pouvois achever à Copenhague tout ce qui me reſtoit à faire, ſans compter que vers la fin de l'année, dans un temps qui fut plus favorable qu'il n'a accouſtumé, M. Romer & le ſieur Villiard retournerent à Uranibourg, où ils firent pluſieurs Obſervations, & entre autres une du premier Satellite de Jupiter, qui fut déciſive, comme l'on verra cy-aprés.

Au reſte le ſalon de la Tour de Copenhague eſtoit beaucoup plus commode pour les Obſervations que noſtre cabane d'Uranibourg: car outre qu'il a des feneſtres de tous coſtez, la voute eſt percée du coſté du midy, pour donner la commodité d'obſerver à l'abri durant les vents les plus impetueux; au lieu qu'à Uranibourg noſtre Obſervatoire eſtoit ſouvent en danger d'eſtre emporté par les vents aſſez ordinaires dans ce lieu-là. Il eſt vray que la Tour de Copenhague, à cauſe de ſa hauteur, nous donnoit de l'exercice pluſieurs fois le jour; mais c'eſtoit un remede contre le ſcorbut, qui dans le climat où j'eſtois, eſt comme inévitable aux perſonnes ſedentaires, & n'attaque que rarement les gens de travail,

comme

comme les Païsans, quoy-qu'ils ne vivent que de chairs salées.

ARTICLE VII.

J'AVOIS fait planter au centre d'Uranibourg une marque que l'on pouvoit voir de la Tour Astronomique de Copenhague, & qui servit à diverses Observations.

DISTANCES HORIZONTALES.
observées au centre de la Tour Astronomique de Copenhague.

URANIBOURG & la Tour de l'Eglise de Landscrone, 20°. 11'. 15".

Uranibourg & le milieu entre les deux Tours de Lunde,	69.	19.	10.
Uranibourg & le Clocher de Malmoë,	90.	17.	35.
Malmoë & le Cap Steffens,	83.	2.	45.
Malmoë & le costé droit d'une Eglise sur Steffens,	89.	10.	5.
Costé droit de ladite Eglise, & le plus proche Clocher de Roschil,	66.	13.	20.
Ledit Clocher de Roschil & celuy de Helseneur,	101.	4.	50.
Autre Clocher de Roschil & Helseneur,	101.	2.	50.
Helseneur & Uranibourg,	13.	14.	10.
Tour de l'Eglise de Huene & Uranibourg,	2.	47.	47.

Il faut entendre que nous avons toûjours pris le milieu des Tours & la pointe des Clochers, de mesme que nous avions fait à Uranibourg, & nous avons eû soin que ces angles fussent dans la derniére exactitude, afin que par leur moyen, pendant qu'il restera quelqu'un des lieux que nous venons de marquer, & que la Tour de Copenhague subsistera, on puisse du milieu de cette Tour déterminer le vertical qui passe par le centre d'Uranibourg.

Nous

Nous nous appliquasmes en suite à établir la ligne Méridienne de la Tour Astronomique par le moyen de la position du vertical d'Uranibourg, lequel nous trouvasmes déclinant de 16°. 39'. 45" du Nord vers l'Orient; & parce que de cette déclinaison il sera facile de conclure celle de tous les lieux que nous venons de marquer, on peut dire que tous ces mesmes lieux seront comme autant de repaires de la ligne Méridienne, tant pour servir aux Observations qui se feront à l'avenir dans la Tour de Copenhague, que pour donner lieu à la Posterité de pouvoir verifier si la ligne Méridienne est sujete à quelque variation ou non.

La position du vertical d'Uranibourg fut cherchée non seulement par le Soleil, mais encore par les Observations de l'Etoile appellée la Luisante de la Lyre, qui ne se couchant point en Danemark, descend assez prés de l'horizon pour donner la facilité de déterminer exactement le point du Nord. Pour cét effet, le grand Instrument de 10. pieds fut pointé à la fenestre Septentrionale de la Tour, pour prendre l'Etoile Lyra dans son passage au dessous du Pole ou aux environs.

PREMIERES OBSERVATIONS DE LYRA pour la Ligne Méridienne.

LA nuit du 9. au 10. Novembre 1671. on sceût par plusieurs hauteurs égales & correspondantes, que Lyra fut au Méridien sous le Pole, à 12. heures 55'. 34". mais elle ne fut dans la lunette de l'Instrument qui estoit pointé environ vers le Nord, qu'à 13. heures 11'. 44". de sorte que le passage dans la lunette fut tardif de 16'. 10'. de temps : ce qui (supposé la hauteur du Pole de 55°. 41'. 35". & la déclinaison de Lyra de 38. 32. 15. B.) donnoit 3°. 10'. 5'. de déclinaison Septentrionale Orientale qu'il falloit ajouster à 13°. 29'. 40'.. de distance horizontale qu'il y avoit entre le vertical de la lunette & celuy d'Uranibourg; de sorte

ſorte que par cette détermination, le vertical d'Uranibourg déclinoit de 16°. 39′. 45″. du Nord vers l'Orient.

SECONDES OBSERVATIONS DE LYRA.

Le 14. Novembre, Lyra au Méridien a 12ʰ. 36′ 7″.
Paſſage dans la lunette a 12. 34. 0.
Diſtance horizontale entre le vertical de la lunette & celuy d'Uranibourg, 17. 4. 40.
Déclinaiſon du vertical de la lunette, 0. 24. 50. à oſter.
Donc déclinaiſon d'Uranibourg 16. 39. 50.

Notez que l'on a eû égard aux corrections qui eſtoient neceſſaires pour réduire les Obſervations, comme ſi elles avoient eſté faites au centre de la Tour.

AUTRE DETERMINATION *par le Soleil.*

Le 28. Mars 1672. à 6. heures 22′. 53″. du ſoir, la diſtance horizontale entre le vertical du Soleil & celuy d'Uranibourg veû du centre de la Tour, eſtoit de 99°. 58′. 20″. Puis le 29. au matin, à 5. heures 39′. 24″. la diſtance entre le Soleil & Uranibourg fut de 66. 16′ 45″.

La correction à ajouſter à l'angle du matin, à cauſe de la variation de déclinaiſon arrivée entre les Obſervations, fut de 0. 22′. 15″.

Donc angle du matin corrigé	66.	39.	0.
Angle du ſoir,	99.	58.	20.
Somme,	166.	37.	20.
Moitié,	83.	18.	40.
Angle du matin à oſter,	66.	39.	0.
Donc déclinaiſon d'Uranibourg,	16.	39.	40.
Mais à cauſe des autres Obſervations, ſoit	16.	39.	45.

Cette maniére de calcul eſt differente de celle que nous avons ſuivie au 4. Article; mais l'une revient à l'autre.

Or aprés que nous eusmes ainsi établi la ligne Méridienne de la Tour de Copenhague, il ne nous fut pas difficile de verifier celle d'Uranibourg, en supposant les hauteurs du Pole de ces

Pl. VII. Fig. 3.

mesmes lieux: car au triangle spherique PCV, où P est le Pole de la Terre, V Uranibourg, & C la Tour de Copenhague. Supposant PV le compl. de la hauteur du Pole d'Uranibourg de 34. 5'. 45''. PC le compl. de la hauteur du Pole de la Tour de Copenhague de 34. 19. 15. & l'angle PCV dy-dessus de 16. 39. 45. on trouvera le supplement de PVC de 16. 45. 45. au lieu de 16. 46. 5. que nous avions conclu à Uranibourg, laquelle difference n'est pas considerable.

Nous eussions pû aussi par les mesmes suppositions trouver l'angle P, qui est la difference de longitude entre le Méridien d'Uranibourg & celuy de la Tour Astronomique: mais parce que le moindre petit changement fait à ce qui estoit donné au triangle PCV, changeoit beaucoup l'angle P, qui estoit fort petit, je voulus le fixer davantage par l'établissement du troisiéme costé CV, lequel il m'estoit facile de connoistre en consequence de ce que j'avois fait pour cela à Uranibourg, ainsi qu'il a esté dit au commencement du 6. Article: car au triangle VLC, où V est Uranibourg, L Landscrone, & C la Tour de Copenhague.

L'Angle LVC observé de 81°. 46'. 0''.

Pl. VII. Fig. 2.

L'Angle LCV aussi observé de 20. 11. 15.

Et VL distance entre Uranibourg & Landscrone calculée, de 4760. Toises.

Donc CV distance entre Copenhague & Uranibourg, de 13494. Toises, qui suivant nostre mesure de la Terre, valent 14'. 11''. de la circonference d'un grand cercle; de maniére qu'au triangle spherique PCV, cy-dessus.

	PV	34.	5'.	45''.
	CV	0.	14.	11.
	PCV	16.	39.	45.
Donc	P	0.	7.	15.

J'aurois

J'aurois pû me contenter de cette détermination pour la difference de longitude entre Copenhague & Uranibourg; mais d'autant que par la supposition des trois costez donnez au triangle PCV, l'Angle P venoit plus grand d'environ 30". que celuy que je viens de conclure, sans que je sceusse à quoy en attribuër la faute, je crûs qu'il estoit necessaire d'en venir à la verification suivante.

Le grand Instrument de 10. pieds, qui pour certains usages servoit à observer le passage de Lyra vers le Nord, fut arresté fixe dans sa position. Il n'estoit pas pointé dans le Méridien, mais on sceût ce qu'il s'en falloit, & de combien le passage de cette Etoile dans la lunette de l'instrument, précedoit l'arrivée de la mesme Etoile au Méridien; ce qui nous suffisoit.

Les choses estant ainsi préparées, M. Romer & le sieur Villiard allerent à Uranibourg vers la fin de Décembre 1671. avec ordre d'observer environ à certaine heure donnée, le moment auquel un feu qui auroit paru à la Tour viendroit à disparoistre; ce qui se devoit faire plusieurs fois. Ils avoient le quart de cercle & l'horloge à demi-secondes, pour pouvoir sçavoir à quelle heure de cette mesme horloge l'Etoile de Lyra devroit passer au Méridien d'Uranibourg. Le tout fut si bien exécuté de part & d'autre, que sans aucune variation considerable, on trouva que Lyra venoit plûtost au Méridien d'Uranibourg qu'à celuy de la Tour, d'environ 29". de temps, conformément à ce qui avoit esté conclu cy-dessus au triangle P C V. Car, par exemple, si le signal avoit esté donné dix minutes de temps aprés l'arrivée de Lyra au Méridien de la Tour; ceux d'Uranibourg disoient qu'ils l'avoient veû 10. minutes & environ 29". aprés que la mesme Etoile avoit esté dans leur Méridien, tantost plus, tantost moins d'environ une seconde seulement: de maniére que si au lieu de se regler par le passage d'une Etoile au Méridien, (laquelle maniére est la plus simple de toutes celles qu'on sçauroit s'imaginer) si, dis-je, au lieu de cela, on eust mis les deux horloges chacune sur l'heure du lieu,

La grande horloge à secondes qui estoit restée dans la Tour, alloit si régulièrement, que durant plus de deux mois elle demeura dans un mesme estat à l'égard du moyen mouve-

ment sans varier d'une seconde. lieu, il seroit arrivé qu'à chaque signal donné, l'horloge d'Uranibourg auroit marqué un temps plus avancé d'environ 29". que celle de la Tour.

ARTICLE VIII.

HAUTEUR DU POLE D'URANIBOURG & de la Tour Astronomique de Copenhague.

TYCHO eût de la peine à se satisfaire sur le sujet de la hauteur du Pole d'Uranibourg, laquelle, selon luy, fut premiérement de 55°. 54'. 30". puis de 55. 54'. 40". & enfin de 55. 54'. 45". mais il ne s'en faut pas étonner; car outre que sans le secours des lunettes d'aproche appliquées aux Instrumens de la maniére qui est presentement en usage, il estoit bien difficile d'en venir à une entiére précision: outre cela, dis-je, il y a un obstacle de la part de l'Etoile Polaire, laquelle d'une saison à l'autre souffre certaines variations que Tycho n'avoit pas remarquées, & que j'observe depuis environ dix ans. C'est à sçavoir que bien que l'Etoile Polaire s'approche annuellement du Pole d'environ 20". il arrive néanmoins que vers le mois d'Avril la hauteur méridienne & inferieure de cette Etoile devient moindre de quelques secondes qu'elle n'avoit paru au Solstice d'hyver précedent; au lieu qu'elle devroit estre plus grande de 5". qu'ensuite aux mois d'Aoust & de Septembre sa hauteur méridienne superieure se trouve à peu prés telle qu'elle avoit esté observée en hyver, & mesme quelquefois plus grande, quoy-qu'elle deust estre diminuée de 10. à 15". mais qu'enfin vers la fin de l'année, tout se trouve compensé, en sorte que la Polaire paroist plus proche du Pole d'environ 20". qu'elle n'estoit un an auparavant.

Ce qui s'observe ordinairement en Avril s'accorderoit assez bien à ce qui devroit arriver tant de la part de la réfraction, qui à l'égard de l'Etoile Polaire pourroit bien estre moindre au Printemps qu'en

qu'en Hyver; que supposé le mouvement annuel de la terre, laquelle seroit alors en *Libra*, & par consequent dans son plus grand éloignement de l'Etoile Polaire qui est en *Aries*: mais à l'opposite il faudroit que vers la fin de l'Esté & le commencement de l'Automne, lors que les réfractions devroient estre moindres qu'en tout autre temps de l'année, & que la Terre seroit en *Aries*; la plus grande hauteur de l'Etoile Polaire parust moindre que l'hyver précedent; ce qui est entiérement opposé aux Observations: & pour dire la verité, je n'ay encore rien pû m'imaginer qui me satisfist là-dessus, d'autant plus qui'il y a eû des années que ces inégalitez estoient moins sensibles qu'en d'autres. Il est bon cependant d'avertir que hors le temps auquel on peut prendre les deux hauteurs méridiennes de la Polaire, il n'y a pas grande seûreté à observer la hauteur du Pole, principalement vers la fin de l'Esté.

HAUTEURS MERIDIENNES superieure & inferieure de l'Etoile Polaire, observées à Uranibourg vers la fin de lannée 1671.

	58°. 22'. 45".
	53. 27. 35.
Difference	4. 54. 50.
Moitié	2. 27. 25.

Ces hauteurs furent observées plusieurs fois sans aucune variation sensible; d'où il s'ensuivit que la hauteur du Pole d'Uranibourg estoit de 55. 55'. 20". ce qu'il faut entendre de la hauteur apparente qui doit estre purgée d'environ une minute de refraction suivant les découvertes de M. Cassini.

Je ne dois pas dissimuler que M. Richer estant alors à la Rochelle pour le voyage de Caïenne, trouva par plusieurs Observations faites avec un Sextans de 6. pieds de Rayon, que l'Etoile Polaire estoit éloignée du Pole de 2. 27'. 5". & par consequent

moins de 20″. qu'elle ne nous avoit paru. Voicy ses Observations.

Haut. Mérid. de la Polaire	48°.	38′.	15″.
	43.	44.	5.
Difference	4.	54.	10.
Moitié.	2.	27.	5.

Je puis cependant asseûrer que les Observations d'Uranibourg estoient bonnes à 10″. prés, & ce seroit un grand hasard que l'erreur se fust doublée par le plus & par le moins, pour produire le differend qui est entre nos Observations & celles de M. Richer. On pourroit dire que l'Etoile Polaire est plus basse à la Rochelle qu'à Uranibourg d'environ 10. degrez, & par consequent plus avant plongée dans les réfractions; ce qui pourroit avoir esté la cause pourquoy la veritable difference qu'il y a entre les deux hauteurs Méridiennes de la Polaire auroit paru moindre à la Rochelle qu'à Uranibourg, & nous en avons un exemple tres-sensible dans les Observations de Caïenne, par lesquelles l'Etoile Polaire ne parut éloignée du Pole que de 2°. 23′. Mais il n'est pas à croire qu'entre la Rochelle & Uranibourg la difference de difference de réfractions pust estre si sensible; & je ne prétends pas rendre raison de ce differend non plus que de dire pourquoy en ce mesme temps-là l'Etoile Polaire fut observée à Paris dans une variation qui alla à prés de 2′. Ce qu'ayant appris par une lettre de M. Cassini, je ne pus m'empescher de luy en témoigner mon étonnement, comme n'ayant jamais rien observé de semblable: car en effet cette petite variation dont j'ay parlé cy-dessus n'est rien d'approchant de cela.

Mais sans nous arrester à des Phenomenes qui peuvent avoir eû des causes extraordinaires, il est à propos d'oster tout scrupule touchant la hauteur du Pole d'Uranibourg, en établissant la juste difference qu'il y a entre le parallele de l'Observatoire Royal & celuy d'Uranibourg; car par ce moyen il y aura toûjours lieu de re-

regler la hauteur du Pole d'Uranibourg par celle de Paris qu'on aura tout loisir de verifier.

HAUTEURS MERIDIENNES de plusieurs Etoiles fixes, observées à Uranibourg. & à l'Observatoire Royal environ en mesme temps.

Vers la fin d'Octobre & le commencement de Novembre 1671.

La poitrine du Cygne	80°.	25'.	55".	à Paris.
	73.	20.	30.	à Uranibourg.
Difference	7.	5.	25.	
Algenib de Pegase	54.	32.	40.	à Paris.
	47.	27.	40.	à Uranibourg.
Difference	7.	5.	0.	
Le genou de Cassiopée	87.	24.	10.	à Uranibourg.
	80.	21.	0.	à Paris.
Difference	7.	3.	10.	
La Polaire	58.	23.	0.	à Uranibourg.
	51.	19.	45.	à Paris.
Difference	7.	3.	15.	

Vers la fin d'Avril & le commencement de May 1672.

Le cœur du Lyon	54.	44'.	0".	à Paris.
	47.	40.	0.	à Uranibourg.
Difference	7.	4.	0.	
La queuë du Lyon	57.	34.	50.	à Paris.
	50.	30.	50.	à Uranibourg.
Difference	7.	4.	0.	

L'E-

L'Etoile Vindemiatrix	53.	54'.	50".	à Paris.
	46.	50.	55.	à Uranibourg.
Difference	7.	3.	55.	
Arcturus	62.	5.	10.	à Paris.
	55.	1.	10.	à Uranibourg.
Difference	7.	4.	0.	
La Polaire	53.	27.	45.	à Uranibourg.
	46.	23.	55.	à Paris
Difference	7.	3.	50.	

Or il faut icy remarquer deux ſortes de hauteurs, les unes Septentrionales ou obſervées du coſté du Nord, les autres Meridionales ou obſervées du coſté du Midy. Les hauteurs Meridionales eſtoient plus grandes à Paris qu'à Uranibourg, mais en récompenſe les Septentrionales devoient eſtre plus grandes à Uranibourg qu'à Paris, & par conſequent lors que les differences tant Meridionales que Septentrionales ſe ſont trouvées égales, comme vers la fin d'Avril & le commencement de May, les inſtrumens eſtoient neceſſairement d'accord, ce qui ſuffiſoit à cét égard, mais qu'auparavant, ſçavoir, lors que les differences Meridionales ſe ſont trouvées differentes des Septentrionales, il n'y a eû qu'à prendre le milieu. Car, par exemple, ſuppoſé que le quart de cercle d'Uranibourg fuſt juſte, comme en effet nous avions grand ſoin de le tenir tel, mais que celuy de Paris hauſſaſt d'une minute, il s'enſuivra que la difference des deux hauteurs Meridionales d'une meſme l'Etoile obſervées à Paris & à Uranibourg, devoit eſtre trop grande d'une minute; mais qu'au contraire la difference des hauteurs Septentrionales d'une autre Etoile devoit eſtre trop petite d'une minute, environ comme il eſt arrivé vers la fin d'Octobre & vers le commencement de Novembre. Tout ce qu'il y auroit encore à conſiderer en cela ce ſeroit l'inégalité des réfra-

ctions

ctions, qui diminuant plus une difference qu'une autre, feroit paroiſtre de la diſcordance aux inſtrumens, quand meſme ils ſeroient juſtes: c'eſt pourquoy il eſt bon, pour plus grande ſeûreté, de choiſir deux Etoiles, l'une vers le Midy, & l'autre vers le Nord, dont les hauteurs ſe compenſent à peu prés, comme icy l'Etoile Vindemiatrix & la Polaire.

Il reſte donc à conclure des Obſervations cy-deſſus que la moyenne difference entre le parallele de l'Obſervatoire & celuy d'Uranibourg, je veux dire celle qui auroit eſté trouvée par toutes les Obſervations ſi les inſtrumens avoient eſté toûjours d'accord, eſt de 7. 4'. 0". & parce que cette moyenne difference qui n'eſt que l'apparente, pourroit bien avoir eſté diminuée de quelques ſecondes par les refractions, nous établirons pour veritable difference 7°. 4'. 5".

Mais pour ne rien omettre de ce qui pourroit ſervir à l'examen de cette difference, j'ay voulu voir ce qu'il réſulteroit des hauteurs Meridiennes du bord ſuperieur du Soleil, obſervées en meſme jour à l'Obſervatoire Royal & à Uranibourg, me ſervant auſſi des Obſervations de Copenhague, aprés les avoir réduites comme ſi elles avoient eſté faites à Uranibourg. On voit bien qu'il a fallu avoir égard au changement de déclinaiſon arrivé entre le Midy d'Uranibourg & celuy de Paris, comme auſſi à la difference des réfractions: c'eſt pourquoy nous avons tantoſt ajouſté & tantoſt oſté certaine correction neceſſaire pour rendre la difference telle qu'elle auroit deû eſtre, s'il n'y avoit eû ni variation de déclinaiſon, ni refraction, laiſſant ſeulement ce qu'il pourroit y avoir eû de la part des inſtrumens.

HAUTEURS MERIDIENNES du bord ſuperieur du Soleil.

1671. Octobre 24.	29°. 35'. 0".	à Paris.
	22. 31. 40.	à Uranibourg.

Difference à corriger	7. 3. 20.
Correction à ajoutter	✠ 1. 20.
Difference corrigée	7. 4. 40.
26.	28. 54. 27. P.
	21. 50. 55. U.
	7. 3. 32.
	✠ 1. 25.
	7. 4. 57.
28.	28. 13. 25. P.
	21. 9. 40. U.
	7. 3. 45.
	✠ 1. 25.
	7. 5. 10.
29.	27. 53. 5. P.
	20. 50. 10. U.
	7. 2. 55.
	✠ 1. 30.
	7. 4. 25.
Novembre 4.	25. 57. 45. P.
	18. 54. 15. U.
	7. 3. 30.
	✠ 1. 35.
	7. 5. 5.

6.

6.	25°. 21′. 30″. P.
	18. 18. 40. U.
	7. 2. 50.
	✠ 1. 40.
	7. 4. 30.
17.	22. 22. 0. P.
	15. 19. 10. U.
	7. 2. 50.
	✠ 1. 55.
	7. 4. 45.
1672. Fevrier 11.	27. 30. 0. P.
	20. 25. 30. U.
	7. 4. 30.
	✠ 0. 20.
	7. 4. 50.
23.	31. 41. 50. P.
	24. 37. 0. U.
	7. 4. 50.

Notez qu'il n'y a point icy de correction, parce que la difference de réfractions récompensoit celle des Meridiens.

Mars 11.	38. 10. 50. P.
	31. 6. 0. U.
	7. 4. 50.
Correction à oster	— 0. 10.
	7. 4. 40.

13.	38. 58. 30. P.
	31. 53. 30. U.
	7. 5. 0.
	— 0. 10.
	7. 4. 50.
14.	39. 22. 30. P.
	32. 17. 0. U.
	7. 5. 30.
	— 0. 10.
	7. 5. 20.
15.	39. 45. 20. P.
	32. 40. 30. U.
	7. 4. 50.
	— 0. 10.
	7. 4. 40.
20.	41. 43. 15. P.
	34. 38. 55. U.
	7. 4. 20.
	— 0. 15.
	7. 4. 5.
21.	42. 7. 0. P.
	35. 2. 40. U.
	7. 4. 20.
	— 0. 15.
	7. 4. 5.

Avril 6.	48. 18. 15.	P.
	41. 14. 0.	U.
	7. 4. 15.	
	— 0. 20.	
	7. 3. 55.	
14.	51°. 14'. 0''.	P.
	44. 9. 30.	U.
	7. 4. 30.	
	— 0. 20.	
	7. 4. 10.	
29.	56. 13. 35.	P.
	49. 9. 15.	U.
	7. 4. 20.	
	— 0. 20.	
	7. 4. 0.	
May 2.	57. 7. 45.	P.
	50. 3. 30.	U.
	7. 4. 15.	
	— 0. 15.	
	7. 4. 0.	
3.	57. 25. 20.	P.
	50. 21. 0.	U.
	7. 4. 20.	
	— 0. 15.	
	7. 4. 5.	

Confiderant la fuite des differences corrigées, on verra que jufques à la fin de Mars elles font trop grandes d'environ une minute, de mefme que celles qui avoient efté trouvées dans tout ce temps-là par les Fixes Meridionales; mais qu'en fuite elles fe font réduites à environ 7. 4. 5. comme par les Fixes tant Meridionales que Septentrionales: de maniére qu'il n'y a plus lieu de douter que ce ne foit la veritable difference qu'il faudra ajoufter à la hauteur du Pole de l'Obfervatoire Royal, pour trouver celle d'Uranibourg.

Hauteur du Pole de l'Obfervatoire Royal, vraye, & purgée de la réfraction, 48°. 50'. 10".

Difference à ajoufter, 7. 4. 5.

Donc hauteur du Pole d'Uranibourg, 55. 54. 15.

Et comme nous avons fceû par plufieurs hauteurs des Etoiles fixes que la Tour Aftronomique de Copenhague eft moins Septentrionale qu'Uranibourg de 13'. 30". il s'enfuit que la hauteur du Pole de cette Tour eft de 55. 40. 45.

C'eft moins de deux minutes que Longomontanus n'avoit eftimé; fans parler de Riccioli, qui dans fa Geographie reformée voulant corriger Longomontanus, étend la hauteur du Pole de Copenhague jufques à 55. 45'. 0".

ARTICLE IX.

DIFFERENCE DE LONGITUDE entre l'Obfervatoire Royal & Uranibourg.

LORS qu'on veut déterminer exactement la difference de longitude qu'il y a entre les Méridiens de deux lieux éloignez, tels que Paris & Uranibourg, il eft neceffaire en cette occafion que le Ciel fourniffe à deux Obfervateurs quelque fpectacle fubit qui leur ferve comme de fignal, au moment duquel chacun d'eux remarque précifément l'heure du lieu où il eft: ce qui fe doit enten-

tendre ou de l'heure du Soleil, ou bien de celle de quelque Etoile fixe dont on feroit convenu.

On se servoit ordinairement pour la découverte des Longitudes, des Eclipses de Lune, se contentant d'en marquer la fin ou le commencement: mais il est si facile de s'y tromper, que souvent des Observations faites dans une mesme Ville ont paru comme si elles avoient esté faites sous des Méridiens fort differens; cette difficulté à bien déterminer le commencement ou la fin d'une Eclipse de Lune, venant de ce que l'ombre de la tere est investie d'une penombre qu'il n'est pas aisé de distinguer de la veritable ombre, à cause que les changemens se font par des degrez presque insensibles.

Il est vray que si au lieu de se contenter de marquer le commencement ou la fin d'une Eclipse de Lune, on observe le passage successif de l'ombre par diverses taches de la Lune, l'on viendra par ce moyen à quelque sorte de précision, non seulement à cause de la multitude des Observations qui se peuvent faire durant une mesme Eclipse, mais encore parce que l'œil discerne mieux alors l'ombre de la penombre, les voyant en mesme temps, que lors qu'il ne les voit que successivement, & l'une aprés l'autre.

Mais outre que les Eclipses de Lune ne sont pas si frequentes, il n'y a rien de plus commode & de plus précis pour la découverte des Longitudes sur terre, que les Observations du premier Satellite de Jupiter, soit lors que ce Satellite s'éclipse en se plongeant dans l'ombre de Jupiter, soit lors qu'il en sort, & qu'il commence à recouvrer sa clarté, parce que cela se fait à nostre égard si subitement, que dans un temps serain, avec une lunette de 14. à 20. pieds, on peut s'asseûrer de la bonté d'une Observation, à peu de secondes prés; joint que par le moyen des Tables que M. Cassini a données, on peut facilement prévoir les Observations qui sont à faire, & s'y tenir prest. Nous appellerons Immersion l'entrée ou extinction d'un Satellite dans l'ombre de Jupiter,

Jupiter, & Emersion, sa sortie de l'ombre. On sçait que depuis que Jupiter est sorti des rayons du Soleil jusques à son opposition, on peut voir les Immersions du premier Satellite dans l'ombre, mais non pas les Emersions, parce qu'elles se font derriére le corps de Jupiter; & qu'au contraire, aprés l'opposition de Jupiter, on peut voir les Emersions ou sorties de l'ombre.

J'avois, comme j'ay déja dit, deux grandes lunettes, l'une de 14. pieds, & l'autre de 18. M. Cassini en avoit aussi une de 18. & nous avions experimenté ensemble à Paris, observant tous deux une Immersion, luy avec sa lunette de 18. pieds qui estoit excellente, & moy avec la mienne de 14. qu'il n'avoit sur moy aucun avantage sensible, quoy-que sa lunette fust plus longue que la mienne.

OBSERVATIONS DU PREMIER SATELLITE DE JUPITER pour la difference de Longitude entre Paris & Uranibourg.

1671.

25. Octobre au matin.

Immersion du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter.

A Uranibourg	6h.	57'.	20".
A Paris	6.	15.	0.
Difference	0.	42.	20.

1672.

4. Janvier au matin.

Immersion du premier Satellite.

A Uranibourg	1h.	24'.	45".
A Paris	0.	42.	36.
Difference	0.	42.	9.

14. Mars

14. Mars au soir.

Emersion du premier Satellite.

A Copenhague	10h.	34'.	10".
Réduction à ajouster			29.
Donc à Uranibourg	10.	34.	39.
A Paris	9.	52.	22.
Difference	0.	42.	17.

29. Mars au matin.

Emersion du premier Satellite.

A Copenhague	2h.	27'.	12".
Réduction			29.
Donc à Uranibourg	2.	27.	41.
A Paris	1.	45.	39.
Difference	0.	42.	2.

6. Avril au soir.

Emersion du premier Satellite.

A Copenhague	10h.	53	2.
Réduction			29.
Donc à Uranibourg	10.	53.	31.
A Paris	10.	11.	23.
Difference	0.	42.	8.

Les Observations cy-dessus furent accompagnées de plusieurs autres que nous avons negligées, parce qu'elles avoient esté marquées comme douteuses & défectueuses. Or prenant le milieu des differences que nous venons de rapporter, on verra qu'Uranibourg, à l'égard de Paris, est Oriental de 42. minutes & 10. secondes de temps, qui valent 10. degrez 32'. & 30". de difference de longitude qu'il y a entre ces deux lieux.

OPINIONS DES AUTEURS

touchant la difference de longitude entre Paris & Uranibourg.

	M.	S.
Kepler	40.	0.
Longomontanus	49.	20.
M. Boüillaud	48.	0.
Riccioli	45.	36.
Mais par les Observations cy-dessus	42.	10.

ARTICLE X.

COMME la Ville de Lunde en Schonen estoit un lieu assez considerable où il y avoit une Escole de Mathematique, je crûs devoir en établir la hauteur du Pole & la difference de longitude à l'égard d'Uranibourg, d'autant plus que je n'avois pas besoin pour cela d'y aller faire des Observations, parce que ce lieu-là est veû d'Uranibourg & de la Tour de Copenhague. Voicy les calculs que nous fismes pour ce sujet.

Pl. VII. Fig. 2. Au Triangle VCE, où V est Uranibourg, C la Tour de Copenhague, & E le milieu entre les deux Tours de Lunde.

L'angle V. 70°. 55'. 0".
L'angle C. 69. 19. 10.
VC. 13494. Toises.

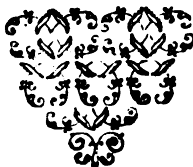
Donc CE. 19937. Toises, qui valent 20'. 58". de la circonference d'un grand Cercle de la Terre.

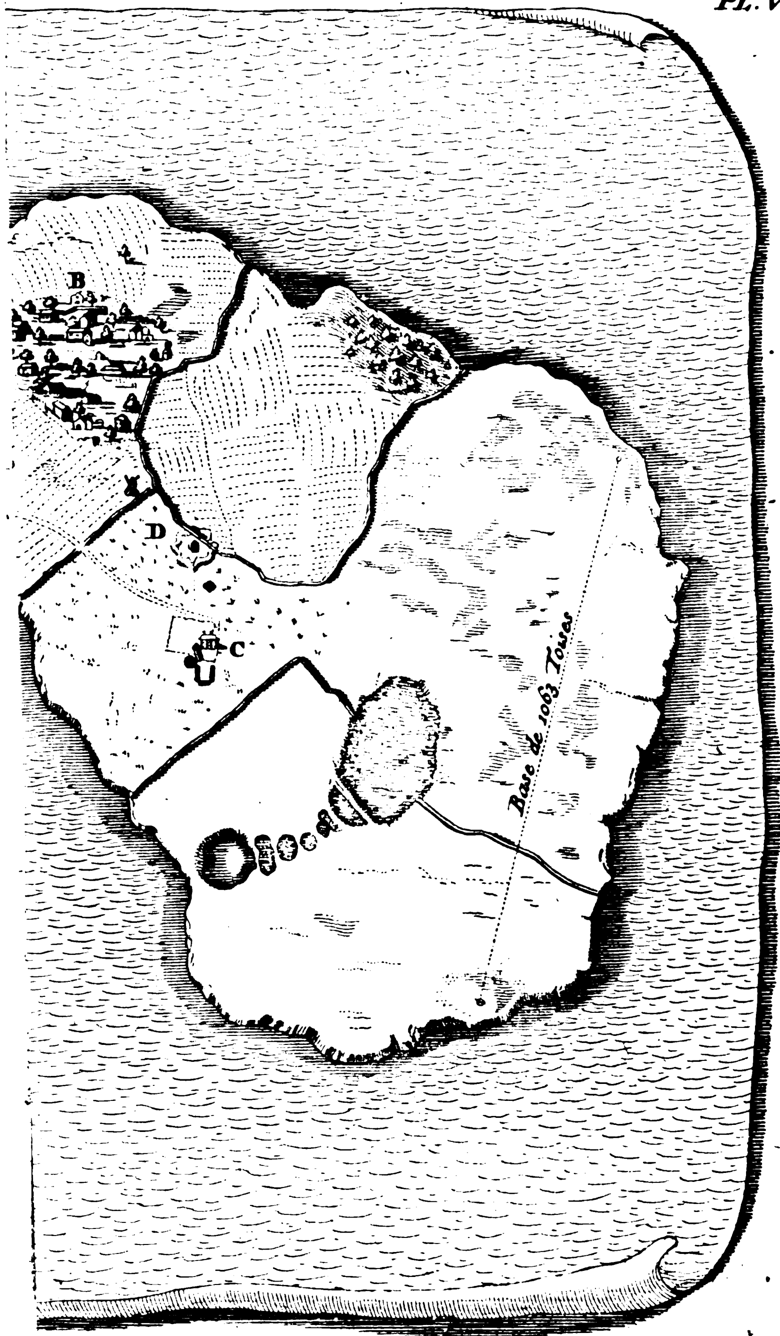
Pl. VII. Fig. 4. Puis au Triangle spherique CPE, PC le compl. de la latitude de Copenhague 34. 19. 15.
CE. 0. 20. 58.
Et l'Angle C. 85. 58. 55.

Donc PE le compl. de la latitude de Lunde de 34°. 17'. 50". & l'An-

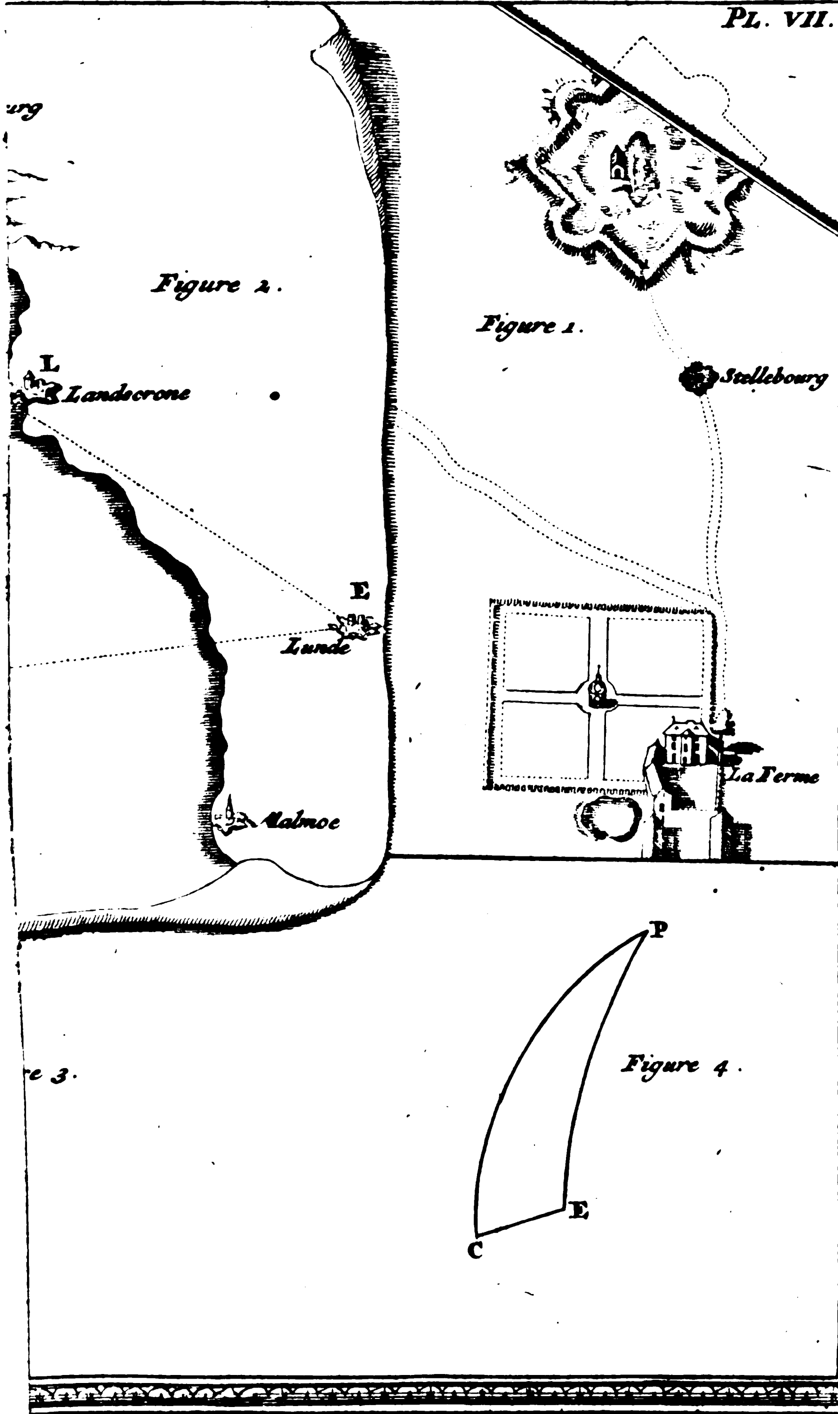
l'Angle P ou la difference de longitude entre Copenhague & Lunde de 37. minutes de degré, ou 2'. 28''. de temps; de laquelle difference ayant osté 29''. qu'il y a entre Copenhague & Uranibourg, on trouvera que Lunde est plus Oriental qu'Uranibourg de 1'. 59'. de temps.

Au reste les Observations tant des Planetes que des Etoiles Fixes, qu'il n'a pas esté necessaire de mettre dans cette Relation, & dont nous avons un Journal de huit mois entiers, se verront à la fin de celles de Tycho, ausquelles on a jugé plus à propos de les joindre.





Picard.


Pl. VII.
urg
Figure 2.
L
Landscrone
E
Lunde
Malmoe
Figure 1.
Stellebourg
La Ferme
P
Figure 4.
E
C
re 3.

Picard.

OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES

FAITES

EN DIVERS ENDROITS

DU ROYAUME

DE FRANCE.

Par MONSIEUR PICARD.

HAUTEUR
DU POLE DE LOUDUN.

APRE'S mon retour de Dannemark, quelques affaires domestiques m'appellerent en Anjou; & comme je ne voulois pas perdre l'occasion des Observations de Mars, dans un temps auquel cette Planete estoit tres-proche de la Terre, je portay avec moy une grande Horloge à pendule, ma Lunette de 14. pieds, & un quart de cercle semblable à celuy dont je m'estois servi en Dannemark.

Je pris mon chemin par la riviére de Loire jusques à Cande, où je me trouvay si proche de Loudun, que je ne pus m'empescher d'y aller observer là hauteur du Pole dont il y avoit longtemps que j'estois en doute, ne pouvant pas me persuader que Riccioli eust eû raison de diminuer d'un degré entier celle que M. Boüillaud avoir observée de 48°. 1'. 0".

Il est vray que je sçavois déja en gros que l'Observation de M. Boüillaud ne pouvoit pas subsister: mais pour en venir à la précision des minutes, les Cartes Géographiques sur lesquelles Riccioli avoit fondé sa correction, ne me sembloient pas un moyen qui fust suffisant.

Hauteurs Meridiennes observées au mois de Septembre 1672.

La Luisante de l'Aigle	51.	2.	50.	à Loudun.
	49.	13.	40.	à l'Observ. Royal.
Difference	1.	49.	10.	
La Polaire	51.	18.	40.	à l'Observ. Royal.
	49.	29.	20.	à Loudun.
Diff.	1.	49.	20.	

Soit

Soit donc la veritable difference de latitude entre Loudun & l'Observatoire Royal, de 1°. 49'. 15". & parce qu'à l'Observatoire Royal la hauteur du Pole purgée de la réfraction est de 48. 50'. 10". il s'ensuit que celle de Loudun, à l'endroit des Observations, qui fut au milieu de la Ville, est de 47. 0. 55.

C'est environ comme Riccioli avoit conjecturé, disant qu'il falloit necessairement que M. Bouïllaud eust compté par méprise 65°. 29'. 30". au lieu de 66. 29'. 30". pour la hauteur Meridienne du Soleil au Solstice d'Esté de l'année 1625. ce qui auroit causé l'erreur d'un degré entier à la hauteur du Pole qu'il avoit fondée sur cette Observation.

OBSERVATIONS DE MARS A BRION prés Beaufort en Anjou.

1672. le 29. Septembre au soir, le premier bord de Mars arriva au Méridien avec la derniére des trois petites Etoiles de l'eau d'Aquarius qui sont marquées ψ dans Bayérus : mais ce mesme bord estoit précedé de 1'. 1". de temps par la moyenne ψ, laquelle estoit plus boréale que le centre de Mars de 4'. 25".

La hauteur Méridienne du bord superieur de Mars fut de 31. 31'. 15".

Le diametre de cette Planete paroissoit alors d'environ 25". sur quoy il faut remarquer que c'estoit un mois aprés l'opposition durant laquelle il avoit paru de 30".

1. Octobre à 7^h. du soir, la difference Ascensionelle entre le premier bord de Mars & la moyenne ψ n'estoit plus que d'environ 4". de temps; Mars prenant son chemin comme s'il eust deû toucher cette Etoile: mais le mauvais temps interrompit les Observations jusques à 2^h. aprés minuit, que Mars ayant passé cette moyenne ψ, s'estoit placé entre elle & la premiére ou plus Occidentale des trois, & à 2^h. 30'. le second bord de Mars précedoit la moyenne ψ de 6". de temps.

Cette

Cette Observation est considerable, à cause du concours d'une autre faite presqu'en mesme temps en Caïenne par M. Richer, qui au soir du 1. Octobre à 10^{h}. 25'. observa que le premier bord de Mars venoit plustost à son Méridien que la moyenne ♃, de 7". de temps.

La difference de longitude entre Paris & Caïenne est d'environ 3^{h}. & 39'. dont il faut oster environ 11'. pour le lieu de nostre Observation, qui par consequent estoit Oriental à l'égard de Caïenne de 3^{h}. 28'. Il s'ensuit donc que les 10^{h}. 25'. du 1. Octobre au soir en Caïenne, correspondoient à 1^{h}. 53'. du 2. Octobre au matin à Brion; de maniére que mon Observation qui fut faite à 2^{h}. 30'. fut posterieure d'environ 37'. à celle de M. Richer, durant lequel temps Mars s'estoit écarté de la moyenne ♃ de deux tiers d'une seconde de temps qu'il faudroit oster de mon Observation: mais d'ailleurs il y faut ajouster 1". & $\frac{2}{3}$ pour le passage du disque de Mars, M. Richer ayant pris le premier bord, & moy le second; de sorte qu'aprés avoir fait toute la réduction necessaire, on verra que si j'eusse fait mon Observation à l'égard du premier bord de Mars, & en mesme temps que M. Richer, j'eusse trouvé comme luy 7. secondes de difference Ascensionelle entre Mars & la moyenne ♃, comme si cette Planete qui estoit beaucoup plus proche de nous que le Soleil n'avoit point eû de parallaxe sensible. Il est vray que de nos Observations il ne devoit résulter qu'environ la moitié de la parallaxe horizontale; mais on peut toûjours conclure que s'il y avoit eû quelque chose de fort sensible, on s'en seroit apperceû en cette rencontre. Et en effet M. Cassini trouva par ses Observations que la parallaxe de Mars estoit un peu moindre que le disque apparent de cette Planete.

Le 5. Octobre, au mesme lieu, la hauteur Méridienne du bord superieur de Mars fut de 31. 49'. 5".

La hauteur du Pole de Brion est de 47°. 26'. 25".



HAUTEUR DU POLE DE LA FLECHE.

Hauteurs Méridiennes observées vers le commencement d'Octobre 1672.

La Luisante de l'Aigle	50.	21.	55.	à la Fléche.
	49.	13.	40.	à l'Observatoire R.
Difference	1.	8.	15.	
La Polaire	51.	18.	40.	à l'Observatoire R.
	50.	10.	25.	à la Fléche.
Difference	1.	8.	15.	

Cette difference estant ostée de la hauteur du Pole de l'Observatoire Royal, il reste 47. 41'. 45". pour la hauteur du Pole de la Fléche à l'endroit des Observations qui est plus Méridional de 5". que le College Royal.

Il n'y eût pas lieu pour lors d'observer la difference de longitude à l'égard de Paris. Mais ensuite, sçavoir au commencement de l'année 1680. à mon retour de Brest, où j'avois esté envoyé, & dont il sera parlé cy-aprés, passant par la Fléche je fis une Observation du premier Satellite de Jupiter, laquelle eût sa correspondante à Paris.

1680. Janvier 6. au soir, Emersion du premier Satellite sortant de l'ombre de Jupiter.

6^h. 44'. 12". à la Fléche.
6. 54. 4. à Paris.
Donc difference 9'. 52". de temps ou 2°. 28".

OBSERVATION FAITES.
au Bas-Languedoc.

MERCURE, suivant les Tables Rudolphines, devoit traverser le disque du Soleil le 6. May de l'année 1674. depuis environ les six heures du matin jusques à 11. heures & ½ avant midy; & bien qu'ayant égard à ce qui avoit esté observé

le 3. May de l'année 1661. on ne deust point attendre la conjonction de Mercure avant la nuit d'entre le 6. & le 7. May: considerant néanmoins que les calculs des mouvemens de cette Planette, laquelle ne se voit que rarement, supposent beaucoup de choses qui sont encore incertaines, on jugea qu'il ne seroit peut-estre pas inutile d'envoyer un Observateur dans quelque endroit du Royaume, où le Ciel fust ordinairement plus serain qu'à Paris; & pour ce sujet on trouva bon que j'allasse au Bas-Languedoc. *Hevelius Machinæ Cælest. l. 2.*

J'arrivay à Montpellier vers la fin d'Avril, ayant fait porter mon quart de cercle de 3. pieds de rayon, une grande Horloge à pendule, & deux excellentes Lunettes, sçavoir mon ancienne de 14. pieds, & une nouvelle de 20. pieds.

Je commençay à disposer toutes choses dés le 3. May, & j'eûs soin de prendre garde au Soleil durant plusieurs jours; mais ce fut inutilement, parce que Mercure ne parut point: ce qui fut confirmé par M. Cassini & M. Romer, qui eûrent à Paris le temps assez favorable.

Cette Observation ayant donc manqué, je pris l'occasion de faire celles qui sont cy-aprés, & que j'ay jointes à d'autres qui furent faites en mesme jour à Paris, pour en marquer la difference.

Hauteurs Méridiennes du bord superieur du Soleil.

1674. May.	3.	62. 29. 55.	à Montpellier.
	5.	63. 4. 30.	
	6.	63. 21. 20.	
	9.	64. 10. 0.	
	22.	67. 9. 50.	à Montpellier.
		61. 56. 25.	à l'Observ. Royal.
	Diff.	5. 13. 25.	
	23.	67. 21. 20.	à Montpellier.
		62. 8. 5.	à l'Observ. Royal.
	Diff.	5. 13. 15.	

Hauteur Méridienne d'Arcturus.

May 18.	67°.	18'.	0".	à Montpellier.
	62.	4.	45.	à l'Observ. Royal.
Difference	5.	13.	15.	

J'observois sur une haute terrasse, proche la Canourgue, d'où je voyois la mer au Sud pardessus Magdelone, & au Sud Sud-Est, du costé d'Aiguemorte, la Touchante de la mer estant inclinée sous mon niveau de 14. à 15. minutes: mais afin de voir lever le Soleil sur la mer, & l'observer d'un lieu dont je pusse facilement mesurer la hauteur, il me vint en pensée d'aller au Cap de Sete, laissant là cependant les Observations de Montpellier sans en rien conclure, jusques à ce que j'en eusse fait la verification que l'on verra cy-aprés

AU CAP DE SETE PROCHE le nouveau Mole.

Hauteurs Méridiennes du bord superieur du Soleil.

May 26.	68°.	6'.	55".	à Sete.
	62.	40.	35.	à l'Observ. Royal.
Difference.	5.	26.	20.	
27.	68.	17'.	0".	à Sete.
	62.	50.	40.	à l'Observ. Royal.
30.	68°.	45'.	15".	à Sete.
	63°.	18.	35.	à l'Observ. Royal.
Difference.	5.	26.	40.	
31.	68°.	53'.	30".	à Sete.
Juin 2.	69°.	9.	35.	
3.	69°.	17.	30.	
4.	69°.	24.	15.	à Sete.
	63.	57.	30.	à l'Observ. Royal.
Difference.	5.	26.	45.	

Hau-

Hauteurs Méridiennes des Fixes.

May.	Arcturus	67. 31′. 10″. à Sete.
		62. 4. 45. à l'Observ. Royal.
	Difference.	5. 26. 25.
La Polaire sous le Pole.		46. 24′. 35″. à l'Observ. Royal.
		40. 58. 10. à Sete.
	Difference	5. 26. 25.

Nous prendrons pour la veritable difference 5. 26′. 30″. laquelle estant ostée de la hauteur du Pole de l'Observatoire Royal, il restera 43. 23. 40. pour la hauteur du Pole à Sete, de laquelle nous nous servirons cy-aprés dans les calculs pour les réfractions.

Hauteurs du bord superieur du Soleil pour l'Horloge.

26. May.

Au matin. L'Horloge.	Hauteurs.	*Aprés midy.* Hauteurs.	L'Horloge.
7^h. 43′. 33″. ½	33°. 40′. 0″.	33°. 42′. 15″.	4^h. 12′. 0″. ½
46. 17. ½	34. 9. 55.	34. 12. 15.	9. 15.
49. 4.	34. 40. 0.	34. 42. 15.	6. 29. ½
51. 48. ½	35. 10. 0.	35. 12. 15.	4. 3. 43.

Par ces Observations du Soleil l'Horloge tardoit à midy de 2′. 4″.

27. *May. Observations du Soleil pour les réfractions.*

Au matin.

L'Horloge.	
4h. 24′. 40″.	Le bord superieur du Soleil commença à sortir de la mer, estant bas 10′.
4. 25. 29.	Bord superieur. } 0. 0′. 0″.
28. 50.	Bord inferieur. }
4. 30. 0.	Le diametre vertical paroissoit large de 25′. 25″. seulement.

 Hau-

	Hauteurs du bord superieur.
4ʰ. 40. 12.	2°. 0′. 0″.
43. 32.	2. 30. 0.
46. 51.	3. 0. 0.
50. 5.	3. 30. 0.
53. 15.	4. 0. 0.
56. 21.	4. 29. 30.
59. 32.	5. 0. 0.
5ʰ. 2′. 41″.	5. 3′. 0″.
5. 45.	6. 0. 0.
8. 50.	6. 30. 0.
11. 55.	7. 0. 0.
14. 53.	7. 30. 0.
17. 54. ½	8. 0. 0.
20. 54.	8. 30. 0.
23. 54.	9. 0. 0.
26. 52.	9. 30. 0.
29. 49.	10. 0. 0.
32. 46.	10. 30. 0.
35. 43.	11. 0. 0.
38. 39. ½	11. 30. 0.
41. 35.	12. 0. 0.
44. 29.	12. 30. 0.
47. 24.	13. 0. 0.
50. 17. ½	13. 30. 0.
53. 10. ½	14. 0. 0.
56. 5.	14. 30. 0.
58. 56.	15. 0. 0.

6.

6h. 4. 40.	16. 0. 0.
10. 21.	17. 0. 0.
16. 3.	18. 0. 0.
30. 7.	20. 30. 0.
32. 56.	21. 0. 0.
35. 44.	21. 30. 0.
38. 31.½	22. 0. 0.

Le mesme jour 27. hauteurs du bord superieur du Soleil pour l'Horloge & pour les réfractions.

7h. 43. 3.½	33°. 40'. 0".	33°. 42'. 15".	4h. 12'. 40".
45. 48.	34. 10. 0.	34. 12. 15.	9. 54.½
48. 33.½	34. 40. 0.	34. 42. 10.	7. 9.½
51. 19.	35. 10. 0.	35. 12. 7.	4. 23.
54. 4.½	35. 40. 0.	35. 42. 7.	4. 1. 39.½

Par les Observations correspondantes, l'Horloge tardoit à midy de 2'. 8".½

Réfractions tirées des Observations cy-dessus.

		Réfractions.
Sous l'horizon. 10'. bas.		34'. 0".
Dans l'horizon.	Bord superieur.	37. 5.
	Bord inferieur.	36. 50.
	Hauteurs apparentes.	
	2°. 0'.	17'. 42".
	3. 0'.	12. 56.
	4. 0.	10. 40.
	5. 0.	9. 0.
	6. 0.	7. 25.
	7 0.	5 50.
	8. 0.	5. 36.

9.

9°. 0.	4'. 56".
10. 0.	4. 38.
11. 0.	4. 10.
12. 0.	3. 40.
13. 0.	3. 20.
14. 0.	3 10.
15. 0.	2. 50.
16. 0.	2. 30.
17. 0.	2. 28.
18. 0.	2. 0.
21. 0.	1. 43.
22 0	1. 39.

Il y a quelques réfractions qui ne se suivent pas bien; ce qui peut provenir tant des Observations que d'autres causes inconnuës. Nous avons supposé dans les calculs, qu'à midy la déclinaison du Soleil estoit de 21. 24'. 40". & qu'elle varioit de 10'. en 24. heures.

Le mesme jour 27. au soir, hauteurs du cœur du Lyon pour l'Horloge.

L'Horloge.	Hauteurs.
9h. 25'. 34". ½	31°. 40'.
28. 24.	31. 10.
31. 10.	30. 40.

28. *May au matin.*

L'Horloge.			Réfractions.
4h. 25'. 7".	Bord superieur du Soleil.	Dans l'horizon.	33'. 2".
28. 33.	Bord inferieur du Soleil.		32. 37.
	L'Horloge tardoit de 2'. 5".		

J'avois attribué à erreur d'Observation la difference qu'il y avoit

Pl. A.

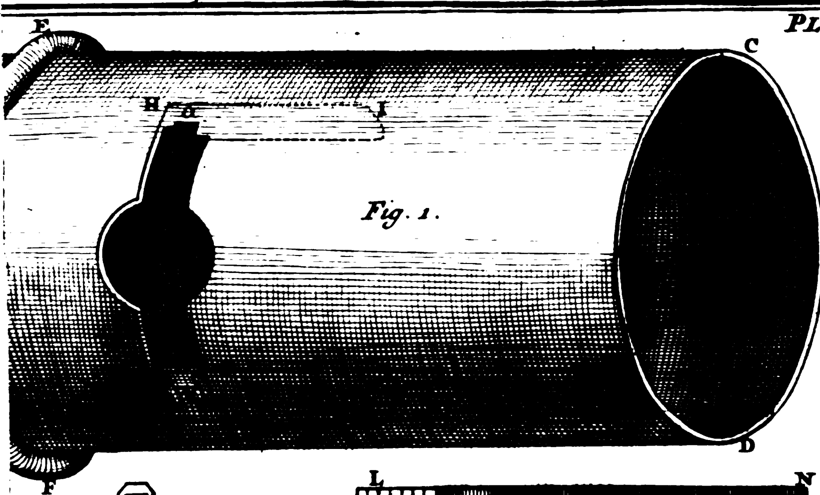


Fig. 1.

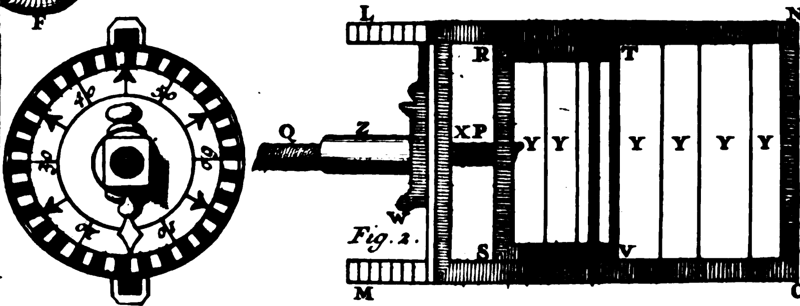


Fig. 2.

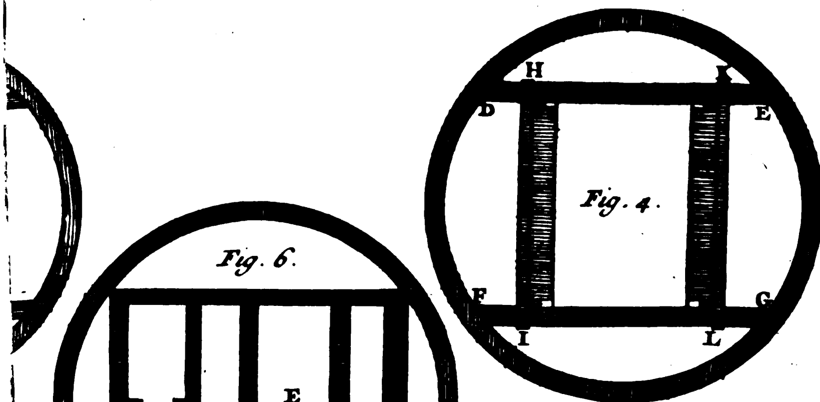


Fig. 4.

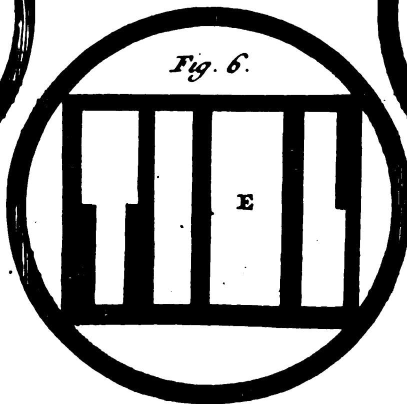


Fig. 6.

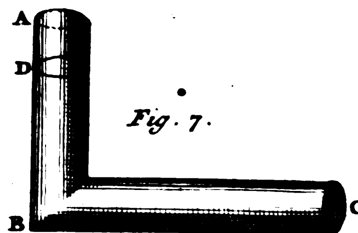
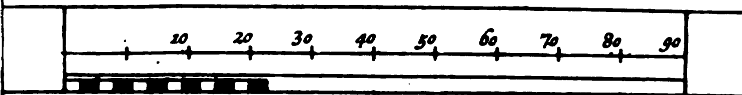
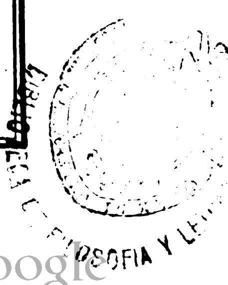


Fig. 7.



Micrometre.



avoit aux réfractions horizontales des deux bords du Soleil obſervées le 27. au matin: mais voyant cette difference confirmée par les Obſervations du 28. je ne pus juger autre choſe, ſinon que dans l'Obſervation du ſecond bord lors que le Soleil paroiſſoit tout entier ſur l'horizon, les réfractions devenoient moindres qu'auparavant. Cela me fit ſouvenir d'une Obſervation que j'avois faite lors que je travaillois à la meſure de la Terre. Car eſtant en Eſté, au haut du Mont-Valerien, un matin avant que le Soleil ſe levaſt, & m'eſtant aviſé de pointer un Quart-de-cercle vers le ſommet des Tours de Noſtre-Dame de Paris, je les trouvay baſſes de 20'. Mais le Soleil ne fut pas pluſtoſt levé, qu'elles parurent baſſes de 22'. & je n'eûs pas beaucoup de peine a concevoir, qu'avant le lever du Soleil, Paris avoit eſté dans un air beaucoup plus groſſier que celuy où j'eſtois, mais qu'enſuite, par l'action du Soleil, les vapeurs s'eſtant élevées, le milieu entre Paris & moy eſtoit devenu plus égal.

Mais pour revenir aux Obſervations de Sete, le lever du centre du Soleil ayant eſté le 27. à 4. heures 29'. 20". devoit enſuite arriver le 28. à 4. heures 28'. 32". & cependant il ne fut qu'à 4h. 28. 55. de ſorte qu'il tarda de 23". Mais on ne doit pas s'en étonner, conſiderant que la réfraction horizontale trouvée aux Obſervations du 28. eſtoit moindre d'environ 4'. que celle du 27.

30. *May. Hauteurs du bord ſuperieur du Soleil.*

Au matin. L'Horloge.		*Aprés midy.*	L'Horloge.
8h. 38'. 4".½	43°. 50'. 0".	43°. 51'. 35".	3h. 18'. 13".½
43. 42.	44. 50. 5.	44. 51 37.	12. 36.
46. 29. ½	45. 20. 0.	45. 21. 30.	3. 9. 48. ½

Par ces hauteurs l'Horloge tardoit à midy de 1'. 51".

Le mesme jour au soir. Hauteurs du cœur du Lyon pour l'Horloge.

L'Horloge.	
9h. 13'. 43".	31°. 40'. 0".
16. 33.½	31. 9. 30.
19. 18.	30. 40. 0.

De ces Observations & de celles du 27. il s'ensuit que l'Horloge tardoit par jour de 1"⅓ à l'égard du moyen mouvement, ce qui s'accordoit avec les Observations du Soleil.

31. *May au matin*

L'Horloge.			Réfractions.
4h. 22'. 9".	Bord superieur du Soleil	bas de	10'. 33'. 26".
34. 14.	Bord inferieur	haut de	1°. 22. 52.
50. 58.	Bord superieur	haut de	4°. 10. 24.
	L'Horloge tardoit de 1'. 46".		

Le lieu où j'observois estoit à 95. pied au dessus de la mer, sur une roche escarpée, dont la hauteur estoit facile à mesurer. Il y faut ajouster environ 5. pieds pour la hauteur de l'instrument; de maniére que suivant nostre mesure de la Terre, l'œil haut de 100. pieds devoit voir l'extrémité de la mer, basse de 11'. tout au moins; & cependant la Touchante de la mer ne me parut ordinairement inclinée que de 10'. ce qui estoit causé par la réfraction.

Un jour que cette Touchante m'avoit paru aussi-bien à midy qu'au matin, inclinée de 10'. je fis descendre le Quart-de-cercle à plusieurs stations differentes.

Hauteurs de l'œil.	*Inclinaisons de la Touchante de la mer.*
24. pieds.	5'. 30".
16.	4. 15.
8.	3. 0.
4.	2. 0.

Je

Je trouvay en suite par le calcul, que ce que j'avois obſervé eſtoit entiérement conforme à noſtre meſure de la Terre ; d'où je jugeay qu'il n'y avoit eû aucun mélange de réfraction aux Obſervations.

Premier Juin.

Je fis porter ce jour là le quart de cercle à Maguelone, pour y obſerver la hauteur Méridienne du Soleil.

Bord ſuperieur du Soleil.	68°. 54'. 50".	à Maguelone.
	63. 35. 10.	à l'Obſerv. Royal.
Difference	5. 19. 40.	

Cette difference entre Paris & Maguelone fut encore confirmée par les hauteurs Méridiennes du Soleil, qui furent obſervées à Sete devant & aprés, comme l'on peut voir cy-deſſus : de ſorte que la hauteur du Pole de Maguelone eſt de 43°. 30' 30".

2. *Juin à Sete.*

Premiére Emerſion du troiſiéme Satellite ſortant de l'ombre de Jupiter au ſoir à 10. heures 51'. 43".

3. *Juin à Sete.*

Premiére Emerſion du ſecond Satellite de Jupiter à 10. heures 13'. 38". du ſoir.

4. *Juin à Sete.*

Le Soleil qui ſe levoit à la gauche de Maguelone, parut éloigné du milieu de l'égliſe de 8°. 8'. ſçavoir

Le premier bord du Soleil à 4h. 23.' 55".
Et le ſecond bord à 4. 27. 0.½

D'où il s'enſuivit, ſupoſé la déclinaiſon du Soleil du 22. 34. 10. &

& la hauteur du Pole de 43°. 23'. 40". que le vertical de Maguelone déclinoit de 49°. 53'. 0". du Nord vers l'Orient.

Cette Observation me servit non seulement pour trouver la difference de longitude entre Sete & Montpellier, comme l'on verra cy-aprés, mais encore pour la déclinaison de l'aiguille aimantée qui me parut estre de 1°. 10'. du Nord vers le Couchant.

7. Juin à Sete.

Premiére Emersion du premier Satellite de Jupiter au matin, à 0^h. 40'. 22".

Je sceûs en suite que M. Cassini avoit observé à Paris une Emersion du mesme Satellite le 30. May à 10^h. 41'. 22". du soir; à quoy si on ajouste 7 jours, 1. heure, 53'. 30". de temps vray pour quatre révolutions du premier Satellite, on trouvera que l'Emersion correspondante à la nostre du 7. au matin, auroit deû estre observée à Paris à 0^h. 34'. 52". d'où il s'ensuivra que Sete est Oriental à l'égard de Paris de 5'. 30". de temps; ce qui sera verifié cy-aprés.

Le 2. Juin, je fus surpris de voir que la Touchante de la mer, qui auparavant avoit toûjours paru inclinée d'environ 10'. ne l'estoit plus que 8. comme si la mer s'estoit soulevée: mais comme je me persuadois facilement que cette variation estoit un effet des réfractions; pour m'en asseûrer davantage, je m'avisay de pointer le Quart-de-cercle vers le sommet de la Tour de Maguelone qui me parut bas de 6'. mon dessein estant de voir ensuite si j'y appercevrois quelque changement de mesme qu'à la mer, comme il arriva en effet : car le 4. au matin trouvant la mer encore moins basse de demi-minute que je ne l'avois observée le 2. je pointay incontinent vers la Tour de Maguelone qui parut haussée de demi-minute, ne se trouvant alors basse que de 5'. 30".

Au reste, durant tout le temps que je fus à Sete, j'eûs un soin particulier de bien examiner la longueur du pendule simple pour

les

les secondes de temps moyen, que je trouvay toûjours égale à celle que j'avois établie à Paris, de 36. pouces 8 lignes & ½.

CONTINUATION A MONTPELLIER.

Hauteurs Méridiennes du bord superieur du Soleil.

Juin 11.		69.	49.	0.	à Montpellier.
		64.	35.	35.	à l'Observ. Royal.
	Difference.	5.	13.	25.	
12.		69.	52.	45.	à Montpellier.
		64.	39.	30.	à l'Observ. Royal.
	Diff.	5.	13.	15.	
13.		69.	56.	0.	à Montpellier.
		64.	42.	45.	à l'Observ. Royal.
	Diff.	5.	13.	15.	

Ces Observations jointes à celles que j'avois faites avant que d'aller à Sete, me firent conclure que la veritable difference de latitude entre Montpellier & l'Observatoire Royal estoit de 5°. 13'. 20".

Hauteur du Pole de l'Observatoire Royal,	48.	50.	10.
Difference à oster,	5.	13.	20.
Donc hauteur du Pole à Montpellier,	43.	36.	50.

C'est environ 50'. plus qu'il ne paroist dans les Cartes de Sanson, dans lesquelles l'intervalle entre Lyon & la mer Mediterranée est trop grand de plus de 20. lieuës communes.

OBSERVATIONS DES SATELLITES de Jupiter

11. Juin à Montpellier, Emersion du second Satellite sortant de l'ombre de Jupiter à 0h. 48'. 52". du matin.

15. Juin au soir, Emersion du premier.

$9^h. 2'. 25''.$ à Montpellier.

8. 56. 15. à l'Observatoire Royal.

Difference o. 6. 10. dont Montpellier est oriental à l'égard de Paris, laquelle difference s'accorde tres-bien avec celle que nous avons trouvée cy-dessus entre Paris & Sete; sçavoir de 5'. 30''. supposé que Sete soit Occidental à l'égard de Montpellier de 40''. ce qu'il nous fut facile de sçavoir.

Sete & Montpellier ne sont pas en veuë l'un de l'autre, mais l'Eglise de Maguelone est veuë de tous les deux, ce qui suffisoit. Or par les Observations du 4. Juin à Sete, j'avois sceû la position du vertical de Maguelone; & en suite, par le calcul supposé, les hauteurs du Pole de ces deux lieux, j'avois trouvé que l'Eglise de Maguelone estoit orientale de 44''. il ne restoit plus sinon de connoistre Maguelone à l'égard de Montpellier. C'est pourquoy le 15. Juin estant à Montpellier dans l'endroit marqué cy-dessus, j'observay tant au matin qu'au soir plusieurs distances horizontales entre le milieu de l'Eglise de Maguelone & le Soleil, par lesquelles je sceûs que le vertical de Maguelone déclinoit de 3°. 17. du Midy à l'Orient; d'où enfin supposé, les hauteurs du Pole, je conclus que l'Eglise de Maguelone estoit Orientale de 2''. lesquelles il falloit oster des 44''. trouvées cy-dessus entre Sete & Maguelone; de sorte qu'il restoit 42''. de difference entre Sete & Montpellier, ce qui ne s'éloigne que de 2''. de ce que nous avions supposé.

La déclinaison de l'aiguille aimantée fut trouvée à Montpellier de 1°. 10'. du Nord vers le Couchant de mesme qu'à Sete.

Je ne dois pas omettre qu'à Montpellier un Barometre commun bien vuide d'air, & qui estoit en experience depuis plus d'un an, n'avoit jamais esté plus haut que de 28. pouces & 1. ligne, ni moins que de 27. pouces & 1. ligne. Ce Barometre estoit placé environ à 26. toises au dessus du niveau de la mer; au lieu que j'en ay un à l'Observatoire Royal, qui estant environ à 44. toises

toiſes au deſſus de la mer, varie entre 27. pouces 10. lignes & 28. pouces 6. lignes.

HAUTEUR DU POLE DE LYON.

Hauteur Meridiennes du bord ſuperieur du Soleil.

1674. 22. Juin.	67°. 59'. 5".	à Lyon.
	64. 55. 15.	à l'Obſerv. Royal.
Difference	3. 3. 50.	
23.	67. 58. 20.	à Lyon.
	64. 54. 30.	à l'Obſerv. Royal.
Difference	3. 3. 50.	

Hauteurs Meridiennes des Fixes.

Arcturus	65. 8. 35.	à Lyon.
	62. 4. 45.	à l'Obſerv. Royal.
Difference	3. 3. 50.	
La penultiéme de la queuë de la petite Ourſe		
	52. 27. 50.	à l'Obſerv. Royal.
	49. 24. 5.	à Lyon
Difference	3. 3. 45.	
La Luiſante de l'Aigle	52. 17. 35.	à Lyon.
	49. 13. 45.	à l'Obſerv. Royal.

Soit la difference de latitude entre l'Obſervatoire Royal & Lyon proche la Maiſon de Ville, 3°. 3'. 50".

Hauteur du Pole de l'Obſervatoire 48. 50. 10.

Difference 3. 3. 50.

Donc hauteur du Pole de Lyon. 45. 46. 20.

Je fus fort aiſe de voir que mes Obſervations s'accordoient avec celles de M. Mouton, qui a établi la hauteur du Pole de Lyon de 45. 46. 30. J'euſſe bien voulu pouvoir faire quelque choſe *Obſervationes diam. ſolis & lunæ.*

chose à l'égard de la difference de longitude, mais l'occasion ne s'en presenta pas.

M. Mouton au Traité qu'il a fait de la mesure universelle, dit qu'à Lyon un Pendule simple de longueur égale à celle du pied de Paris, dont la grandeur luy avoit esté donnée par M. Auzout, doit faire 3140 4/10 vibrations dans une demi-heure de temps; d'où il s'ensuivroit que la longueur du Pendule à secondes seroit de 36. pouces 6. lignes 3/10 du pied de Paris. Cela m'obligea d'examiner la chose fort soigneusement durant tout le temps que je fus à Lyon, me servant pour cét effet de ma grande Horloge comme j'avois fait ailleurs; & aprés tout, je demeuray convaincu que la veritable longueur du Pendule simple estoit à Lyon de 36. pouces 8. lignes & 1/2 aussi-bien que par tout ailleurs où je l'avois observée.

Il est vray que par les Observations de M. Richer, le Pendule à secondes s'est trouvé plus court en Caïenne qu'à Paris d'une ligne entiere, & qu'ainsi il pourroit bien y avoir quelque difference à la longueur du Pendule en divers Climats: mais je puis asseûrer que cette difference, supposé qu'il y en ait, doit estre bien petite entre Uranibourg & le Cap de Sete. Caïenne est environ à 4°. 56'. 45". de latitude, Sete à 43°. 23'. 40". & Uranibourg à 55°. 54'. 15". de sorte que la distance qu'il y a entre les Paralleles de Caïenne & de Sete, est un peu plus que triple de celle qu'il y a entre Sete & Uranibourg: mais il n'en est pas de mesme de la difference de grandeur qui est tout au plus double; car supposé que le Parallele de Caïenne vaille 10. celuy de Sete sera environ 7. & celuy d'Uranibourg environ 5 1/2; ce que j'éxpose pour faire voir que si entre Caïenne & Sete il y a une ligne de difference au Pendule, & que ce soit à cause de la difference des Paralleles, il y aura lieu de s'étonner qu'entre Sete & Uranibourg on ne se puisse appercevoir d'aucune difference à la longueur du Pendule.

FIN.

O B-

OBSERVATIONS
FAITES
A BREST ET A NANTES
pendant l'année 1679.

Par Messieurs PICARD & DE LA HIRE.

OBSERVATIONS
FAITES
A BREST ET A NANTES.

APRÈS que Sa Majesté eût esté informée des Observations que Messieurs de l'Academie des Sciences avoient faites par son ordre en divers lieux hors du Royaume, Elle leur ordonna de s'appliquer à dresser une Carte de toute la France avec la plus grande exactitude qu'il seroit possible. Cette entreprise avoit esté tentée plusieurs fois, & n'avoit pû réüssir faute des moyens que nous avons aujourd'huy, qui sont les Horloges à Pendules, & les grandes Lunettes dont on se sert pour découvrir les Eclipses des Satellites de Jupiter, qui est la voye la plus seûre pour déterminer la difference des Meridiens.

On avoit déja commencé plusieurs descriptions particulieres des Costes ausquelles de tres-habiles Ingenieurs travailloient par ordre de Sa Majesté, pour la seûreté de la navigation : mais quelqu'exactitude que l'on puisse apporter à ces sortes d'ouvrages separez, on n'en sçauroit faire un juste assemblage sans le secours des Observations celestes. Ce fut ce qui donna occasion de déterminer la position du Port de Brest, qui est situé dans la partie la plus Occidentale du Royaume.

Nous partismes de Paris pour ce sujet vers la fin du mois d'Aoust, portant avec nous les instrumens qui estoient necessaires pour les Observations, & nous arrivasmes à Brest le 8. du mois de Septembre. Ayant fait voir nos ordres à Monsieur l'Intendant, il nous plaça dans le Jardin du Roy, qui estoit le lieu que nous jugeasmes le plus commode pour les Observations que nous voulions faire.

A BREST

le 10. *Septembre* 1679. *Hauteur du bord ſuperieur du Soleil pour connoiſtre l'eſtat de l'Horloge.*

Au matin.	*Hauteurs.*	*Au ſoir.*
9h. 1′. 52″.	32°. 59′. 40″.	2h. 52′. 45″.
5. 32.	32. 29. 40.	49. 5.
9. 20.	33. 59. 40.	45. 20.

Correction des temps du ſoir additive 33 ½.
Donc l'Horloge tarde à midy de 2′. 24″ ½.

Le meſme jour au ſoir, hauteurs Orientales d'Algenib.

9h. 30′. 25″ ½.	37°. 59′. 40″.
40. 32 ½.	39. 29. 40.
43. 58.	39. 59. 40.
47. 25.	40. 29. 40.

Le 11. *Sept. immerſion du premier Satellite dans l'ombre de* ♃.

Au matin à 0h. 19′. 58″. de l'Horloge.

Hauteur Meridienne ſuperieure de l'Etoile Polaire.

50°. 49′. 45″.

Hauteurs Occidentales d'Algenib.

3h. 27′. 10″.	40°. 29′. 40″.
30. 38.	39. 59. 40.
34. 1 ½.	39. 29. 40.
44. 14.	37. 59. 40.

Ces

Ces Obſervations eſtant comparées avec celles qui avoient eſté faites le ſoir précedent, il s'enſuit qu'Algenib avoit eſté au Meridien le matin à $0^h. 37'. 18''\frac{1}{2}$. de l'Horloge, & par conſequent $17'. 21''$. aprés l'immerſion du Satellite de ♃.

Quoy-que nous ne ſceuſſions pas encore parfaitement l'eſtat de l'Horloge à l'égard du moyen mouvement, nous avions pourtant obſervé qu'un Pendule ſimple de longueur juſte pour les ſecondes de temps moyen eſtoit d'accord avec l'Horloge pendant plus d'une heure, ce qui faiſoit voir qu'elle eſtoit à peu prés au moyen mouvement, & ſuivant cette ſuppoſition ſon retardement, qui à midy avoit eſté de $2'. 24''\frac{1}{2}$. devoit eſtre à minuit environ de $2'. 34''$. mais nous ſceuſmes la choſe plus préciſément en ſuite des Obſervations d'Algenib faites le 14. & le 28.

Le 13. Sept. hauteur Meridienne du bord ſuper. du ☉.

$45°. 35'. 20''$.

Hauteur Meridienne de la plus claire de l'Aigle.

	49°.	41'.	20".
A Paris	49.	14.	40.
Difference		26.	40.

Le meſme jour au ſoir, hauteurs Occidentales de l'Etoile de l'Aigle pour l'Horloge qui avoit eſté arreſtée, & dont on fut obligé de charger le gros poids.

10h.	56'.	23".	36°.	59'.	40".
11.	0.	3.	36.	29.	40.
	3.	42½.	35.	59.	40.

Le 14. Sept. au matin, hauteur Meridienne d'Algenib.

$55°. 2'. 20''$.

La plus grande hauteur de la Polaire.

	50°. 49'. 50".
Mais à Paris	51. 16. 30.
Difference	0. 26. 40.

Il s'ensuit des précedentes hauteurs Merid. tant de la Polaire que de l'Aigle, que la hauteur du Pole dans le Jardin du Roy à Brest est de 48°. 23'. 30".

La hauteur du Pole estant à Paris à l'Observatoire 48°. 50'. 10".

Le mesme jour au matin, hauteurs Occidentales d'Algenib.

4h. 0' 27".	34°. 59'. 40".
3. 40.	34. 29. 40.
6. 51.	33. 59. 40.
10. 1.	33. 29. 40.
13. 11.	32. 59. 40.
22. 39.	31. 29. 40.
24. 40.	31. 10. 25.

Ces Observations avec celles qui furent faites le 28. serviront à déterminer le temps vray du passage d'Algenib pour l'11. au matin: car par les Observations du 28. on trouva qu'entre l'arrivée d'Algenib au Meridien, & sa hauteur de 32°. 59'. 40". il y avoit 3h. 39'. 15". de l'Horloge, qui estant ostées de 4h. 13'. 11". qui est une des Observations cy-dessus, il restera 0h. 33'. 56". de l'Horloge qui avançoit de 4'. 49". & par consequent Algenib fut au Meridien le 14. au matin à 0h. 29'. 7". à quoy ayant adjousté 10'. 45". de temps vray pour 3. jours, il s'ensuit qu'Algenib fut au Meridien l'11. au matin à 0h. 39'. 52".

Le

Le mesme jour 14. Sept. hauteurs du bord superieur du ☉ pour l'Horloge.

Au matin.		Au soir.
8h. 32'. 2".	26°. 29'. 40".	3h. 36'. 26".
38. 47.	27. 29. 40.	29. 39.
42. 17.	27. 59. 40.	26. 9.
45. 47.	28. 29. 40.	22. 42.

La correction additive pour les temps du soir estant de 36" ½. il se trouve que l'Horloge avançoit à midy de 4'. 32".

Le 16. Sept. hauteurs d'Aquila pour l'Horloge, au soir.

10h. 43'. 52".	36°. 59'. 40".
47. 31.	36. 29. 40.
51. 10.	35. 59. 40.

Ces Observations comparées avec celles du soir précedent, font voir que l'Horloge tardoit par jour de 15". à l'égard du moyen mouvement: ce qui ne doit rien conclure pour le 10. & l'11. jour, à cause du changement qui y avoit esté fait depuis, par l'augmentation du gros poids.

Le 17. Sept. hauteurs du bord superieur du ☉ pour l'Horloge.

Au matin.		Au soir.
7h. 34'. 10".	16°. 59'. 40".	4h. 30'. 33".
40. 39.	17. 59. 40.	24. 4½.
47. 0.	18. 59. 40.	17. 42.

D'où il s'ensuit que l'Horloge avançoit à midy de 2'. 42". & qu'elle tardoit à l'égard du moyen mouvement d'environ 15". par jour, de mesme que par Aquila.

Hau-

Hauteur Meridienne du bord ſuperieur du ☉.

44°. 2'. 40".

Le 20. Sept. Aquila pour l'Horloge au ſoir.

10.h 27'. 8".	36°. 29'. 40".
30. 48.	36. 29. 40.
34. 27.	35. 59. 40.

D'où l'on connoiſt que le retardement de l'Horloge à l'égard du moyen mouvement, eſtoit toûjours de 15". par jour, comme on avoit trouvé auparavant.

Le 25. Sept. au matin, immerſion du premier Satellite dans l'ombre de ♃.

A 4h. 13'. 54". de l'Horloge qui tardoit alors de 2'. 2".
Donc temps vray de l'immerſion 4h. 15'. 56".

Hauteurs du Soleil pour l'Horloge.

Au matin.		*Au ſoir.*
7h. 16'. 8".	12°. 29'. 50".	4h. 38'. 45".
23. 10.	13. 36. 20.	31. 44.
28. 46.	14. 29. 0.	26. 9.

Correction additive pour le temps du ſoir 41".
Donc retardement de l'Horloge à midy 2'. 12"½.

Le 26. Sept. hauteurs du bord ſuper. du ☉ pour l'Horloge.

Au matin.		
9h. 55'. 27".	33°. 59'. 40".	1h. 58'. 27".
10. 0. 30.	34. 29. 40.	53. 22.
5. 41.	34. 59. 40.	48. 15.

Cor-

Correction 36". Donc retardement à midy 2'. 45".

Hauteurs d'Aquila pour l'Horloge.

Au soir.	
10h. 1'. 56".	36°. 59'. 40".
9. 15½.	35. 59. 40.

Donc l'Horloge a tardé du moyen mouvement de 16". par jour environ, depuis le 20.

Le 27. Sept. hauteurs du bord superieur du ⊙ pour l'Horloge.

Au matin.		Au soir.
9h. 12'. 14".	28°. 49'. 40".	2h. 40'. 31".
26. 1½.	30. 49. 40.	26. 42.
30. 22.	30. 59. 40.	22. 22½.

Correction 38". additive au temps du soir: Donc retardement à midy 3'. 19".

Hauteurs Orientales d'Algenib au soir.

6h. 57'. 31".	23°. 29'. 40".
7. 0. 34.	23. 59. 40.
44. 32½.	31. 10. 25.
56. 2.	32. 59. 40.

Le 28. Sept. hauteurs Occidentales d'Algenib au matin.

3h. 14'. 32"½.	32°. 59'. 40".
26. 1.	31. 10. 25.
4. 13. 3.	23. 29. 40.

De ces hauteurs comparées avec celles du soir précedent, il s'ensuit qu'Algenib fut au meridien à 11h. 35'. 17". de l'Horloge, laquelle retardoit de 3'. 36". & par consequent Algenib passa au Meridien à 11h. 38'. 53". de temps vray.

R D'où

D'où il s'ensuit encore que l'11. du mesme mois au matin à 0^h. 39'. 52". de temps vray, Algenib avoit esté au Meridien; & parce que l'immersion du Satellite de Jupiter qui avoit esté observée le mesme jour, avoit précedé de 17'. 21". il s'ensuit que le temps vray de ladite immersion fut à 0^h. 22'. 31". mais la mesme fut observée à Paris à 0. 50. 8. Il s'ensuit donc que Paris est plus Oriental que Brest de 27'. 37".

La difference des Meridiens ainsi trouvée entre Paris & Brest par l'Observation du 11. fut confirmée par celle du 25. faite à Brest à 4^h. 15'. 56". du matin: car ajoustant 1^j. 18^h. 20'. 9". de temps vray pour une révolution du premier Satellite, on trouvera que la suivante immersion deut estre le 26. à 10^h. 45'. 5". de temps vray à Brest; mais elle fut observée à Paris à 11^h. 12'. 39". Donc difference entre Paris & Brest 0^h. 27'. 34".

Le susdit intervalle de temps vray pour une révolution du premier Satellite, tel qu'il devoit estre alors, est conclu des Observations qui avoient esté faites tant à Paris qu'à Brest, dont voicy la Liste.

Immersions du premier Satellite de Jupiter.

Sept.	3^j.	10^h.	53'.	23".	à Paris.
	10.	12.	50.	8.	à Paris.
	19.	9.	16.	3.	à Paris.
	26.	11.	12.	39.	à Paris.
	10.	12.	22.	30. $\frac{1}{2}$.	à Brest.
	24.	16.	15.	56.	à Brest.

Nous poserons donc pour la difference de longitude entre Paris & Brest 0^h. 27'. 36". ou 6°. 54'.

Le Jardin du Roy où nous observions estoit plus Septentrional de 30'. que la Tour de Cesar qui est dans le Chasteau à l'entrée du Port, mais environ sous un mesme Meridien: de sorte que sans rien changer à la difference de longitude, & ostant seulement

ment 30″. de la hauteur de Pole trouvée cy-dessus, on aura les Observations comme si elles avoient esté faites dans le Chasteau.

Hauteur de Pole du Chasteau de Brest 48°. 23′. 0″.

Difference de longitude Occidentale avec Paris 6°. 54′. ou bien 0^h^. 27′. 36″.

OBSERVATIONS SUR LA VARIATION de l'Aiman.

Nous avions posé dans le Jardin du Roy une pierre de niveau & bien stable, sur laquelle nous traçasmes une ligne Meridienne par le moyen de l'ombre du fil d'un plomb, au moment du passage du Soleil par le Meridien; ce que nous connoissions parfaitement par le moyen de l'Horloge: & nous trouvasmes par plusieurs observations réiterées, qu'une aiguille aimantée, & longue de six pouces, déclinoit du Nord vers le couchant de 1°. 45′.

OBSERVATION POUR LES REFRACTIONS.

Nous portasmes le quart de cercle sur un lieu élevé, d'où l'on voyoit l'Occean, par l'emboucheure de la baye appellée le Goulet; & ayant pointé le quart de cercle à l'horizon de la mer, nous trouvasmes qu'il estoit baissé sous le niveau de 11′. 20″. Nous mesurasmes ensuite la hauteur que l'œil avoit eûë au dessus de la mer, & nous la trouvasmes de 136. pieds; & posant le demidiametre de la terre de 3269297. toises, suivant la mesure de M. Picard, ladite inclination devoit estre de 12′. 40″. de sorte qu'il y avoit 1′. 20″. de réfraction.

OBSERVATIONS POUR LES MARÉES.

Le Jardin du Roy où nous observions à Brest ayant veûë sur le Port où la mer est ordinairement fort en repos, cela nous donna occasion de faire quelques Observations sur les marées.

 Sep-

Septembre.	H. M. S. du Soleil.	H. M. S. de la Lune.	
Vent d'Oûëst, 18.	2. 25. 30. du soir.	3. 51. 10. Orient.	Haute mer.
Vent d'Oûëst, 19.	3. 13. 30. du soir.	3. 43. 30. Orient.	Haute mer.
Vent de Nord, 21.	10. 29. 30. du matin.	9. 17. 10. Occid.	Basse mer.
Vent de Nord, 22.	11. 41. 45. du soir.	9. 8. 0. Orient.	Basse mer.
Calme, 24.	0. 25. 30. du matin.	8. 52. 30. Orient.	Basse mer.
	0. 46. 30. du soir.	8. 46. 30. Occid.	Basse mer.
25.	1. 12. 30. du matin.	8. 43. 0. Orient.	Basse mer.
	1. 34. 30. du soir.	8. 36. 10. Occid.	Basse mer.
Vent d'Oûëst, 26.	1. 56. 40. du matin.	8. 31. 0. Orient.	Basse mer.
	8. 6. 45. du matin.	2. 28. 30. Occid.	Basse mer.
27.	3. 38. 30. du matin.	9. 18. 30. Orient.	Basse mer.
	9. 16. 30. du matin	2. 45. 0. Occid.	Haute mer.
	10. 9. 30. du soir.	3. 6. 30. Orient.	Haute mer.
Calme, 28.	10. 47. 0. du matin.	3. 23. 0. Occid.	Haute mer.

Pour ces Obſervations, on n'attendoit pas que la mer fuſt tout-à-fait haute ou tout-à-fait baſſe, parce qu'alors elle demeure trop long-temps en eſtat; mais on marquoit deux temps éloignez devant & aprés auſquels elle ſe trouvoit à certaine hauteur préciſe qui duroit ſi peu que nous n'avons point fait de difficulté de marquer juſques aux ſecondes; puis on prenoit le milieu du temps qui s'eſtoit écoulé entre les Obſervations. La colomne qui contient les heures de la Lune fait voir dans quel cercle horaire la Lune ſe trouvoit ſoit vers l'Orient, ſoit vers l'Occident, au moment que la mer eſtoit haute ou baſſe; ce qui n'a pas eſté ſans une variation conſiderable, laquelle pourroit bien avoir eſté cauſée par les fre-

frequentes tempestes dont l'Occean fut agité durant ce temps-là.

Nous laissasmes un Barometre simple entre les mains de M. Olivier Medecin de la Marine, tres-habile & tres-curieux, qui aprés environ six mois d'Observations, nous fit rapport qu'à Brest la hauteur du Vif-argent avoit varié entre 27. pouces 8. lignes, & 26. pouces 1. ligne; ce qui est fort different de ce qu'on observe à Paris & à Montpellier, comme on peut voir cy-dessus.

A NANTES.

Hauteurs Meridiennes observées au mois de Décembre 1679.

La Luisante d'Aries	64°.	42'.	35''.	à Nantes.
	64.	13.	55.	à la Fléche.
Difference	0.	28.	40.	
Menkar	45.	36.	30.	à Nantes.
	45.	7.	45.	à la Fléche.
Difference	0.	28.	45.	
La Polaire	50.	7.	25.	à la Fléche.
	49.	38.	45.	à Nantes.
Difference	0.	28.	40.	

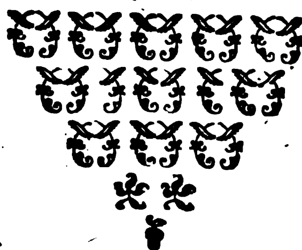
Les Observations furent faites à Nantes proche le Chasteau. On les a mises en comparaison avec d'autres qui furent faites à la Fléche peu de jours aprés, parce qu'on n'en avoit point de Paris.

Hauteur du Pole de la Fléche	47.	41.	50.
Difference à oster	0.	28.	40.
Donc à Nantes hauteur du Pole	47.	13.	10.

Emersion du premier Satellite sortant de l'ombre de Jupiter.

Le 14. Décembre 1679. au soir à 4^h. 46'. 40". à l'Observ. Royal.
4. 31. 10. à Nantes.
Difference 0. 15. 30.
ou 3°. 52'. 30". dont Nantes est plus Occidental que Paris.

F I N.



OBSERVATIONS
FAITES
A BAYONNE, BORDEAUX,
ET ROYAN
pendant l'année 1680.

Par Mess.

PICARD & DE LA HIRE.

OBSERVATIONS
FAITES
A BAYONNE, BORDEAUX, ET ROYAN.

DANS la continuation du dessein de la Carte générale de la France, comme dans l'année précedente on avoit commencé par la position des Costes de Bretagne; Sa Majesté nous ordonna d'aller à Bayonne & sur les Costes de Guyenne & de Xaintonge pour en déterminer les points principaux, & de prendre pour cét effet le temps des vacances, comme on avoit fait l'année d'auparavant; d'autant que les Observations des Eclipses des Satellites de Jupiter qui servent pour ces déterminations, se presentoient à faire principalement dans cette saison.

Suivant cét ordre nous partismes de Paris au mois d'Aoust pour Bayonne, où nous arrivasmes le 8. de Septembre.

Ayant consideré d'abord la situation du lieu, nous ne trouvasmes point de poste plus propre pour nostre dessein qu'un Jardin en terrasse sur le bord de la Dour, environ à 100. toises hors la Porte de Moncerolle, où nous fismes les Observations qui s'ensuivent.

A BAYONNE.

Le 10. Sept. hauteur Meridienne du bord superieur du Soleil.

		51°. 21'. 0".
Mais à Paris		46. 0. 30.
	Difference	5. 20. 30.

Le

Le 11. Sept. hauteur Meridienne du bord ſuper. du Soleil.

	50°.	58′.	5″.
Mais à Paris	45.	37.	25.
Difference	5.	20.	40.

Le meſme jour au ſoir, hauteur Meridienne d'Aquila.

	54°.	35′.	35″.
A Paris	49.	14.	55.
Difference	5.	20.	35.

Le 12. Sept. au matin, la plus grande hauteur de la Polaire.

	45°.	55′.	40″.
A Paris	51.	16.	10.
Difference	5.	20.	30.

Le 13. Sept. hauteur Meridienne d'Aquila.

54°. 35′. 35″.

Le 14. Sept. Immerſion du premier Satellite dans l'ombre de ♃.

Au ſoir à	10h.	31′.	55″.
A Paris à	10.	47.	13.
Difference		15.	18.

Le 21. Sept. hauteur Meridienne du bord ſuperieur du Soleil.

47°. 5′. 55″.

Le 22. Sept. Immerſion du premier Satellite dans l'ombre de ♃.

Au matin à	0h.	28′.	20″.
A Paris à	0″.	43.	35.
Difference		15.	15.

La

La plus grande hauteur de la Polaire.

45°. 55'. 40".

Hauteur Meridienne du bord superieur du Soleil.

46°. 42'. 15".

Le 24. Sept. hauteur Meridienne du bord superieur du Soleil.

45°. 55'. 10".

Le 29. Sept. Immersion du premier Satellite de Jupiter.

Au matin à 2h. 25'. 0".

Le 6. Octobre, Immersion du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter.

Au matin à	4h. 21'. 8".
A Paris à	4. 36. 20.
Difference	15. 12.

Il s'ensuit des Observations précedentes, premierement que la difference entre la hauteur du Pole de l'Observatoire Royal & celle du lieu de nos Observations à Bayonne estoit de 5°. 20' 30". à laquelle il faut ajouster 10". pour la difference des réfractions; & d'ailleurs, pour réduire les Observations au conflent des Rivieres de la Dour & de la Niéve, & pour désigner la Ville par ce lieu-la, il faut oster à la difference trouvée cy-dessus 15".

Difference entre l'Observatoire Royal & Bayonne	5°.	20'.	25".
Hauteur de Pole de l'Observatoire Royal	48.	50.	10.
Donc hauteur de Pole de Bayonne	43.	29.	45.

Et à l'égard de la difference des Meridiens, prenant un milieu entre les Observations, il s'ensuit que Bayonne est plus vers l'Occident que Paris de 15'. 15". ou 3°. 48'. 45".

OBSERVATION DE LA DECLINAISON de l'Aiguille aimantée.

PAR les Obſervations de l'Aiguille aimantée faites de la meſme maniere que nous avions fait à Breſt & avec la meſme Bouſſole, nous trouvaſmes que la déclinaiſon eſtoit du Nord au Couchant de 1°. 20'.

OBSERVATIONS SUR LES MARE'ES.

COMME la marée monte conſiderablement dans la Dour, & que nous la pouvions voir commodément, nous fiſmes les Obſervations ſuivantes de la meſme maniere que nous avions fait à Breſt.

	Septembre.	H. M. S. du Soleil.	H. M. S. de la Lune.	
Calme,	12.	0. 1. 0. du matin.	9. 13. 0. Orient.	Baſſe mer.
		0. 24. 30. du ſoir.	9. 9. 0. Occid.	Baſſe mer.
Calme, Sud. Nordoûeſt,	13.	0. 43. 0. du matin.	9. 0. 0. Orient.	Baſſe mer.
		1. 8. 45. du ſoir.	8. 58. 0. Occid.	Baſſe mer.
Calme,	14.	1. 34. 30. du matin.	8. 54. 30. Orient.	Baſſe mer.
		2. 0. 30. du ſoir.	8. 52. 0. Occid.	Baſſe mer.
Sudeſt,	15.	2. 35. 30. du matin.	8. 59. 0. Orient	Baſſe mer.
		3. 8. 15. du ſoir.	9. 2. 0. Occid.	Baſſe mer.
		9. 20. 45. du ſoir.	3. 0. 25. Orient.	Haute mer.
Calme,	16.	3. 44. 0. du matin.	9. 9. 40. Orient.	Baſſe mer.
		9. 57. 0. du matin.	3. 9. 0. Occid.	Haute mer.
		10. 40. 30. du ſoir.	3. 23. 0. Orient.	Haute mer.
	18.	0. 13. 30. du ſoir.	3. 35. 30. Occid.	Haute mer.
	19.	1. 14. 0. du matin.	4. 2. 0. Orient.	Haute mer.
		1. 43. 0. du ſoir.	4. 12. 0. Occid.	Haute mer.

	Septembre.	H. M. S du Soleil.	H. M S. de la Lune.	
	20.	2. 7.30. du matin. 2.33. 0. du soir. 8.42. 0. du soir.	4. 14. 0. Orient. 4. 12. 0. Occid. 10. 8. 0. Occid.	Haute mer. Haute mer. Basse mer.
Calme,	21.	2.54. 0. du matin. 9. 4.30. du matin. 3.14.50. du soir. 9.23. 0. du soir.	4. 11. 0. Orient. 10. 9. 0. Orient. 4. 7. 0. Occid. 10. 6. 0. Occid.	Haute mer. Basse mer. Haute mer. Basse mer.
	22.	9.39. 0. du matin. 9.56.30. du soir.	10. 1. 30. Orient. 9. 50. 0. Occid.	Basse mer. Basse mer.
	23.	10.11.30. du matin. 10.25. 0. du soir.	9.44. 0. Orient. 9. 35. 0. Occid.	Basse mer. Basse mer.
	24.	10.47. 0. du matin. 11. 2.30. du soir.	9. 36. 0. Orient. 9. 27. 50. Occid.	Basse mer. Basse mer.
	25.	11.19.30. du matin. 11.32. 0. du soir.	9. 26. 0. Orient. 9. 23. 20. Occid.	Basse mer. Basse mer.
	26.	11.50. 0. du matin. 0. 7. 0. du soir.	9. 10. 0. Orient. 9. 3. 30. Occid.	Basse mer. Basse mer.
	27.	0.23.30. du soir.	8. 57.40. Orient.	Basse mer.
Calme, Sudoûest,	28.	0.35.30. du matin. 0.59.30. du soir.	8.47. 0. Occid. 8.49. 0. Orient.	Basse mer. Basse mer.
Sudoûest,	29.	1.14. 30. du matin.	8. 38. 0. mccid.	Basse mer.
Calme,	Octobre. 1.	3.19. 0. du matin. 9.30. 0. du matin. 10. 3.30. du soir.	9. 5. 30. Occid. 3.43. 0. Orient. 3. 14. 30. Occid.	Basse mer. Haute mer. Haute mer.

Septembre.		H. M. S. du Soleil.	H. M S. de la Lune.	
Nordoûest,	2.	10.52.30. du matin.	3.37. 0. Orient.	Haute mer.
		11.22. 0. du soir.	3.42. 0. Occid.	Haute mer.
Impetueux,	3.	0. 5. 0. du soir.	3.57.30. Orient.	Haute mer.
Oûëst,	4.	0.27. 0. du matin.	3.56. 0. Occid.	Haute mer.
Violent,		1.35.30. du soir.	3.32.30. Orient.	Haute mer.

Ces Obſervations furent faites dans un temps durant lequel il n'arriva aucun autre changement à la Riviere que celuy qui eſtoit cauſé par les marées.

A BORDEAUX.

Le 10. *Octobre* 1680. *la plus grande hauteur de la Polaire.*

47°. 16′. 35″.

Cette Obſervation fut faite proche la place de Saint Projet, qui eſt environ au milieu de la Ville.

Donc hauteur de Pole de Bordeaux 44°. 50′. 30″.

A ROYAN.

NOSTRE principal deſſein eſtant de déterminer exactement la poſition de la Tour de Cordoûan, qui eſt à l'entrée de la Riviere de Garonne; & nous eſtant impoſſible d'y aller alors à cauſe du mauvais temps, nous plaçaſmes nos Horloges & autres inſtrumens dans un Corps de Garde qui eſt à l'entrée de la Conche de Royan, ſur un rocher avancé proche le vieux Chaſteau ruiné; d'où l'on pouvoit voir aiſément cette Tour, pour y réduire enſuite les Obſervations comme ſi elles y avoient eſté faites.

Le

Le 14. Octobre 1680. la plus grande hauteur Meridienne de la Polaire.

A Royan	48°. 12′. 55″.
A Paris	51. 26. 10.
Difference	3. 13. 15.

Le 15. Octobre, hauteur Meridienne de Menkar.

A Royan	47. 13. 0.
A Paris	43. 59. 50.
Difference	3. 13. 10.

Il faut remarquer que l'on doit prendre une difference moyenne entre les deux que l'on a trouvées cy-dessus, à cause que l'une est prise vers le Nord, & l'autre vers le Midy, puis y ajouster 5″. pour la difference des réfractions. D'où il s'ensuit que la hauteur de Pole de Royan, à l'endroit des Observations, est de 45°. 36′. 53″.

Le mesme jour 15. Octobre au matin, Immersion du premier Satellite dans l'ombre de ♃.

A Royan	0ʰ. 47′. 20″.
A Paris	1. 1. 15.
Difference	13. 55. ou 3°. 29′.

CORDOUAN.

Lors que la mer estoit retirée, nous mesurasmes dans la Conche de Royan une base par le moyen de laquelle nous conclusmes que la distance entre la Tour de Cordoûan & le lieu de nostre Observatoire, estoit de 5500. toises.

Dans ce mesme temps-là, le Soleil avant que de se coucher dans la mer passoit un peu au dessus de la Tour de Cordoûan, mais

mais si proche qu'on le pouvoit voir tout ensemble avec le Fanal de la Tour par la Lunette du quart de cercle: de maniere qu'ayant pointé le filet vertical de la Lunette au milieu de cette Tour, on marqua le moment de l'arrivée du Soleil au vertical de la Tour, & par cette Observation plusieurs fois réiterée, on trouva que le vertical de Cordoûan déclinoit de 72°. 12'. du Midy vers l'Occident. D'où il fut facile de conclure, supposé la hauteur du Pole de Royan, que celle de Cordoûan estoit de 45°. 35'. 10''. & que Cordoûan estoit plus Occidental que Royan de 7'. 50''. de degré, & par consequent plus que Paris de 3°. 36'. 50''.

La déclinaison de l'Aiman à Royan fut observée de 1°. 20'. du Nord à l'Occident.

On doit remarquer qu'aprés avoir determiné la position de Nantes, Cordoûan, & Bayonne, au long de ces Costes, il n'estoit pas necessaire d'y faire d'autres Observations; d'autant plus que la hauteur de Pole de la Rochelle avoit esté prise exactement par M. Richer avant que de s'embarquer pour Cayenne.

Hauteur de Pole de la Rochelle.

46°. 10'. 15''.



OBSER-

OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES

FAITES

AUX COSTES SEPTENTRIONALES

DE FRANCE

pendant l'année 1681.

Par Mess. PICARD & DE LA HIRE.

OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES FAITES AUX COSTES SEPTENTRIONALES DE FRANCE.

ENSUITE de ce que nous avions fait pendant les années précedentes, il ne restoit plus à déterminer sur l'Ocean que la Coste Septentrionale de Bretagne, & celles de Normandie, Picardie & Flandre: c'est pourquoy, pour achever cét Ouvrage pendant cette année, nous receusmes ordre de nous séparer. M. Picard alla du costé de Bretagne, & M. de la Hire alla en Flandre.

A SAINT MALO.

Le 20. Octobre, hauteur Meridienne du bord super. du Soleil.

30°. 58. 30.

Le mesme jour au soir, hauteurs Meridiennes des Fixes.

Markab de Pegase	54°.	52′.	50″.
Algenib	54.	47.	50.
A Paris	54.	36.	10.
Difference		11.	40.
La Polaire	51°.	4′.	10″.
A Paris	51.	16.	0.
Difference	0.	11.	50.

Le 22. Octobre, hauteurs de la Ceinture d'Andromede pour l'Horloge.

6h. 40'. 0''.	40°. 20'.
43. 1.	40. 50.
46. 6.	41. 20.

Hauteurs Meridiennes des Fixes.

Markab	54°. 52'. 50''.
Algenib	54. 47. 50.

Le 25. Octobre, hauteurs de la Ceinture d'Andromede pour l'Horloge.

6h. 29'. 23''.	40°. 20'.
32. 25.	40. 50.
35. 30.	41. 20.

D'où l'on connoist que l'Horloge avançoit à l'égard du moyen mouvement d'environ 23''½. par jour.

Le 26. Octob. hauteurs du bord super. du Soleil pour l'Horloge.

Au matin.		*Au soir.*
9h. 46'. 51''.	22. 0.	2. 17. 10.
52. 6.	22. 30.	11. 54.
57. 35.	23. 0.	6. 25.
10. 3. 14.	23. 30.	0. 47.

Correction additive 36''. d'où il s'ensuit que l'Horloge avançoit à midy de 2'. 19''.

Ha-

Hauteurs d'Andromede pour l'Horloge.

Au soir.	
6h. 25'. 55''.	40. 20.
28. 57.	40. 50.

Ces Observations comparées avec celles du 25. font voir que l'Horloge avoit avancé en un jour de 28''. pardessus le moyen mouvement, au lieu de 24''. qu'elle avançoit, suivant ce que l'on avoit remarqué par les Observations antécedentes, laquelle acceleration se trouva encore augmentée par les Observations suivantes; sur quoy il est à noter que le temps qui estoit fort humide auparavant, devint sec & serein tout d'un coup.

Le 27. Octobre, Immersion du premier Satellite dans l'ombre Jupiter.

Au matin à	0h. 24'. 15''.
De l'Horloge laquelle avançoit alors de	2'. 35''.
Donc temps vray de l'Immersion	0h. 21'. 40.
A Paris à	0. 39. 50.
Difference	0. 18. 10.

Le mesme jour, hauteurs du Soleil pour l'Horloge.

10h. 7'. 24''.	23°. 30'.	1h. 57'. 41''.	
13. 30.	24. 0.	51. 36.	Correction 36''
19. 57.	24. 30.	45. 10.	

L'Horloge avançoit donc à midy de 2'. 51''.

Au soir, Andromede pour l'Horloge.

6h. 22'. 41''.	40. 20.
28. 47.	41. 20.
31. 50.	41. 50.

T 3 En

En comparant ces Obſervations avec celles du jour précedent, on voit que l'Horloge avoit avancé de 42″. pardeſſus le moyen mouvement.

Il s'enſuit des Obſervations précedentes que la hauteur du Pole à Saint Malo eſt de 48°. 38′. 30″.

Et que Saint Malo eſt plus Occidental que Paris de 18′. de temps ou de 4°. 30′.

Les Obſervations furent faites proche la grande Egliſe.

SUR L'AIMAN.

La déclinaiſon de l'Aiguile aimantée eſtoit de 2°. du Nord au Couchant.

SUR LES MARE'ES.

Aux plus grandes marées qui arrivent ordinairement deux jours aprés la nouvelle & la pleine Lune, la difference entre la haute & la baſſe mer eſt de 14. braſſes ou 70. pieds.

En nouvelle Lune & en pleine Lune la mer eſt haute à 6. heures

AU MONT SAINT MICHEL

Le 6. Novembre, hauteur Meridienne du bord ſuperieur du Soleil.

25°. 23′. 0.

Le 7. Novembre, hauteur Meridienne du bord ſuperieur du Soleil.

25°. 5′. 20″.

Le 8. Novembre, hauteur Meridienne du bord ſuperieur du Soleil.

24. 48′. 0″.

Au

Au soir, la plus grande hauteur de la Polaire

	51°.	3'.	35''.
A Paris	51.	16.	0.
Difference		12.	25.

Le 9. Novembre, hauteurs Meridiennes des Fixes.

Markab	54°.	53'.	30''.
Algenib	54.	48.	30.
Cette derniere à Paris	54.	36.	10.
Difference		12.	20.

Le mauvais temps empescha d'observer aucune Immersion dont on pust estre satisfait : mais dans ce mesme temps-là M. de la Voye travailloit à la Carte de la Coste dont il marquoit les principaux points par triangles, d'oú il me fut facile de conclure que la distance entre Saint Malo & le Mont Saint Michel estoit de 19200. toises, & qu'ainsi les hauteurs de Pole estant données, il s'ensuivoit que la difference des Meridiens de ces deux lieux estoit de 30'. de degré ou de 2'. de temps, dont Saint Malo est plus Occidental que le Mont Saint Michel.

Hauteur de Pole du Mont Saint Michel.

48°. 37'. 50''.

La difference des Meridiens entre Paris & le Mont Saint Michel 3°. 30'. ou 16'. de temps.

SUR LE BAROMETRE.

LA hauteur du Mont Saint Michel depuis la Gréve jusques à l'Horloge qui est sur le milieu de l'Eglise est de 64. toises, & la difference du Mercure dans le tuyau du Barometre simple, se trouva de 4. lignes ½ pour cette hauteur.

La haute mer en nouvelle & pleine Lune est à 6h. 45'.

A CHERBOURG.

Le 17. Novembre 1681. hauteurs Meridiennes des Fixes.

Algenib 53°. 48'. 0''.

A paris 54. 36. 10.
Difference 48. 10.

La plus grande hauteur de la Polaire.

52. 4. 0.
A Paris 51. 16. 0.
Difference 48. 0.

Le 19. Novembre, hauteur Meridienne du bord superieur du Soleil.

20°. 57'. 5".

Le 22. Novembre, hauteur Meridienne du bord super. du ☉

20°. 17'. 45".

Hauteur du Pole de Cherbourg.

49°. 38'. 20".

SUR LES MARE'ES

EN nouvelle & pleine Lune la mer est haute dans ce Port à 7h. 20'.

La plus grande difference entre la haute & la basse mer est de 5. brasses, ou de 25. pieds.

Au lieu que dans la Morteau cette difference n'est que de 3. brasses & demie environ.

SUR LES REFRACTIONS.

EN pleine Lune, lors que la mer estoit basse de 60. pieds, au dessous de l'œil de l'Observateur, la touchante de la mer se trouva inclinée de 7'. 35". au dessous du niveau, au lieu que par le calcul fait suivant la mesure de la terre cét angle devoit estre plus grand d'une minute qui est pour la Réfraction. Puis 6. heures aprés lors que la mer fut haute, l'inclination du rayon ne fut plus que

que de 6'. 30". & l'on sceût aprés que par la sonde la mer s'estoit trouvée montée d'environ 22. pieds, ce qui répondoit à peu prés au calcul, suivant ce qu'il devoit y avoir, en sorte qu'il n'y avoit point de Réfraction sensible. Ces Observations conviennent assez avec celles qui avoient esté faites par M. Picard au Cap de Sete.

A CAEN.

Le 6. Décembre 1681. hauteur Meridienne du bord superieur du Soleil.

18°. 29'. 10".

De cette Observation, supposé la réfraction de 3'. & la déclinaison de 22°. 39'. 25". il s'ensuit que la hauteur du Pole sera de 49°. 10'. 50".

Le mesme jour au soir, la plus grande hauteur de l'Etoile Polaire.

	51°. 36'. 25".
A Paris.	51. 15. 50.
Difference	20. 35.

Ce qui estant adjousté à la hauteur de Pole de l'Observatoire, il s'ensuit que la hauteur de Pole de Caën sera de 49°. 10'. 45".

Le 9. Décembre, hauteur Meridienne du bord superieur du Soleil.

	18°. 10'. 45".
Supposant la réfraction	3'.
Le demidiametre du Soleil	16'. 20".
Et la déclinaison	22°. 57'. 43".
On aura la hauteur du Pole de	49°. 10'. 52".

Le 10. Décembre au matin, la moindre hauteur Meridienne de la Polaire.

46°. 48′. 20″.

Le 13. Décembre au matin, la moindre hauteur Méridienne de la Polaire.

	46°. 48′. 20″.
A Paris	46. 27. 40.
Difference	20. 40.
Donc hauteur de Pole à Caën	49°. 10. 50.

Soit la hauteur du Pole à Caën.

49°. 10′. 50″.

Les Observations furent faites hors la Ville proche la Porte de Bayeux, & dans le mesme parallele que le College des Arts.

A DUNKERQUE.

Le 16. Octobre 1681. hauteur Meridienne du bord supérieur du Soleil.

	30°. 2′. 34″.
Supposant la réfraction	1′. 17″.
Le demidiametre du Soleil	16. 10½.
Et la déclinaison de	9°. 13. 29.
On conclut la hauteur de Pole	51°. 1′. 24½.

Le 17. Octobre, hauteurs du Soleil pour l'Horloge.

Au matin.		*Au soir.*
8ʰ. 41′. 8″.	16°. 0.	3ʰ. 20′. 8″.
45. 17.	16. 30.	16. 0.

Cor-

Correction additive 43″.
Donc l'Horloge avance à midy de 1′.

Et par le calcul des hauteurs du Soleil observées le jour précedent, on trouva que l'Horloge avançoit sur le moyen mouvement de 30″. par jour.

Le 18. Octobre, Immersion du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter.

A Dunkerque à	4h.	16′.	0″.	au matin.
A Paris à	4.	15.	52.	
Donc difference		0.	8″.	Orientale.

Le 19. Octobre, hauteur Meridienne du bord superieur du Soleil.

	28°.	57′.	10″.
Supposant la réfraction		1′.	33″.
Hauteur de Pole	51°.	1′.	28″.

Le 21. Octobre, hauteur Meridienne du bord super. du Soleil.

	28°.	14′.	13″.
Et supposant la réfraction		1′.	38″.
Hauteur de Pole	51°.	1′.	31″.

Le mesme jour au soir, hauteur Meridienne d'Algenib.

	52°.	25′.	0″.
A l'Observatoire	54.	36.	16.
Difference	2.	11.	16.
Ajoustant pour la difference de réfraction			4.
Difference vraye	2.	11.	20.
Hauteur de Pole de l'Observatoire	48.	50.	10.
Donc hauteur de Pole de Dunkerque	51.	1.	30.

Le 22. Octobre, hauteur Meridienne du bord super. du Soleil.

	27°. 53′. 10″.
Réfraction	1′. 40″.
Donc hauteur de Pole	51. 1. 30.

Le 23. Octobre, hauteur Meridienne du bord super. du Soleil.

	27. 32. 0.
Réfraction	1′. 42″.
Donc hauteur de Pole	51. 1. 29.

Le 24. Octobre, hauteurs du Soleil pour l'Horloge.

Au matin.		*Au soir.*
10h. 6′. 19″.	22. 30.	1h. 54′. 8″.
12. 49.	23. 0.	47. 37.
19. 50.	23. 30.	40. 45.

Correction additive 42″.
Donc l'Horloge avançoit à midy de 34″.

Hauteur Meridienne du bord superieur du Soleil.

	27°. 11′. 5″.
Réfraction	1′. 45″.
Donc hauteur de Pole	51. 1. 32.

Hauteurs d'Algol.

Le 24. au soir.		*Le 25. au soir.*
7h. 11′. 55″.	32°. 0′.	7h. 8′. 8″.
15. 24.	32. 30.	11. 37.

D'où l'on connoist que l'Horloge avançoit pardessus le moyen mouvement de 9″. par jour.

Le

Le 25. Octobre, Immersion du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter.

Au matin à	6h. 11'. 6".
A Paris à	6. 11. 3.
Difference	0. 0. 3.

Ces Observations estoient bonnes dans toutes leurs circonstances.

Le meme jour, hauteurs du Soleil pour l'Horloge.

Au matin.	☉	*Au soir.*
8h. 48'. 56".	14°. 30'.	3h. 11'. 40".
53. 14.	15. 0.	7. 23.
57. 37.	13. 30.	2. 58.

Correction additive 41" ⅓.

Donc l'Horloge avançoit à midy de 38" ½. ce qui s'accorde avec les Observations d'Algol.

Il s'ensuit par les Observations précedentes, que l'on peut déterminer la hauteur de Pole de Dunkerque marqué par la grande Eglise qui estoit fort proche du lieu des Observations, de 51°. 1'. 30".

Et la difference de Meridiens entre Dunkerque & Paris est seulement de 3". de temps ou de ¾. de minute de degré, dont Dunkerque est plus Oriental que Paris.

A CALAIS.

Le 10. Novembre 1681. hauteur Meridienne du bord superieur du Soleil.

	21°. 55'. 5".
Réfraction	2'. 27".
Donc hauteur de Pole de Calais	50. 57. 2.

Le 13. Novembre, hauteur Meridienne du bord super. du Soleil.

	21. 6. 48.
Réfraction	2′. 36″.
Donc hauteur de Pole	50. 56. 53.

Le 14. Novembre, hauteur Meridienne du bord superieur du Soleil.

	20. 51. 0.
Réfraction	2′. 39″.
Donc hauteur de Pole	50. 57. 10.

Le 17. Novembre au soir, hauteur Meridienne d'Algenib.

	52. 29. 30.
A l'Observatoire	54. 36. 16.
Difference	2. 6. 46.
Difference de réfractions	4.
Hauteur de Pole de Paris	48. 50. 10.
Donc hauteur de Pole de Calais	50. 57. 0.

Le 18. Novembre, hauteur Meridienne du bord superieur du Soleil.

	19. 52. 35.
Réfraction	2′. 48″.
Donc hauteur de Pole	50. 56. 49½.
Mais à Cherbourg hauteur Meridienne du bord superieur du Soleil	21. 10. 56.
Ajoustant pour la difference des Meridiens	9.
Hauteur du Soleil réduite	21°. 11′. 5″.
Difference	1. 18. 30.
Mais hauteur de Pole de Cherbourg	49. 38. 20.
Donc hauteur de Pole de Calais	50°. 56′. 50″.

Le

Le 18. & 19 Novembre, hauteurs du Soleil pour l'Horloge.

Le 18. au soir.		*Le 19. au matin.*	*Le 19. au soir.*
2h. 46'. 16".	11°. 0'.	9h. 15'. 31".	2h. 44'. 8".
41. 13.	11. 30.	20. 38.	39. 0.
46. 0.	12. 0.	25. 51.	

Correction 1'. 42". pour les Observations du 18. au 19. L'Horloge avançoit donc à minuit de 4" ½.

Et pour les Observations du 19. la correction estant de 30". l'Horloge avançoit à midy de 4".

Le 19. au matin, Immersion du premier Satellite dans l'ombre de Jupiter.

à		0h. 45' 38".
A Paris à		0. 47. 48.
	Difference	0. 2. 10. Occidentale.

On peut donc conclure de toutes ces Observations que la hauteur de Pole de Calais proche la grande Place où l'on observoit est de 50°. 57'. 0".

Et que Calais est plus Occidental que Paris de 2'. 10". de temps, ou de 32' ½.

LARGEUR DU PAS DE CALAIS.

PAR l'occasion des grands instrumens que l'on avoit portez à Calais, on voulut déterminer la distance qu'il y a entre ce Port & le Chasteau de Douvre en Angleterre, que l'on peut voir assez clairement quand le Ciel est serein.

Le 20. Novembre au matin, la mer estant fort basse, nous mesurasmes sur la Gréve du Port de Calais qui regarde les Costes d'Angleterre, une ligne droite de 2500. toises, en commençant à la pointe du Bastion du Risban, qui est du costé de la mer, & en continuant vers Boulogne. Ayant posé le quart de cercle à la

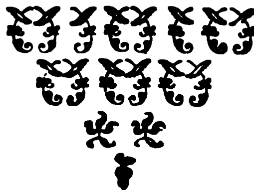
la pointe de ce Bastion, nous prismes l'angle que la base mesurée faisoit avec le milieu des deux Tours les plus apparentes du Chasteau de Douvre que nous trouvasmes de 37°. 58'. & ayant transporté l'instrument à l'autre extrémité de la base vers Boulogne, nous mesurasmes l'autre angle que nous trouvasmes de 137°. 30'. donc l'angle restant du triangle qui avoit son sommet au Chasteau de Douvre estoit de 4°. 32''. d'où il s'ensuit que la distance entre la pointe du Bastion du Risban & le Chasteau de Douvre est de 21360. toises, mesure du Chastelet de Paris.

Cette distance s'accorde assez bien avec l'estime commune qui la met de 7. lieuës, que l'on évaluë ordinairement sur mer à 3000. toises chacune; mais elle est beaucoup moindre que celle qui se trouve ordinairement dans les Cartes.

La déclinaison de la ligne qui va du Risban à Douvre prise avec une grande Boussole, eû égard à la variation, fut trouvée de 65°. 45'. du Nord au Couchant.

La variation de l'Aiguille aimantée estoit de 4°. 30'. du Nord vers le Couchant.

On peut ajouster à ces Observations, que par celles que Messieurs Varrin & des Hayes firent avant que de s'embarquer pour Saint Thomé, la hauteur de Pole de Roüen est de 49°. 27'. 30''. & celle de Dieppe de 49°. 56'. 40''.



OBSER-

OBSERVATIONS
FAITES
EN PROVENCE ET A LYON
ſur la fin de l'année 1682.

Par Monſieur DE LA HIRE.

OBSERVATIONS
FAITES
EN PROVENCE ET A LYON.

Les Obſervations Aſtronomiques qui avoient eſté faites par Meſſieurs Picard & de la Hire pendant les trois années precedentes, ayant determiné la hauteur de Pole, & la difference des Meridiens entre Paris & les points principaux des coſtes de France qui ſont ſur l'Ocean, leſquelles eſtant jointes à celles que M. Picard avoit faites à Montpellier, & en quelques endroits de la coſte de Languedoc, à l'occaſion du paſſage de Mercure ſous le Soleil au mois de May 1674. il ne reſtoit plus pour achever cét Ouvrage qu'à determiner la poſition de celles de Provence, où l'on jugeoit qu'il y avoit à faire des corrections aſſez grandes, ſuivant ce qu'elles ſont marquées dans la pluſpart de nos Cartes.

Il eſtoit tres-neceſſaire d'avoir une exacte poſition de cette coſte à cauſe des ports de Marſeille, Toulon & Antibe, qui ſont des plus conſiderables de la mer Mediterranée, & où ſéjournent ordinairement les Vaiſſeaux & les Galeres du Roy. C'eſt pourquoy M. de la Hire receut ordre de partir dans le mois d'Octobre de l'année 1682. pour y aller avec le meſme équipage qui avoit ſervi dans les autres voyages; M. Caſſini eſtant demeuré à l'Obſervatoire, pour y faire les obſervations correſpondantes à celles qu'on devoit faire en Provence.

La ſaiſon eſtant fort avancée où l'on pouvoit faire les obſervations des ſatellites de Jupiter qui ſervent à connoiſtre les Longitudes, on jugea qu'il falloit commencer par le point le plus éloigné, & déterminer l'embouchûre de la riviere du Var qui ſepare la Provence de la Comté de Nice. On choiſit donc pour ce deſſein la ville d'Antibe pour y faire les obſervations, tant parce

 que

que cette ville est une des plus considerables de Provence à cause de son Port auquel Sa Majesté fait travailler à present, & par son antiquité dont on voit encore d'assez beaux monumens, que parce quelle n'est pas beaucoup éloignée de l'endroit où le Var se jette dans la mer, & dont on peut donner la position par le moyen de quelques triangles, & en conclure en suite la longitude & la latitude.

Le lieu où l'on observoit dans Antibe estoit si proche de la tour du Chasteau, que l'on peut considerer les observations suivantes comme si elles y estoient faites sans que cela puisse causer aucune erreur sensible.

A ANTIBE 1682.

La plus grande hauteur de l'Estoile Polaire	
Le 2. Novembre	46°. 0'. 0".
Le 7. Novembre	45. 59. 55.
Le 18. Novembre	46. 0. 5.
Et en prenant pour la vraye la moyenne de ces hauteurs qui est	46°. 0'. 0".
Laquelle estant ostée de celle qui avoit esté trouvée à l'Observatoire un mois auparavant, & qui avoit esté verifiée par plusieurs instrumens, de	51°. 15'. 50".
Donne la difference de	5. 15. 50.
Mais à cause que cette Estoile est plus élevée à Antibe qu'elle ne doit estre pour estre comparée à la hauteur trouvée à Paris, à cause de la réfraction, la hauteur estant moindre, on doit augmenter cette difference de	0. 0. 10.
Donc veritable difference	5. 16. 0.
Laquelle difference estant ostée de la hauteur de Pole de l'Observatoire, qui a esté establie de	48. 50. 10.
Il reste la hauteur du Pole à Antibe	43. 34. 10.

Le

Le 12. *Novembre* 1682.

Hauteur meridienne du pied Occidental d'Orion	37°. 51'. 10''.
Mais à l'Obſervatoire on l'avoit trouvée de	32. 35. 25.
Difference	5. 15. 45.
Difference de Réfraction additive	0. 0. 12.
Vraye difference	5. 15. 57.
Ce qui eſtant oſté de la hauteur du Pole de l'Obſervatoire de	48. 50. 10.
Reſte la hauteur du Pole à Antibe	43. 34. 13.

Le meſme jour.

Hauteur meridienne de l'Eſtoile la plus Occidentale de la ceinture d'Orion 45. 52. 20.
Et à l'Obſervatoire 40. 36. 30.
D'où l'on conclut comme dans la précedente obſervation, que la hauteur du Pole à Antibe eſt de 43. 34. 10.

Le meſme jour.

Hauteur meridienne de l'Eſtoile la plus Orientale de la ceinture d'Orion 44. 17. 45.
Mais à l'Obſervatoire 39. 2. 0.
D'où l'on conclut, comme cy-devant, que la hauteur du Pole à Antibe eſt de 43. 34. 15.

Hauteurs Meridiennes du bord ſuperieur du Soleil.

Le 5. Novembre	30. 49. 20.
Le 6. Nov.	30. 31. 20.
Le 13. Nov.	28. 33. 20.
Le 27. Nov.	25. 26. 45.

Ces hauteurs meridiennes s'accordent aſſez bien entre elles ſui-

vant les differences de nos Tables des Déclinaisons du Soleil : c'est pourquoy il suffira d'en calculer une, car les autres produiront à peu prés la mesme chose.

Soit donc la derniere du 27. Nov. 25°. 26'. 45".
Demidiametre du ☉ & réfraction à oster 0. 18. 45.
Donc vraye hauteur du centre du ☉ 25. 8. 0.

Mais la Déclinaison du Soleil à Antibe déduite de celle de nos Tables par la difference des Meridiens entre Paris & Antibe telle qu'on la verra dans la suite, est de 21. 17. 46.
Donc hauteur de l'Equateur à Antibe 46. 25. 46.
Et la hauteur du Pole de 43. 34. 14.

En prenant donc le milieu entre toutes les hauteurs trouvées cy-dessus, on déterminera la hauteur du Pole à Antibe de 43°. 34'. 12".

Le 14. *Novembre* 1682. *Hauteurs du bord superieur du Soleil pour l'Horloge.*

	Au matin.		*Hauteurs.*		*Au soir.*	
9h.	2'.	59".	16°. 30'.	2h.	52'.	49".
	7.	3½	17. 0.		48.	44.
	11.	13.	17. 30.		44.	32½
	15.	26.	18. 0.		40.	20.
	19.	43.	18. 30.		36.	1.
	24.	7.	19. 0.		31.	38.

Correction additive 25".

Par ces hauteurs correspondantes, il estoit midy à 11h. 58'. 5".½ de l'Horloge : donc elle tardoit à midy de 1'. 54"½

Le 15. *Novembre* 1682. *au matin.*

Immersion du premier Satellite de ♃ dans son ombre à 2h. 15'. 50". de l'Horloge.

Mais

Mais l'Horloge tardoit alors de 2'. 26". comme on verra en comparant la correction trouvée par les hauteurs du ⊙ du jour précedent avec celle de ce mesme jour.

Donc immersion du premier Satellite de ♃ à 2h. 18'. 16". de temps vray.

Le 15. Novembre 1682. Hauteurs du bord superieur du Soleil pour la correction de l'Horloge.

	Au matin.	*Hauteurs.*		*Au soir.*
9h.	16'. 24".	18°. 0'.	2h.	37'. 34".
	20. 48.	18. 30.		33. 13.
	25. 15.	19. 0.		28. 46½

Correction additive 24"½.

Par ces observations correspondantes il estoit midy à 11h. 57'. 12"½. Donc l'Horloge tardoit à midy de 2'. 47"½, & elle tardoit à 2h. 18'. du matin de 2'. 26". comme on l'a posée pour la correction du temps de l'immersion.

Le 30. Novembre 1682. Hauteurs du bord superieur du Soleil pour la correction de l'Horloge.

	Au matin.	*Hauteurs.*		*Au soir.*
8h.	19'. 47".	8°. 30'.	3h.	30'. 46".
	23. 30.	9. 0.		26. 58.
	27. 10.	9. 30.		

Correction additive 37".

Par ces observations correspondantes il estoit midy à 11h. 55'. 33". Donc l'Horloge tardoit à midy du vray de 4'. 27".

Le

Le 30. *Nov. & le* 1. *Décembre. Hauteurs du bord ſuperieur du Soleil pour l'Horloge.*

Le 30. *Nov. au ſoir.*			*Hauteurs.*		*Le* 1. *Décemb. au matin.*		
3h.	34'.	24".	8°.	0'.	8h.	18'.	10".
	30.	46.	8.	30.		21.	48.

Correction ſouſtractive 37".

Par ces hauteurs correſpondantes il eſtoit minuit entre ces deux jours à 11h. 55'. 57" ½. Donc l'Horloge tardoit à minuit de 4'. 2" ½

Si l'on compare ce retardement avec celuy du midy du jour précedent, on trouvera que l'Horloge a avancé en 12. heures de 24" ½

Le 1. *Décembre* 1682. *au matin.*

Immerſion du premier Satellite de Jupiter dans ſon ombre à 0h. 25'. 10". de l'Horloge.

Mais à cauſe que par les obſervations précedentes on a trouvé que l'Horloge tardoit à minuit de 4'. 2" ½ & qu'elle avançoit environ de 2". par heure, on conclut qu'elle tardoit à l'heure de l'immerſion de 4'. 1" ½ environ. Donc l'immerſion à 0h. 29'. 11" ½ de temps vray.

Monſieur Caſſini n'ayant pas eû à l'Obſervatoire le temps favorable pour faire les obſervations des meſmes Immerſions que M. de la Hire avoit faites à Antibe, il les a concluës de celles qu'il avoit faites en

Octobre le 31. au matin à	3h. 45'. 21".
Novembre le 23. au matin à	3. 51. 1.
Décembre le 8. au matin à	2. 0. 25.

D'où il a conclu que l'on auroit deû voir à l'Obſervatoire les Immerſions en

No-

Novembre le 16. au matin à 1h. 59'. 9".

Décembre le 1. au matin à 0. 9. 57.

Mais à Antibe celle du 16. Novembre a esté veuë à 2h. 18'. 16". Donc difference entre Paris & Antibe 19'. 7".

Et à Antibe celle du 1. Décembre au matin a esté veuë à 0h. 29'. 11" ½. Donc difference entre Paris & Antibe 19'. 14" ½

Si l'on prend donc le milieu entre ces deux differences, on aura pour la vraye difference des Meridiens d'Antibe & de l'Observatoire 19'. 11'. de temps, ou bien 4°. 47'. 45". dont Antibe est plus Oriental que l'Observatoire.

OBSERVATIONS GEOGRAPHIQUES.

A L'ÉGARD de la station à la Tour du Chasteau d'Antibe, on trouva que la Tour de Nostre-Dame de la Garde proche d'Antibe, déclinoit du Midy au Levant de 10°. 12' ½

De Nostre-Dame de la Garde à Capo Rosso en l'Isle de Corso angle de 40°. 15'. au Levant.

De Nostre-Dame de la Garde au Chasteau de Nice angle de 125°. 21'. au Levant.

A la station à Nostre-Dame de la Garde, de la Tour du Chasteau d'Antibe au Chasteau de Nice 48°. 1'. au Levant.

De la Tour du Chasteau d'Antibe à l'emboucheure du Var 34°. 46'. au Levant.

De la Tour du Chasteau d'Antibe à Vence 1°. 45'. au Levant.

De la Tour du Chasteau d'Antibe au Chasteau de Villeneuve 5°. 32'. au Levant.

A la station sur le Chasteau de Villeneuve, de la Tour du Chasteau d'Antibe à Nostre-Dame de la Garde 1°. 14'. au Levant.

De la Tour du Chasteau d'Antibe à l'emboucheure du Var 84°. 17'. au Levant.

De l'emboucheure du Var à Vence 100°. 35'. vers le Nord.

La diſtance entre la Tour du Chaſteau d'Antibe & le Chaſteau de Nice eſt de 6300. toiſes. Il faut remarquer que cette diſtance n'eſt pas extrémement juſte à cauſe de la difficulté de meſurer une baſe dans ces quartiers. Ce qui eſtant poſé, on conclut que la diſtance entre la Tour d'Antibe & l'embouchẹure de la Riviere du Var eſt de 4975. Toiſes.

Mais auſſi cette embouchẹure décline du Nord vers le Levant de 31°. 0'. 30". à l'égard de la Tour du Chaſteau d'Antibe.

C'eſt pourquoy elle eſt plus Septentrionale que la Tour d'Antibe de 4'. 30". & plus Orientale de 3'. 45".

SVR LES RE'FRACTIONS.

AYANT fait porter l'inſtrument au haut de la Tour du Chaſteau d'Antibe, ou pointa la lunette à l'horizon apparent de la mer, & on trouva que l'inclinaiſon ſous l'horizon vray eſtoit de 11'. 20". mais l'inſtrument eſtoit élevé pardeſſus le niveau de la mer de 22. toiſes 4. pieds, & ſur cette poſition, en calculant quelle devoit eſtre l'inclinaiſon ſous l'horizon, en ſe ſervant du demidiametre de la terre établi par les obſervations de M. Picard, on la trouve de 12'. 48". Donc la réfraction élevoit l'horizon apparent de la mer de 1'. 28".

SVR L'AIMAN.

AYANT tracé ſur une grande table d'ardoiſe vne ligne meridienne par le moyen de l'ombre d'un filet à plomb au temps où l'on ſçavoit que le Soleil paſſoit au meridien, ſuivant les obſervations qui avoient eſté faites avec la pendule, & ayant appliqué le coſté d'une bouſſole dont la boëte eſt longue, & l'aiguille de 8. pouces faite avec toute la délicateſſe poſſible, on trouva que la partie de cette aiguille qui regardoit le Nord, déclinoit vers le Couchant de 3°. 40'. Cette obſervation fut verifiée pluſieurs fois en changeant la poſition de l'aiguille dans la boëte. A

A TOULON. 1682.

le 4. Décembre au soir.

La plus grande hauteur de l'Estoile Polaire fut trouvée de 45°. 32′. 30″.

A l'observatoire	51.	15.	50.
Difference	5.	43.	20.
Difference de refraction additive	0.	0.	10.
Vraye difference	5.	43.	30.
Mais la hauteur du Pole à l'Observatoire	48.	50.	10.
Donc hauteur du Pole à Toulon	43.	6.	40.

Cette observation a esté reïterée plusieurs fois.

Le 5. Décembre.

Hauteur Meridienne du bord superieur du ☉	24.	42.	8.
Réfraction & demidiametre à soustraire	0.	19.	0.
Vraye hauteur du centre du Soleil	24.	23.	8.
Déclinaison à Toulon	22.	30.	16.
Donc hauteur de l'Equateur à Toulon	46.	53.	24.
Et la hauteur du Pole	43.	6.	36.

On peut donc estimer la hauteur du Pole à Toulon de 43°. 6.′ 40″. en s'arrestant plûtost à l'observation de la Polaire qu'à celle du Soleil à cause qu'il estoit trop bas, & que les réfractions peuvent avoir quelques irrégularitez que l'on ne connoist pas assez parfaitement.

Monsieur Pieter Baert Hydrographe du Roy dans le port de Toulon, communiqua à M. de la Hire une observation solstitiale qu'il avoit faite le 20. Juin 1681. dans le Pavillon du Parc par le moyen d'un grand Gnomon; car n'ayant pas de grands instrumens bien divisez, il crut avec raison que c'estoit la meilleure methode pour sçavoir si la hauteur du Pole de ce port estoit telle qu'elle est marquée dans la pluspart de nos Cartes.

Il forma un grand triangle par le moyen d'un filet à plomb qui

répondoit au milieu d'un petit trou par où passoit la lumiere du Soleil, & il mesura cette ligne qu'il trouva de 21. pieds 1. pouce 1. ligne, l'autre costé du triangle de 22. pieds 4. pouces 2. lignes, & la base depuis le bout du filet à plomb jusques au bord superieur de l'image du Soleil 7. pieds 4. pouces 11. lignes. Il avoit pris toutes les précautions qui luy avoient esté possibles pour faire cette observation à midy.

Sur ces positions des trois costez de ce triangle, on trouve par le calcul que l'angle au sommet, qui est celuy d'entre le Zenith & le bord superieur du Soleil, estoit de 19°. 21′. 40″: le demi-diametre du Soleil estoit alors de 15′. 49″. Donc la distance apparente entre le Zenith & le centre du Soleil estoit de 19°. 37′. 29″. Mais à cause de la réfraction, le Soleil estoit trop élevé de 10″: c'est pourquoy la distance vraye estoit de 19°. 37′. 39″; & la déclinaison estoit pour lors de 23°. 28′. 54″. à Toulon & à Paris, car elle ne changeoit pas sensiblement pour un quart d'heure. Donc la vraye distance entre le Zenith & l'Equateur estoit de 43°. 6′. 33″. qui est aussi la hauteur du Pole, laquelle s'accorde parfaitement avec celle que l'on a trouvée cy-devant: car l'on doit remarquer que les lieux des observations ne differoient pas de 100. toises; ce qui ne peut apporter aucune difference sensible.

Hauteurs de la luisante Estoile de l'Aigle pour l'Horloge.

Le 4. Déc. au soir.	*le 6. Déc.*	*le 7. Déc.*	*Hauteurs.*
6h. 22′. 50″.	6h. 16′. 6″½.	6h. 12′. 42″.	32°. 0′.
28. 39.	21. 56.	18. 33.	31. 0.
34. 27.	27. 45.	24. 21.	30. 0.

Par ces observations du 4. au 6. l'Horloge avance sur le moyen mouvement de 34″½ par jour; & par celles du 6. au 7. elle avance de 32″. par jour.

Hau-

Hauteurs de l'Estoile du petit Chien pour l'Horloge.

Au matin le 6. Déc.		*Hauteurs.*		*le 8. Déc.*	
6^h.	16'. 57''.	28°. 30.		6^h.	10'. 8''.
	19. 48.	28. 0.			13. 12.
	22. 42.	27. 30.			15. 59.
	25. 36.	27. 0.			18. 50 ½

Par ces observations l'Horloge avance sûr le moyen mouvement de 33''. par jour.

Hauteurs du bord superieur du Soleil pour l'Horloge le 6. Décembre.

Au matin.		*Hauteurs.*	*Au soir.*	
8^h.	49'. 35''.	11°. 0'.	3^h.	16'. 53''.
	53. 31 ½	11. 30.		12. 55.
	57. 33.	12. 0.		8. 54.
9.	1. 36.	12. 30.		4. 50.

Correction additive 12''. Donc par ces observations correspondantes l'Horloge avançoit à midy de 3'. 19''.

A TOULON 1682.
le 8. Décembre au matin.

Immersion du premier Satellite de ♃ dans son ombre à 2^h. 19'. 42''. de l'Horloge.

Mais à cause que l'Horloge avançoit de 33''. par jour sur le moyen mouvement, & que le moyen mouvement avoit avancé sur le vray de 53'' ½ du 6. au 8, il devoit y avoir acceleration de l'Horloge le 8. à midy de 5'. 18'' ½ Ce qui se trouve confirmé à 1''. prés par les observations du Soleil du mesme jour, comme on verra en suite. Donc à 2^h. ½ du matin l'Horloge avançoit de 4'. 55''.

Donc immersion a 2^h. 14' 47''. de temps vray: mais à l'Observatoire elle fut observée à 2. 0. 25. par M. Cassini.

Donc la difference des Meridiens entre Paris & Toulon 14'. 22''. de temps, ou bien 3°. 35'. 30''.

Réduction des obſervations précèdèntes à l'Egliſè Cathèdrale dè Toulon.

Le lieu où l'on faiſoit les obſervations eſtoit proche le Pavillon du Parc, & il eſtoit plus Meridional que la grande Egliſe de 16″. leſquelles il faut oſter à la hauteur du Pole marquée cy-deſſus. Donc la hauteur du Pole à Toulon à l'endroit de la grande Egliſe 43°. 6′. 24″.

Et pour ce qui eſt de la difference des Meridiens, la grande Egliſe eſtoit ſeulement plus Orientale de 5″. de degré que le lieu des obſervations : c'eſt pourquoy l'Egliſe de Toulon eſt plus Orientale que l'Obſervatoire de 3°. 35′. 35″.

Le 8. Décembre 1682. Hauteurs du bord ſuperieur du Soleil pour la correction de l'Horloge.

Au matin.	*Hauteurs.*	*Au ſoir.*
8h. 57′. 1″.	11°. 30′.	3h. 13′. 28″.
9. 1. 3.	12. 0.	9. 26.
5. 11.	12. 30.	5. 19.
9. 17.	13. 0.	1. 12½

Par ces obſervations l'Horloge avançoit à midy ſur le vray temps de 5′. 20″. qui eſt 1″½ plus qu'on n'avoit conclu des obſervations précedentes ; ce qui n'eſt pas conſiderable pour le temps d'une immerſion.

L'aiguille aimantée déclinoit à Toulon du Nord au Couchant de 3°. 45.

Obſervations ſur les réfractions & ſur la peſantèur de l'air.

Il y a proche de Toulon un rocher fort élevé que l'on appelle le Mont Clairet. On jugea que ce lieu eſtoit fort commode pour faire des obſervations ſur les réfractions & ſur la peſanteur de l'air avec un tuyau rempli de mercure, dautant que l'on pouvoit

voit aiſément connoiſtre l'élevation de ce rocher pardeſſus le niveau de la mer par le moyen de deux triangles.

On choiſit le 7. jour de Décembre 1682. pour faire ces obſervations. L'air eſtoit ſerein, & il ne faiſoit pas de vent conſiderable. Eſtant arrivé ſur le haut de la montagne on remplit le tuyau de mercure, & l'ayant renverſé dans un vaſe où il y en avoit une aſſez grande quantité, on prit bien garde qu'il ne s'introduiſiſt point d'air dans le tuyau; & on remarqua que le mercure eſtoit élevé dans le tuyau de 26. pouces 4. lignes $\frac{1}{2}$ pardeſſus le niveau de celuy du vaſe. Trois heures aprés eſtant deſcendu au bord de la mer, on fit la meſme operation dans le meſme tuyau & avec le meſme mercure, & l'on trouva qu'il eſtoit élevé pardeſſus le niveau de celuy du vaſe de 28. pouce 2. l. Donc difference 1. pouce 9. l. $\frac{1}{2}$.

Mais ayant meſuré la hauteur de cette roche pardeſſus la mer, on trouva qu'elle eſtoit élevée de 257. toiſes.

Au meſme lieu où l'on fit l'obſervation du mercure ſur le Mont Clairet, on prit l'angle que faiſoit le niveau apparent de la mer avec le vray horizon, lequel on trouva de 39'. 20".

Et poſant le demi-diametre de la terre de 3269297. toiſes, on trouve que pour l'élevation de 257. toiſes, l'angle devoit eſtre de 43'. 6'. Donc la réfraction élevoit l'horizon apparent de la mer de 3'. 46".

Monſieur Baert, dont on a parlé cy-devant, alla avec M. de la Hire ſur le Mont Clairet, pour prendre une parfaite connoiſſance de la maniere dont il l'obſervoit. Et en partant de Toulon il luy laiſſa le tuyau du Barometre & le mercure dont il s'eſtoit ſervi, pour faire encore une autre obſervation de la peſanteur de l'air ſur le Mont Coudon, qui eſt aſſez proche de Toulon, & qui eſt une montagne eſcarpée dont on peut prendre aiſément la hauteur. Il luy écrivit quelque temps aprés qu'il avoit eſté le 20. Décembre ſuivant faire cette obſervation, & qu'il avoit trouvé que pour 284. toiſes de hauteur le mercure avoit baiſſé dans le tuyau d'un pouce onze lignes. Mais il faut remarquer que le lieu le plus bas

de

de ſon obſervation eſtoit encore élevé pardeſſus la mer d'environ 60. toiſes, ce qu'il n'avoit pas pû niveller juſtement: on auroit au moins ſouhaité qu'il euſt dans le meſme temps fait l'obſervation de la hauteur du mercure dans le tuyau au bord de la mer, mais il n'en parle point dans ſa lettre.

A Aix le 11. *Décembre* 1682.

La plus grande hauteur de l'Eſtoile Polaire	45°.	56'.	50".
Mais à l'Obſervatoire	51.	15.	50.
Difference	5.	19.	0.
Difference de réfraction additive	0.	0.	10.
Vraye difference	5.	19.	10.
Hauteur du Pole à l'Obſervatoire	48.	50.	10.
Donc hauteur du Pole à Aix	43.	31.	0.

Cette obſervation fut faite proche la porte de la ville par où l'on y entre en venant d'Avignon, qui eſt vers l'extrémité du cours proche le rempart.

A Lyon 1682.

La plus grande hauteur de l'Eſtoile Polaire			
le 25. Décembre	48.	11.	30.
le 26. Décembre	48.	11.	20.
Donc la moyenne entre les deux ſera	48.	11.	25.
La moindre hauteur de la Polaire			
le 26. Décembre au matin	43.	24.	0.

Donc la difference entre la plus grande & la moindre hauteur ſera de 4. 47. 25.

Donc la moitié eſt 2. 23. 42 1/2.

Qui eſtant oſtée à la plus grande, ou ajouſtée à la moindre, donnera pour la hauteur apparente du Pole 45. 47. 42 1/2

Mais à cette hauteur la réfraction eſtant poſée de 0. 1. 20.

La

La veritable hauteur du Pole à Lyon proche l'Eglise de Saint Paul sera de 45. 46. 22½

Mais si l'on compare la plus grande hauteur avec celle qui a esté trouvée à Paris, comme on a fait cy-devant pour Antibe, on trouvera la hauteur du Pole de 45. 45. 35.

Le 28. Décembre.

Hauteur Meridienne de l'Estoile la plus Occidentale de la ceinture d'Orion 43. 41. 0.

Hauteur Meridienne de l'Estoile la plus Orientale de la ceinture d'Orion. 42°. 6'. 32".

Comparant ces deux hauteurs avec celles qui avoient esté trouvées à Paris, comme on a fait cy-devant pour les observations faites à Antibe, la premiere donne l'élevation du Pole de 45. 45. 30.

Et la seconde 45. 45. 28.

Hauteurs Meridiennes du bord superieur du Soleil.

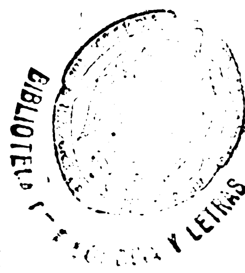
Le 25. Décembre	21.	8.	20.
Le 27. Décembre	21.	13.	18.
Le 28. Décembre	21.	16.	32.

Ces hauteurs Meridiennes du Soleil s'accordent assez bien entre elles suivant les differences des Déclinaisons du Soleil de nos Tables. C'est pourquoy l'on ne donnera icy que le calcul de celle du 27. Décembre, les autres donnant à peu prés la mesme hauteur.

Hauteur Meridienne du bord superieur du Soleil.

Le 27. Décembre 1682.	21.	13.	18.
Demi-diametre du Soleil	0.	16.	22.
Réfraction	0.	2.	45.

Z Donc



Donc vraye hauteur du centre du Soleil	20. 54. 11.
Déclinaiſon	23. 20. 4.
Donc hauteur de l'Equateur	44. 14. 15.
Et la hauteur du Pole	45. 45. 45.

Cette hauteur s'accorde mieux avec celles qui ſont concluës des hauteurs des Eſtoiles de la ceinture d'Orion, qu'avec celle qui vient des hauteurs de la Polaire.

M. Picard trouva, par les obſervations des hauteurs de quelques Eſtoiles fixes, que la hauteur du Pole de Lyon proche de l'Hoſtel de Ville, eſtoit de 45. 46. 20.

Mais le lieu où il obſerva eſtoit environ 45. plus Septentrional que le lieu où eſtoit M. de la Hire : c'eſt pourquoy ſi l'on oſte de ſon obſervation ces 45″, il ne reſtera plus que 45. 45. 35.

Qui eſt a 5″. ou 6″. prés la meſme hauteur qui a eſté concluë par les obſervations des Eſtoiles d'Orion : mais il n'y a pas moyen de faire accorder la hauteur trouvée par le moyen de la Polaire avec celles que l'on a trouvées par les autres Eſtoiles, à moins que de donner 2′. de réfraction à la hauteur de 45°. ce qui ne convient pas avec les réfractions des hauteurs Meridiennes du Soleil. On ne peut pas auſſi ſoupçonner que les réfractions ſoient plus grandes la nuit que le jour, puis que M. de la Hire a obſervé la hauteur Meridienne de l'Eſtoile du grand Chien à toutes les heures du jour & de la nuit, & il l'a toûjours trouvée la meſme à ſa correction prés ; & ſi les réfractions eſtoient differentes de jour & de nuit, elles feroient tres-ſenſibles à la hauteur de 25°. ou 26°. entre leſquelles eſt celle de cette Eſtoile.

Pour ce qui eſt des hauteurs du Soleil qui ne donnent pas tout-à-fait la meſme hauteur que les fixes, le Soleil eſtant fort bas on peut ſoupçonner que l'erreur eſt cauſée par quelque irrégularité des réfractions que l'on ne connoiſt pas.

M de la Hire demeura long-temps à Lyon pour faire quelque obſervation d'immerſion des Satellites de Jupiter: mais le

le temps ne luy fut pas plus favorable qu'à M. Picard pendant tout le sejour qu'il y fit.

Le lieu où il fit ses observations estoit proche l'Eglise de Saint Paul, qui est plus Septentrionale que celle de Saint Jean, qui est la Cathedrale, de 15″. environ.

C'est pourquoy l'on peut déterminer la hauteur du Pole de Lyon à l'endroit de l'Eglise de Saint Jean de 45°. 45′. 20″.

POUR LA CARTE DE FRANCE corrigée sur les Observations de MM. Picard & de la Hire.

On a jugé qu'il estoit à propos de donner icy dans la Carte suivante un résultat des Observations qui ont esté faites pour sa correction, afin que l'on pust voir dans une seule figure tout ce qu'elles contiennent, & où elles sont differentes de ce qui est posé dans la Carte que M. Sanson, l'un des plus illustres Geographes de ce siecle, presenta à Monseigneur le Dauphin en 1679.

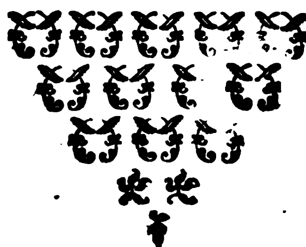
Ce que l'on a marqué en lignes ponctuées est copié exactement sur cette Carte, laquelle a esté réduite à la moitié. Les noms des villes dont la position est aussi tirée de cette Carte, sont écrits en caracteres italiques; la correction de la position des costes qui est déduite des Observations précedentes, est marquée d'un trait simple avec un peu d'ombrage du costé de la mer, comme on fait ordinairement; & les noms des villes dont la position est corrigée, sont écrits en caracteres Romains.

Les degrez de latitude ou hauteurs de Pole sont marquez des deux costez dans la bordure, en sorte qu'il est aisé de voir les corrections qu'il faut faire aux hauteurs de Pole des lieux qui sont marquez. Pour ce qui est des degrez de longitude, qui servent aussi à connoistre la difference des Meridiens des lieux proposez, on les a marquez dans la mesme bordure en haut & en bas;

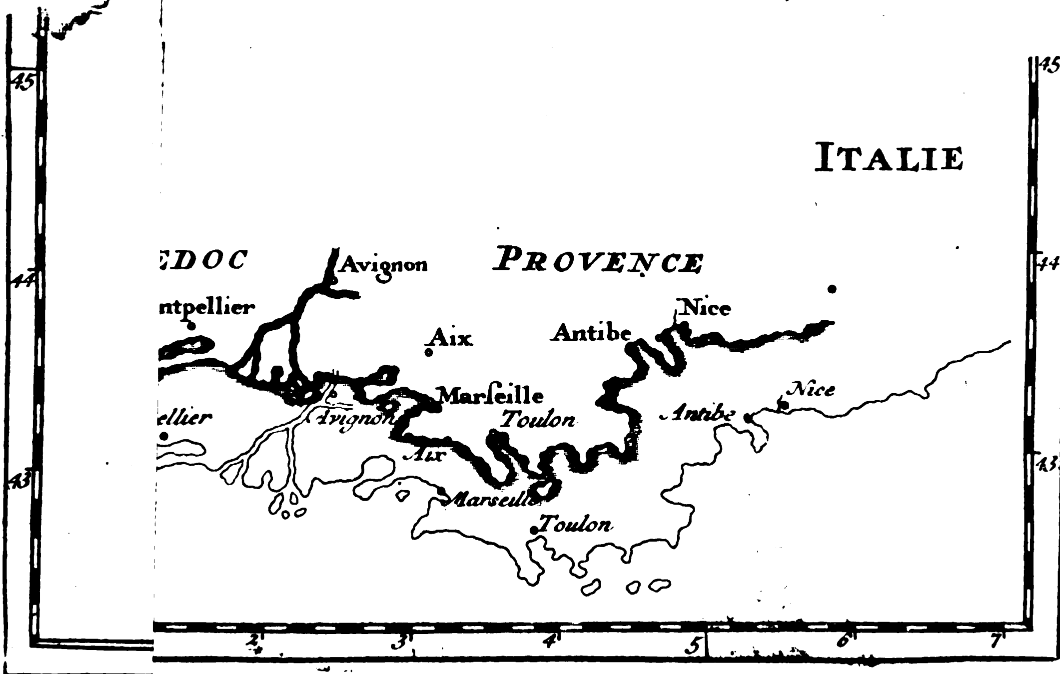
mais on en a commencé la diviſion au Meridien qui paſſe par l'Obſervatoire en allant au Levant & au Couchant, en ſorte que la difference de longitude des lieux marquez dans cette Carte paroiſt la meſme qui eſt donnée dans les Obſervations qui ont eſté faites dans ces meſmes lieux, & par correſpondance à l'Obſervatoire. On a crû qu'on ne devoit point marquer les longitudes comme elles ſont ordinairement dans les Cartes, en commençant à l'Iſle de Fer, comme il a eſté établi, parce que nous ne connoiſſions pas exactement la poſition de cette Iſle à l'égard de l'Obſervatoire.

On a propoſé icy la Carte de M. Sanſon comme la plus juſte de toutes les modernes qui ont eſté données au public, pour faire voir ſeulement combien les Obſervations ſont differentes des relations & des memoires ſur leſquels les plus excellens Geographes ſont obligez de travailler, & que l'on ne doit pas leur imputer des fautes telles qu'on les peut voir dans cette Carte touchant la poſition des coſtes de Languedoc & de Provence, qui ſont treséloignées de la verité pour les hauteurs de Pole que l'on peut obſerver aſſez facilement.

FIN.



DE


ITALIE
PROVENCE
EDOC
Avignon
ntpellier
Aix
Antibe
Nice
Marseille
Toulon
ellier
Avignon
Aix
Antibe
Nice
Marseille
Toulon
45
44
43
2
3
4
5
6
7

DE LA PRATIQUE DES GRANDS CADRANS PAR LE CALCUL.

Par M. PICARD.

DE
LA PRATIQUE
DES
GRANDS CADRANS
PAR LE CALCUL.

SI l'on voit peu de grands cadrans qui ſoient bons, cela vient autant de la difficulté qu'il y a de bien pratiquer en grand, & ſur un mur les régles vulgaires de la Gnomonique, que de l'ignorance de ceux qui ont, pour ainſi dire, avili cette curieuſe & utile partie des Mathématiques.

Mon deſſein n'eſt pas de parler contre les pratiques de Géometrie, ni de prendre à taſche de m'en paſſer entiérement; principalement lors qu'elles ſont ſimples & ſans embaras de lignes: mais toutes choſes bien conſiderées, on demeurera d'accord que la meilleure maniére pour bien réuſſir à la conſtruction d'un grand cadran, eſt de le calculer; ce qui ſe peut faire à loiſir & commodément dans le cabinet.

C'eſt cette maniére que je me ſuis propoſé d'expliquer à ceux qui ont déja quelque entrée dans la Gnomonique, & qui d'ailleurs ſçavent la pratique des triangles ſphériques & l'uſage des logarithmes.

CHAPITRE PREMIER.

Des Préparations.

JE ſuppoſe que l'endroit où l'on a deſſein de faire un grand cadran ſoit bien plan, en ſorte qu'une régle y convienne par tout & en tous ſens. Ce n'eſt pas qu'on ne puiſſe faire des cadrans

drans ſur toutes ſortes de ſurfaces, quoy-qu'irréguliéres ; mais cela demande des pratiques particuliéres, & ſouvent méchaniques.

On pourra commencer par un faux ſtyle qui ſera de longueur à diſcrétion & qui ne ſervira que pour connoiſtre la poſition du plan à l'égard du ciel ; le plus long ſera toûjours le meilleur, pourveû que ſon ombre puiſſe eſtre terminée dans le plan : mais ſi on en veut mettre d'abord un qui ſoit pour demeurer, *il* ſera bon d'avoir fait en petit ſur le papier un deſſein du cadran propoſé ; & pour cét effet il ſuffira d'avoir ſçeû à peu prés par la bouſſole ou autrement la déclinaiſon du plan. Nous avons mis à la fin de ce traité des Tables, où l'on trouvera tout ce qui eſt neceſſaire pour faire promptement un cadran vertical, ſuppoſé la déclinaiſon du plan.

Par le moyen de ce deſſein ou modele, on connoiſtra ſuffiſamment la forme que l'on devra donner au cadran, & les heures que l'on y pourra ménager ; comme auſſi le lieu & la hauteur convenable du ſtyle. Surquoy on peut remarquer en paſſant, que ſuppoſé deux plans verticaux d'égale grandeur, mais de différente déclinaiſon, celuy qui déclinera le plus demandera une plus grande longueur de ſtyle, ſuivant la raiſon des ſinus de complément des hauteurs du Pole ſur ces plans. La raiſon eſt, que par ce moyen le rayon équinoxial ſera d'une meſme longueur à tous.

La broche qui tiendra lieu de ſtyle ſera recourbée & de figure propre, pour faire que le point qui répond perpendiculairement à l'extrémité du ſtyle, & que nous appellerons ſimplement le pié du ſtyle, ſoit dégagée du pié de la broche. On prendra garde auſſi que le pié de cette broche n'embaraſſe pas la ligne ſouſtylaire. Tout cela ſe ſçaura aſſez bien par le petit deſſein que nous avons ſuppoſé.

Le ſtyle ſera terminé par une plaque ronde dont le bord ſera abbatu pardeſſous tout au tour en chanfrain, afin que l'ombre ſoit toûjours cauſée par la ſurface ſupérieure de la plaque, au centre de laquelle il y aura un point frapé, qui puiſſe arreſter la pointe

pointe du compas. Le diamétre de cette plaque pourra eſtre environ la 36me partie de la plus grande diſtance à laquelle l'ombre devra eſtre portée.

On fera en ſorte, en plantant la broche, que la plaque ſoit bien parallele au plan du cadran, ce qui ſe pourra faire facilement avec une équerre préſentée tout au tour; ou bien ſimplement par le moyen de l'ombre, qui lors qu'elle ne ſera pas beaucoup éloignée du pied du ſtyle, devra eſtre ronde. Je mets cette condition; car bien qu'il ſoit vray qu'une plaque ronde conſiderée ſans épaiſſeur, & parallele à un plan, fiſt ſur le plan un ombre qui ſeroit toûjours ronde ſi le ſoleil n'eſtoit qu'un point; néanmoins à cauſe de la grandeur du diſque du ſoleil, ſi cette ombre eſt receûë obliquement, elle ſe trouve étreſſie tout au tour par une infinité d'ellipſes de lumiére, dont les grands diamétres tendent vers le ſoleil, & ſont tous paralleles entre eux; deſorte que cette ombre ne peut demeurer ronde que tandis que les ellipſes de lumiére peuvent paſſer pour des cercles.

De l'ombre qu'une plaque ronde expoſée au ſoleil fait ſur un plan parallele à la plaque.

Si une plaque que je conſidere ſans épaiſſeur eſt parallele à un plan, l'ombre du ſoleil receû ſur ce plan, à quelque obliquité que ce fuſt ſeroit ſemblable & ſenſiblement égale à la plaque, ſi le ſoleil n'eſtoit qu'un point, à cauſe de la diſtance du ſoleil preſque infinie. Mais pour comprendre ce qui doit àrriver à l'ombre d'une plaque ronde, à cauſe de la grandeur du diſque entier du ſoleil, il faut conſiderer qu'au lieu que le rayonnement du centre du ſoleil par le contour d'une plaque ronde parallele à un plan, enfermeroit toûjours ſur le plan un cercle d'ombre égal à la plaque; au lieu de cela, disje, le rayonnement du diſque entier du ſoleil, au travers du centre de la plaque, eſtant receû obliquement ſur le plan terminant, y feroit une ellipſe de lumiére; car il ſe feroit alors deux cônes de lumiére droits, & oppoſez

 l'un

l'un à l'autre, ayant leur ſommet commun au centre de la plaque, & dont l'un auroit ſa baſe droite dans le ſoleil, & l'autre ſeroit coupé obliquement par le plan terminant.

Nous appellerons cercle du milieu celuy que l'on s'imagine fait du rayonnement du centre du ſoleil par le contour de la plaque; comme auſſi ellipſe du milieu celle que nous avons imaginée faite par le rayonnement du diſque entier du ſoleil au travers du centre de la plaque.

Cela ſuppoſé, il faut s'imaginer, 1°. Que le cercle d'ombre, tel qu'il ſeroit ſi le ſoleil n'eſtoit qu'un point, eſt diminué par une infinité d'ellipſes de lumiére faites du rayonnement de tout le diſque du ſoleil au travers de chacun des points de la circonférence de la plaque, leſquelles ellipſes nous appellerons laterales.

2°. Que tous les grands diamétres des ellipſes laterales ſont paralleles & égaux à celuy de l'ellipſe du milieu; car il faut s'imaginer des cones égaux, dont les axes qui ſont des rayons venans du centre du ſoleil, ſont tous paralleles, & par conſéquent également inclinez au plan terminant qui les coupe tous à une égale diſtance de leur ſommet.

3°. Que dans toutes les ellipſes le point qui repréſente le centre du ſoleil, & auquel aboutit l'axe du rayonnement n'eſt pas le centre de l'ellipſe; mais coupe inégalement le grand diametre en raiſon des coſtez du cône, ou des ſecantes des hauteurs des deux bords ſuperieurs & inferieurs du ſoleil conſideré à l'égard du plan terminant, ou en raiſon réciproque des ſinus des meſmes hauteurs.

Pl. VIII. Fig. 1. 4°. Que ces meſmes points qui repréſentent le centre du ſoleil dans les ellipſes laterales, ſont tous rangez dans la circonférence du cercle du milieu; parce que les meſmes rayons qui viennent du centre du ſoleil, & qui paſſant par le contour de la plaque vont aboutir à la circonférence du cercle du milieu, ſont auſſi les axes des cones lateraux, d'où il s'enſuit que l'ombre eſt plus diminuée du coſté du ſoleil qu'à la partie oppoſée, d'autant que la plus

plus grande portion du grand diamétre de chaque ellipſe laterale ſe trouve dans le cercle du coſté du ſoleil, au lieu que de l'autre coſté eſt la moindre: de ſorte que l'ombre eſt rétreſſie comme en ovale, mais plus d'un coſté que d'autre, juſques à ce qu'elle ſe perde enfin à meſure que les ellipſes croiſſent, & cette maniére d'ovalle d'ombre ſera contrepoſée à l'égard des ellipſes de lumiére.

5°. Que de meſme qu'on s'eſt imaginé une infinité d'ellipſes de lumiére rangées à l'entour du cercle du milieu qui demeure toûjours égal à la plaque; on peut auſſi s'imaginer une infinité de cercles égaux à celuy du milieu, qui auront leurs centres dans les bords de l'ellipſe du milieu, leſquels cercles ſeront faits par le rayonnement de chaque point du bord du diſque du ſoleil, par le contour entier de la plaque.

6°. Que ſi au lieu d'une plaque qui fait ombre, on conſidere un trou rond & parallele au plan terminant; il y aura une infinité de cercles de lumiére égaux au trou, qui venant du rayonnement de chaque point des bords du ſoleil par le trou tout entier, ont leurs centres dans les bords de l'ellipſe qui repréſente le ſoleil: ou bien on aura une infinité d'ellipſes de lumiére rangées dans la circonférence d'un cercle égal au trou, de la maniére que nous avons dit à la quatriéme remarque.

CHAPITRE II.

Des Préparations.

PREMIER PROBLEME.

Trouver le pié du ſtyle.

AYEZ un grand compas à verge, dont les pointes ſoient recourbées endedans: faites tenir une des pointes de ce compas appliquée au centre de la plaque du ſtyle, pendant qu'avec

l'autre pointe vous décrirez sur le mur ou sur le plan du cadran un cercle qui soit le plus grand qu'il se pourra commodément. Le centre de ce cercle sera le pied du style requis.

On trouve communément le centre d'un cercle par trois points pris dans sa circonférence; mais la pratique la plus expeditive, sera d'ouvrir premiérement le compas de la grandeur du diametre entier du cercle, puis l'ayant transportée sur une échelle de parties égales, en prendre la moitié pour servir à trouver le centre requis.

Il faut prendre garde en traçant le cercle, de ne pas faire plier le compas, & supposé que le plan sur lequel on travaille soit bien dressé, on sera asseuré que l'on aura bien fait, si la hauteur du style, le demi-diametre du cercle, & la premiére ouverture du compas qui a servi à décrire le cercle, sont les trois costez d'un triangle rectangle, ce qui se connoistra facilement par les quarrez, en posant pour son hypotenuse l'ouverture du compas qu'on a prise d'abord. On voit par là qu'il auroit suffi d'avoir deux de ces grandeurs pour en conclure la troisiéme; joint que si la premiére ouverture du compas pour décrire le cercle, a esté faite exprés de 1000 parties, & que le demi-diametre du cercle se soit trouvé, par éxemple, de 643 parties, lequel nombre cherché dans les Tables des sinus est celuy de 40 degrez 1 minute; son sinus de complement 766 sera la hauteur du style. Il est vray que dans les tables le sinus de $40^{d}\ 1^{m}$ est 76587754; mais à cause que les quatre figures que j'ay retranchées vallent la fraction $\frac{8754}{10000}$, qui approche de l'entier, j'ay deu prendre le nombre 766 au lieu de 765.

On doit aussi retrancher les quatre derniéres figures des nombres naturels des sinus, des tangentes & des secantes, lors que l'on fait le rayon de 1000 parties, ou de quatre figures seulement, parce que dans les Tables il est ordinairement de huit figures. Mais à l'égard des logarithmes, parce qu'ils sont faits comme si le rayon estoit de onze figures, il s'ensuit que lors qu'on voudra

faire

faire le rayon de 1000 parties, il faudra deprimer de sept unitez la caracteristique des logarithmes des sinus & des tangentes; quoyque leurs nombres naturels n'ayent esté déprimez que de quatre figures, ce qui soit dit seulement en passant pour servir d'avertissement.

Définition.

La *ligne verticale* est la section d'un plan perpendiculaire au plan du cadran, & qui passe par le centre de la plaque du style, ou bien par son pied, ce qui est la mesme chose.

SECOND PROBLEME.

Trouver la ligne verticale.

Suspendez un plomb au centre de la plaque du style, ou bien au costé d'une petite équerre dressée sur le pied du style, puis bornoyant par le pied du style, marquez sur le mur un autre point qui soit caché sous le fil du plomb: la ligne tirée par le pied du style, & par le point que vous aurez marqué, sera la verticale que l'on cherche.

REMARQUE.

On pourra encore trouver cette verticale par le moyen d'une ligne horizontale ou de niveau tracée sur le mur en quel endroit on voudra; car la ligne que l'on menera par le pied du style, & perpendiculaire sur cette ligne horizontale, sera la verticale que l'on cherche.

TROISIE'ME PROBLEME.

Trouver l'inclinaison du mur, ou du plan du Cadran à l'égard de l'horizon.

Cette opération se fera par le moyen de l'instrument qu'on appelle *Inclinatoire* ou *Réclinatoire*, qui aura pour cét effet quelques degrez & leurs minutes marquées sur un petit limbe qui doit

eſtre au bas : mais au defaut de cét inſtrument, & principalement lors qu'il ne fait point de vent, on pourra ſe ſervir d'un plomb & d'une grande régle, obſervant de combien ſur certaine hauteur de la régle le plomb s'éloigne ou s'approche du plan du cadran, en appliquant un des coſtez de la régle contre le mur ſur la verticale, le plomb eſtant attaché au haut de cette régle. Si le plomb s'approche plus du mur par le bas que par le haut, le mur ſera en talus ; au contraire, s'il s'éloigne plus du mur par le bas que par le haut, le mur ſera ſurplombé.

On trouvera l'angle de l'inclinaiſon du mur à l'égard de l'horiſon, c'eſt-à-dire, l'angle que le mur fait avec le vertical, ſi l'on fait comme la longueur du fil du plomb ſur la régle, à la difference d'entre les deux diſtances perpendiculaires au mur, depuis les extrémitez du fil du plomb ſur la régle ; ainſi le rayon ou ſinus total au ſinus de l'angle de l'inclinaiſon.

CHAPITRE III.

Des obſervations pour un grand cadran.

Pour eſtre aſſeuré de réuſſir à faire un bon cadran, il ne faut point épargner les obſervations. Car quoy-que dans la theorie, comme on verra cy-aprés, un point d'ombre obſervé ſoit ſuffiſant pour trouver ce qui eſt néceſſaire pour ſa conſtruction ; on ne doit pas pour cela négliger dans la pratique d'en obſerver pluſieurs pour operer avec plus d'exactitude. Il ne faut pas auſſi prétendre ſe paſſer des choſes que l'on peut ſçavoir d'ailleurs, comme de la hauteur du pole du lieu où l'on eſt, & de la déclinaiſon du ſoleil : elles ſont ſi faciles à ſçavoir, que nous les ſuppoſerons toûjours connuës lors qu'on pourra s'en ſervir, puis que l'on ne ſçauroit avoir trop de choſes données.

Il faut premiérement conſiderer que les cadrans qui ſont faits autour de la terre ſont auſſi bien leur effet, que ſi l'extrémité du ſtyle eſtoit poſée à ſon centre, & que dans un meſme lieu on peut faire

faire servir toute sorte de cadrans. De plus, on doit aussi considerer tout plan comme un horizontal pour quelque lieu de la terre, puis qu'en effet, il est toûjours parallele à quelque horison ; de sorte qu'il a son zenith, son méridien, & sa hauteur de pole particuliere. D'où il est facile de voir que si le méridien du plan convient avec celuy du lieu, un cadran sur ce plan se fera tout simplement à la maniére d'un horizontal pour une certaine hauteur de pole. Mais si les méridiens sont differens, les heures du plan seront aussi differentes de celles du lieu, & il sera nécessaire d'en faire la réduction ; tout de mesme que si estant sous un méridien different de celuy de Paris, on vouloit avoir un cadran horizontal qui montrast les heures de Paris, c'est à dire, les heures, comme on les compte à Paris dans le mesme temps.

PREMIER PROBLEME.

Trouver par observation la ligne soustylaire.

LA ligne qu'on appelle soustylaire est proprement la ligne méridienne du plan du cadran. Marquez plusieurs points d'ombre correspondans devant & aprés la soustylaire, comme on fait ordinairement pour trouver la ligne méridienne sur un plan horizontal. Car comme je suppose que l'on sçache à peu prés l'heure à laquelle l'ombre devra estre aux environs de la soustylaire ; on sçaura assez les temps convenables pour les observations devant & aprés. Cette pratique hors les solstices a besoin de quelque correction que nous donnerons à la fin de ce Traité.

SECOND PROBLEME

Trouver par observation la hauteur du pole sur le plan.

DE mesme qu'on trouve la hauteur du pole d'un lieu par la hauteur méridienne du soleil, supposé sa déclinaison ; on trouve aussi la hauteur du pole sur le plan, par l'observation de l'ombre

la

la plus courte & la plus proche du pied du ſtyle. Pour cét effet il faut dans un meſme jour, avoir marqué aſſez de points d'ombre aux environs de la ſouſtylaire pour eſtre aſſeuré que celuy de la plus courte ombre y eſt compris. La plus petite diſtance entre le pied du ſtyle & la trace d'ombre obſervée; ſera ce que j'appelle la plus courte ombre.

Pl. VIII. Fig. 2. Maintenant il faut faire comme la hauteur du ſtyle AB eſt à la plus courte ombre AC, ainſi le rayon eſt à la tangente de l'angle ABC, qui eſt la diſtance entre le ſoleil dans le méridien du plan & le zenith du plan. De ſorte que ſi le plan regarde vers le midy, il faudra oſter la déclinaiſon ſeptentrionale, ou bien ajouſter la méridionale, pour avoir la diſtance entre le zenith du plan & l'équinoxial, laquelle diſtance eſt égale à la hauteur du pole. Mais ſi le plan regarde le Septentrion, il faudra oſter la déclinaiſon méridionale, ou bien ajouſter la ſeptentrionale à l'angle ABC pour avoir la hauteur de pole du plan.

Remarque.

Il faut entendre par ces mots de plan qui regarde le midy, *que c'eſt lors que la ſouſtylaire depuis le pied du ſtyle juſqu'à la trace de l'ombre, tend vers le midy; & au contraire, par les mots de* plan qui regarde le Septentrion.

Il faut auſſi remarquer que lors que le zenith eſt entre le lieu du ſoleil & l'équateur, il faut oſter l'angle ABC à la déclinaiſon méridionale ou l'ajouſter à la ſeptentrionale, de meſme qu'il eſt marqué cy-deſſus, pour oſter ou ajouſter la déclinaiſon à l'angle ABC. Par exemple, ſi le plan regarde le Septentrion, c'eſt-à-dire, ſi la ſouſtylaire depuis le pied du ſtyle juſqu'à la plus courte ombre, tend vers le Septentrion, & que le zenith ſoit entre l'équateur & le lieu du ſoleil, il faudra oſter l'angle ABC à la déclinaiſon méridionale pour avoir la hauteur du pole; & au contraire, l'ajouſter à la déclinaiſon ſeptentrionale.

A l'égard de la plus courte ombre, qui ſera quelquefois acour-

cie par la réfraction, il y aura quelque correction à faire dont nous parlerons à la fin.

Lemme.

Mesurer sur un plan un angle donné, ou bien en faire un de telle grandeur qu'on voudra.

De la pointe de l'angle, comme centre, & de l'intervalle de 1000 parties, décrivez un arc & prenez-en la corde; la moitié de cette corde cherchée dans les tables des sinus, sera le sinus de la moitié de l'angle requis; comme si la corde est 518, dont la moitié est 259, l'angle sera de 30^d, 2^m. Car ayant cherché dans les tables le nombre 259 dans la colonne des sinus, on trouve l'angle qui luy répond de 15^d, 1^m, en supposant toûjours le rayon de 1000 parties.

Suivant cette pratique on fera facilement un angle droit en prenant une corde de 1414 parties; ce qui sera commode pour les perpendiculaires.

Remarque.

Monsieur Picard suppose que l'on a toûjours une régle divisée en parties égales, desquelles on se sert dans toutes les opérations qu'il faut faire pour déterminer quelque longueur; & que 1000 *de ces parties valent le rayon.*

Troisiéme Probleme.

Deux points d'ombre estant donnez par observation, trouver la hauteur du pole sur le plan & la ligne soustylaire, supposé la déclinaison du soleil.

Il faut premierement mesurer les distances entre chaque point d'ombre observé, & le pied du style, dont je suppose la hau-

teur connuë ; & par ce moyen trouver la distance entre le soleil & le zenith du plan pour chaque point d'ombre.

Il faut ensuite mesurer l'angle enfermé entre les deux lignes que l'on doit avoir menées du pied du style aux deux points d'ombre.

Cela supposé, la solution de ce probleme est la mesme que quand on cherche la hauteur du pole du lieu, & la ligne meridienne par le moyen de deux hauteurs de soleil & de l'angle compris entre les deux azimuths qui passoient par le soleil au temps de l'observation des points d'ombre. Voicy l'explication de l'opération qu'il faut faire.

PL. VIII. Fig. 3. AB est sur la sphere un horison parallele au plan du cadran. C est son zenith. P le pole élevé sur le plan ; & par consequent APCB sera le cercle meridien de ce mesme horizon. CE, CF sont les distances du zenith jusqu'aux lieux du soleil en E & F dans les observations des points d'ombre ; & l'angle ECF est celuy qui est compris par les deux lignes d'ombre, qui représentent les azimuths du plan CE, CF.

Au triangle sphérique ECF, on connoist les deux costez CE, CF & l'angle ECF qu'ils comprennent ; c'est pourquoy on trouvera par les régles de Trigonométrie la valeur du costé EF, & l'angle EFC. En suite au triangle PEF, supposé la déclinaison du soleil, les costez PE, PF seront connus, & EF vient d'estre trouvé dans le triangle CEF ; on trouvera donc aussi l'angle EFP, qui estant osté de EFC connu, il restera l'angle PFC. Mais les costez PF, FC sont donnez ; c'est pourquoy dans le triangle PFC, les deux costez & l'angle compris estant connus, on trouvera le costé opposé qui est l'arc PC du méridien compris entre le zenith & le pole, qui est le complément de la hauteur du pole sur le plan. On trouvera aussi dans le mesme triangle, l'angle PCF ou son supplément à deux droits FCB, qui est l'angle que doit faire la soustylaire avec la ligne d'ombre, dont le

le point a esté marqué lors que le soleil estoit en F. On aura donc par ce moyen la position de la soustylaire sur le plan & la hauteur du pole.

Ce probleme comprend les deux premiers ; mais quand il ne seroit pas embarassé de calculs, il ne s'en faut servir qu'au besoin: car c'est de mesme que si l'on vouloit trouver la hauteur de pole d'un lieu autrement que par les hauteurs méridiennes ; & la ligne méridienne autrement que par des observations correspondantes faites devant & aprés midy.

REMARQUES.

Sur le premier article de ce probleme, on doit remarquer que pour trouver la distance en degrez entre le zenith du plan & le lieu du soleil au temps où l'on a marqué les points d'ombre, il faut resoudre un triangle rectangle & rectiligne, dont l'un des costez autour de l'angle droit est la hauteur du style, & l'autre est la longueur de l'ombre ; car l'angle qu'on trouvera opposé à ce dernier costé sera l'arc de l'azimut, comme CE ou CF compris entre le zenith C & le lieu du soleil E ou F au temps où l'on a marqué les points d'ombre.

Sur le second article, pour mesurer l'angle compris entre les deux lignes d'ombre, il le faut faire par le moyen d'un Rapporteur sur le plan, ou bien par la Trigonométrie rectiligne, ayant mesuré exactement la longueur des deux lignes d'ombre & la distance entre les deux points d'ombre : car par le moyen des trois costez connus dans le triangle rectiligne on trouvera l'angle opposé au costé entre les deux points d'ombre, qui est celuy de la sphere marqué ECF.

Sur le dernier article, il faut remarquer que sur un tres-grand nombre de plans, on ne sçauroit trouver la soustylaire par observation ni la plus courte ombre ; c'est pourquoy on est tres-souvent obligé de se servir de ce probleme.

QUATRIÉME PROBLEME.

La ligne souſtylaire & un point d'ombre eſtant donnez ; trouver la hauteur du pole ſur le plan, ſuppoſé qu'on ſçache la déclinaiſon du ſoleil.

IL faut avoir meſuré l'angle que la ligne menée du pied du ſtyle au point d'ombre, fait avec la ſouſtylaire ; comme auſſi la diſtance entre le zenith du plan & le ſoleil, ſuppoſé la hauteur du ſtyle & la longueur de l'ombre, comme au troiſiéme probleme.

Pl. VIII. Fig. 3. Cela ſuppoſé, ſoit le lieu du ſoleil au point F ſur la ſphére. Par les choſes qu'on ſuppoſe connuës, on aura dans le triangle ſphérique CPF les coſtez CF, PF & l'angle azimuthal FCP ; c'eſt pourquoy on trouvera PC qui ſera le complement de la hauteur du pole ſur le plan.

REMARQUES.

LA déclinaiſon du ſoleil doit eſtre connuë au temps où l'on a marqué le point d'ombre, comme dans toutes les opérations où l'on ſe ſert de la déclinaiſon du ſoleil, à cauſe qu'elle change continuellement.

On remarquera auſſi, comme on a fait dans le probleme précédent, que pour meſurer l'angle que fait la ſouſtylaire avec la ligne de l'ombre menée du pied du ſtyle juſqu'au point d'ombre, il faut ſe ſervir du Rapporteur, ou bien de la Trigonométrie rectiligne, en prenant un point où l'on voudra ſur la ſouſtylaire duquel on menera une ligne juſqu'au point d'ombre ; car par la meſure on connoiſtra les trois coſtez de ce triangle, d'où l'on viendra à la connoiſſance de l'angle que l'on cherche.

Pour la diſtance entre le zenith du plan & le lieu du ſoleil au temps où l'on a marqué le point d'ombre, on ſe ſervira de ce que j'ay dit dans la remarque ſur le premier article du troiſiéme probleme.

CIN-

CINQUIÉME PROBLEME.

La hauteur du pole sur le plan, un point d'ombre, & la déclinaison du soleil estant donnez, trouver l'angle que fait la soustylaire avec la ligne de l'ombre.

CETTE proposition est la converse de la précedente. Car par l'hypotese les trois costez du triangle CPF estant donnez, on trouvera l'angle PCF ou FCB que la soustylaire fait avec la ligne de l'ombre donnée.

REMARQUES.

PAr la hauteur du pole donnée on aura son complément, qui sera l'arc CP: la longueur de l'ombre depuis le pied du style jusqu'au point d'ombre servira à trouver l'arc azimuthal CF, comme j'ay dit dans la premiére remarque sur le troisiéme probleme; & la déclinaison du soleil estant ajoustée ou ostée à 90 degrez, donnera l'arc PF.

Il faut oster la déclinaison boréale à 90 degrez, & ajouster la méridionale, si P est le pole boréal; mais au contraire, il faudra ajouster la boréale & oster la méridionale si P est le pole austral.

Définitions.

I. LA déclinaison d'un plan est proprement l'angle que la section de ce plan & de l'horison du lieu fait avec la ligne du levant & du couchant équinoxial: mais c'est aussi l'angle qui se fait au zenith du lieu entre son méridien & un vertical, qui joint le zénith du lieu avec le zénith du plan, & qui pour ce sujet sera appellé vertical commun, dont la section sur le plan, est la ligne verticale.

II. Plan oriental ou occidental, est celuy qui décline vers l'orient ou vers l'occident, & dont le zenith est dans la partie orientale ou occidentale de la sphére, laquelle est partagée en deux hemisphéres par le meridien du lieu.

III. Plan meridional ou ſeptentrional, eſt celuy dont le zenith eſt dans la partie meridionale ou ſeptentrionale de la ſphére, laquelle eſt partagée en deux hemiſphéres par l'équateur. Le pole meridional eſt élevé au deſſus des plans meridionaux, & le pole ſeptentrional eſt élevé au deſſus des plans ſeptentrionaux.

SIXIE'ME PROBLEME.

L'angle de la ſouſtylaire avec la verticale, la hauteur du pole du lieu, & l'inclinaiſon du plan, s'il y en a, eſtant donnez; trouver la hauteur du pole ſur le plan, la difference des meridiens & la déclinaiſon du plan.

Pl. VIII. Fig. 4. P eſt le pole ſeptentrional, G le zenith du lieu; donc PGp le meridien du lieu, qui partage le globe en deux hemiſphéres, l'un oriental qu'il faut imaginer en devant, & l'autre occidental en arriere dans la partie oppoſée. C eſt le zenith du plan: PC une partie du meridien du plan, & GC le vertical commun.

Au triangle PGC le coſté PG eſt le complement de la hauteur du pole du lieu que je ſuppoſe ſeptentrional. PC eſtant moindre que 90^d ſera auſſi le complement de la hauteur du pole du plan, lequel ſera ſeptrional: mais PC eſtant plus grand que 90^d, ſon ſupplement à deux droits ſera la hauteur du pole meridional du plan.

GC eſt la diſtance entre le zenith du lieu & celuy du plan, laquelle eſt de 90^d ſi le plan eſt vertical ou à plomb: mais elle ſera moindre que 90^d ſi le plan eſt en talus; & enfin elle ſera plus grande que 90^d s'il eſt panché en devant ou ſurplombé; en ſorte que le defaut ou l'excés à l'égard de 90^d, eſt égal à l'inclinaiſon du plan. Cela ſe comprendra facilement en conſiderant que le zenith d'un plan, qui eſt en talus, eſt élevé ſur l'horiſon du lieu; mais ſi le plan eſt ſurplombé, ſon zenith eſt abbaiſſé au deſſous de l'horiſon.

Au triangle GPC, les coſtés GP, GC, c'eſt à ſçavoir le complement de la hauteur du pole du lieu, & le complement de l'in-

l'inclinaiſon du plan, ſont donnez par l'hypothéſe, auſſibien que l'angle GCP, qui eſt égal à celuy que la ſouſtylaire fait avec la verticale: on connoiſtra donc toutes les autres parties de ce meſme triangle; c'eſt à ſçavoir CP complement de la hauteur du pole ſur le plan, GPC la différence des meridiens, & CGP la déclinaiſon du plan ou ſon ſupplement. Surquoy il faut remarquer que pour trouver la difference des meridiens, l'angle PCG de la ſouſtylaire avec la verticale eſtant donné, il ne faut qu'une ſimple proportion. Car comme le ſinus de complement de la hauteur du pole du lieu, eſt au ſinus de complement de l'inclinaiſon du plan, s'il y en a, ou au rayon, ſi le plan eſt à plomb ou vertical; ainſi le ſinus de l'angle que fait la ſouſtylaire avec la verticale, au ſinus de la difference des meridiens.

REMARQUE.

J'Ay trouvé à propos d'ajouſter à ce probleme & aux ſuivans, quelques exemples pour les rendre plus faciles.

Soit donc l'angle de la ſouſtylaire avec la verticale de 30ᵈ, 25ᵐ, lequel angle eſt compris ſur la ſphere par les arcs de cercle CP, CG. La hauteur du pole du lieu ſoit comme à Paris, 48ᵈ, 50ᵐ; & par conſequent l'arc PG, qui eſt compris entre le pole & le zenith, ſera le complement de cette hauteur 41ᵈ, 10ᵐ. Suppoſons auſſi que le plan du cadran ou le mur ſur lequel on doit faire le cadran ſoit incliné en talus, c'eſt-à-dire panché en arriére par le haut, & que cette inclinaiſon ſoit de 5ᵈ, dont le complement 85ᵈ, eſt marqué ſur la ſphere par l'arc de cercle CG. Ces trois choſes eſtant données, on trouvera par la Trigonometrie ſpherique les trois autres parties de ce meſme triangle; à ſçavoir l'arc CP de 54ᵈ, 52ᵐ, 35ˢ, qui ſera le complément de la hauteur du pole ſur le plan du cadran; & par conſequent la hauteur du pole ſur ce plan ſera de 35ᵈ, 7ᵐ 25ˢ. On aura par ce moyen le centre du cadran, qui eſt l'endroit où laxe rencontre la ſouſtylaire, ce qui ſe peut trouver par la reſolution d'un triangle rectiligne & rectangle dont l'un des coſtés autour de l'angle droit, eſt la hauteur du ſtyle, & l'angle

gle complément de la hauteur du pole qu'on a trouvé est opposé à la distance, depuis le pied du style jusqu'au centre du cadran, qui est l'autre costé de ce triangle autour de l'angle droit & lequel on cherche. L'angle CPG qui est la difference entre les meridiens, se trouvera de 50d, 0m, 50s, *ce qui peut servir à déterminer la rencontre de la meridienne du lieu avec l'équateur. Enfin l'angle PGC sera de* 38d, 58m, 55s, *qui est la déclinaison du plan: cette déclinaison se prend sur l'horison depuis la verticale, qui rencontre toûjours la ligne horizontale du plan à angles droits.*

SEPTIE'ME PROBLEME.

La plus courte ombre ou la hauteur du pole sur le plan, la hauteur du pole du lieu, & l'inclinaison du plan estant donnez; trouver la soustylaire, la différence des méridiens, & la déclinaison du plan.

Les mesmes choses estant exposées que dans le probleme précédent, on aura les trois costez donnez dans le triangle GCP; c'est pourquoy on trouvera les angles, qui est ce que l'on cherche.

Il faut remarquer que la précedente détermination par la position de la soustylaire donnée, est préférable à celle-cy, lors que le plan décline peu; parce qu'alors pour beaucoup de changement à l'angle soustylaire, il en arrive peu à la hauteur du pole sur le plan: mais quand la déclinaison est grande, c'est tout le contraire.

Remarquez aussi que dans la pratique ce probleme & le précedent, sont toûjours préferables au quatriéme & au cinquiéme.

REMARQUES.

Il prend icy la plus courte ombre ou la hauteur de pole sur le plan, comme une mesme chose; cependant pour déterminer la hauteur du pole sur le plan du cadran par la plus courte ombre, il faut nécessairement connoistre la déclinaison du soleil, comme on l'a enseigné dans le second probleme de ce chapitre.

Dans

Dans le triangle CPG l'arc CP est le complément de la hauteur du pole sur le plan; c'est pourquoy si la hauteur du pole sur le plan est donnée, il en faudra prendre le complement pour avoir l'arc CP de ce triangle. La hauteur du pole du lieu estant aussi donnée, on en doit prendre le complement pour former l'arc PG; & enfin l'inclinaison du plan estant donnée, on aura aussi l'arc du vertical commun compris entre les deux zeniths, C & G, lequel arc CG est le complement de cette inclinaison.

EXEMPLE.

Soit comme cy-devant la hauteur du pole du lieu de 48^d, 50^m, *pour Paris; l'arc PG qui est son complement sera donc de* 41^d, 10^m. *Soit la hauteur du pole sur le plan de* 32^d, 10^m, *dont le complement qui est l'arc CP sera* 57^d, 50^m. *Enfin soit l'inclinaison du mur* 15^d, 20^m, *dont le complement est l'arc CG de* 74^d, 40^m, *on trouvera par la Trigonometrie, que l'angle PCG, qui est celuy que la soustylaire fait avec la verticale, est de* 41^d, 26^m, 15^s; *l'angle CPG, qui est la difference entre les meridiens, est de* 75^d, 50^m, 30^s; *& l'angle PGC qui est la déclinaison du plan, est de* 58^d, 19^m, 45^s.

HUITIÉME PROBLEME.

Un point d'ombre, la déclinaison du soleil, la hauteur du pole du lieu, & l'inclinaison du plan estant donnez, trouver la hauteur du pole sur le plan.

Il faut premiérement par la longueur de l'ombre & par la hauteur du style trouver la distance, entre le centre du soleil & le zenith du plan, comme aussi l'angle que la ligne de l'ombre fait avec la verticale. Cela supposé.

Soit dans la figure du sixiéme probleme, les arcs SC, SG, les distances entre le soleil S & les zeniths C & G; & soit aussi SP, la distance entre le soleil & le pole boreal. Pl. VIII. Fig. 5. 6.

Fig. 5. Soit pour le premier cas l'arc CS separé d'avec l'arc CG. Au triangle GCS les costés CG, CS sont donnez aussibien que l'angle GCS, qui est celuy que la ligne d'ombre fait avec la verticale; on connoistra donc SG & l'angle CSG. Mais au triangle GSP les trois costés estant connus, on trouvera l'angle GSP. Mais CSG est connu; c'est pourquoy on aura l'angle CSP. Puis enfin au triangle CSP les costez CS, SP, & l'angle CSP estant connus, on trouvera CP, qui est la distance entre le pole boreal & le zenith du plan.

Fig. 6. Pour le second cas, si S est sur l'arc CG, comme il arrivera, lors que le point d'ombre observé sera dans la verticale; ayant osté CS de CG, il restera SG. Puis au triangle SPG, les trois costés estant connus, on trouvera l'angle GSP supplement de PSC. Enfin au triangle PSC, l'angle PSC & les costés PS, CS estant connus, on trouvera CP.

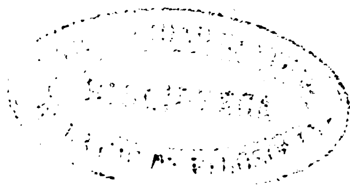
REMARQUES.

ON demande dans ce probleme quatre choses, quoy-que dans un triangle, il suffise d'en avoir trois pour sa resolution : mais il faut remarquer que ces quatre choses, sont employées dans la résolution de différens triangles.

On trouvera la distance entre le centre du soleil & le zenith du plan, suivant la remarque que j'ay faite, sur le premier article du troisiéme probleme.

Pour l'angle qui est compris par la ligne de l'ombre, c'est-à-dire par la ligne, qui va du pied du style au point d'ombre, & par la verticale, lequel par consequent a son sommet au pied du style puis que ces deux lignes passent par le pied du style, on en prendra la grandeur ou avec le Rapporteur, ou par le moyen d'un autre ligne tirée du point d'ombre à quelque point de la verticale, laquelle on mesurera, & dont on formera un triangle rectiligne, dans lequel on connoistra les trois costez; & l'angle opposé au costé pris à volonté, sera l'angle qu'on cherche.

Lors



Lors qu'on dit icy, soit dans la figure du sixiéme probleme les arcs, &c. *c'est-à-dire, que les arcs marquez icy GP, GC, CP soient les mesmes que ceux que l'on a marquez des mesmes lettres, dans la figure du sixiéme probleme. GP sera donc le complement de la hauteur du pole du lieu; CG sera le complement de l'inclinaison du plan, ou l'arc entre le zenith du lieu, & le zenith du plan; enfin CP sera le complement de la hauteur du pole sur le plan.*

De plus, comme le point S est le centre du soleil, au triangle GCS, puis que l'arc CG represente la verticale, l'arc CS representera la ligne de l'ombre; & l'angle GCS sera égal à l'angle compris par la verticale & par la ligne de l'ombre, puis que le point C, qui est le zenith, est dans la ligne du style élevée perpendiculairement au dessus du pied du style, & que les plans des cercles CS, CG s'entrecoupent dans cette mesme ligne: car sans cela l'angle spherique ne seroit pas égal au rectiligne.

EXEMPLE.

Soit dans le triangle GCS l'arc GC donné, comme cy-devant, de $74^d, 40^m$, *& l'arc CS de* $35^d, 8^m$, *qui est l'arc compris entre le zenith du plan, & le soleil S; & enfin l'angle GCS de* $59^d, 33^m$, *Ces trois parties du triangle GCS estant données, on trouvera par la Trigonometrie, le costé GS de* $60^d, 9^m, 50^s$; *& l'angle CSG sera de* $106^d, 34^m, 40^s$.

Maintenant dans le triangle GSP les trois costez sont connus, à sçavoir SG que l'on vient de trouver de $60^d, 9^m, 50^s$: *mais le costé SP estant la distance entre le soleil & le pole, on le connoistra en ajoustant ou en ostant la déclinaison au quart de cercle, suivant la nature de la déclinaison, comme on l'a expliqué dans la remarque sur le second probleme de ce chapitre. Soit donc SP de* $80^d, 17^m$, *& GP estant comme dans le probleme precedent, de* $41^d, 10^m$, *on trouvera l'angle GSP de* $38^d, 32^m, 0^s$.

Enfin au triangle CSP on a le costé CS, comme cy-dessus de 35^d,

 8^m,

8m, le costé SP de 80d, 17m, & l'angle CSP de 145d, 6m, 40f, qui est la somme dans cét éxemple des deux angles CSG, GSP. On trouvera le costé CP de 109d, 6m, 4f, qui sera la distance entre le zenith du plan & le pole Boreal, pourveu que l'on ait pris l'arc SP, par rappart au pole Boreal.

Pour le second cas, le calcul en est facile, aprés avoir entendu celuy que je viens de faire; il est mesme un peu plus simple, puisqu'on n'y employe que la résolution de deux triangles, & qu'il y en a trois dans le precedent. Si l'on vouloit réduire cette opération à ce cas, il faudroit marquer par observation, sur la ligne verticale, le point d'ombre dont on se sert.

NEUVIE'ME PROBLEME.

Les mesmes choses que dans le huitiéme probleme, estant données; trouver la déclinaison du plan.

DANS les figures précedentes, au triangle GCS on connoi-noistra GS, & l'angle CGS. Puis au triangle SGP, les trois costez estant connus, on trouvera l'angle SGP. Mais CGS est connu; on aura donc CGP, ou son supplement CGp, qui est la déclinaison du plan.

REMARQUES.

Supposons les angles & les costez donnez dans les triangles, dont il faut faire la résolution, de la mesme grandeur que dans l'éxemple precedent.

On a déja resolu le triangle GCS, & l'on a trouvé le costé GS de 60d, 9m, 50f, l'on trouvera aussi dans ce mesme triangle, l'angle CGS de 34d, 53m, 2f. Ensuite, au triangle GSP, les trois costez estant connus, comme cy-devant, on trouvera l'angle SGP de 111d, 5m, 0f, qui estant joint à l'angle CGS de 34d, 53m, 2f, fera l'angle CGP de 145d, 58m, 2f; ou son supplement 34d, 1m, 58f, qui est

est l'angle de la déclinaison du plan, c'est-à-dire, l'angle que le vertical du plan fait avec le meridien du lieu.

Dans tous ces calculs des triangles, il faut toûjours bien prendre garde à prendre les supplemens des arcs & des angles qu'on trouve, quand ce qui est donné le demande; car par le calcul on n'a seulement que les angles aigus, comme dans l'éxemple cy-dessus, où l'angle CSG se trouve par le calcul de 73^d, 25^m, 20^s, il faut prendre son supplement de 106^d, 34^m, 40^s. On a aussi trouvé le costé CP de 70^d, 53^m, 56^s; cependant il faut prendre son supplement 109^d, 6^m, 4^s.

DIXIE'ME PROBLEME.

Par l'observation du soleil, qui est faite lors qu'il rase le plan; trouver la déclinaison du plan, supposé que l'on sçache la déclinaison du soleil, la hauteur du pole du lieu, & declinaison du plan.

POUR connoistre par observation, quand le soleil rase le plan, c'est-à-dire, quand le soleil est dans le plan du cadran, il faut avoir une grande régle, sur le plat de laquelle il y ait deux pinnulles dressées aux deux bouts, dont l'une soit percée au centre, pour laisser passer les rayons du soleil, & l'autre ait un cercle décrit à l'entour du centre, pour recevoir l'image du soleil.

Cette régle ainsi préparée sera appliquée de plat contre le plan, & pointée continuellement vers le soleil, jusqu'à ce que l'image du soleil tombe justement dans le cercle de la pinnule; ce qui estant arrivé, & la régle demeurant ferme dans sa position, on tracera une ligne qui représentera le rayon du soleil pour le moment auquel il aura rasé le plan, supposé que le costé de la régle soit bien parallele à la ligne des centres des pinnules.

Ensuite de cette observation on mesurera l'angle que la ligne tracée sur le plan fera avec la verticale. Cela supposé, soit sur la sphére AB un horizon parallele au plan du cadran, & C son zenith; P le pole élevé sur le plan; G le zenith du lieu, qui sera ou dans l'horizon AB, ou au dessus, ou au dessous; S le centre du

PL. VIII. Fig. 7. 8. 9.

du ſoleil ſur l'horizon AB; H l'interſection du meſme horizon AB avec le vertical commun CG prolongé ou retranché.

SH eſtant la meſure de l'angle obſervé, ſi dailleurs SG & SH conviennent, comme dans la premiére figure, les trois coſtez du triangle SPG eſtant connus, on connoiſtra l'angle SGP, dont le complement PGC ſera la déclinaiſon du plan, laquelle on doit trouver.

Mais ſi le zenith G eſt audeſſous ou audeſſus de l'horizon AB, comme dans les deux autres figures; au triangle rectangle SGH, l'inclinaiſon GH, & l'autre coſté SH eſtant donnez, on connoiſtra l'hypotenuſe SG, & l'angle oblique SGH. Puis au triangle SGP dont lestrois coſtez ſeront connus, on trouvera l'angle SGP. Mais SGH eſt connu; on aura donc PGC qui eſt celuy que l'on cherche.

Remarquez que ſans avoir tracé aucune ligne ſur le plan, ſi l'on a ſçeû par quelque moyen que ce ſoit, l'heure & le moment auquel le ſoleil a raſé le plan; cela dis-je ſuppoſé, au triangle SPG les coſtez SP, PG, & l'angle horaire SPG eſtant connus, on connoiſtra SG & l'angle SGP. Puis au triangle rectangle SGH, connoiſſant l'hypotenuſe SG & le coſté GH, on connoiſtra SGH, & le reſte, comme au premier cas.

REMARQUES.

On dit que SH eſt la meſure de l'angle obſervé, c'eſt-à-dire, de l'angle fait par la verticale, dont le cercle eſt le vertical CGH, & par la ligne du rayon du ſoleil, lors qu'il raſe le plan. Cét angle doit eſtre conſideré comme ayant ſon ſommet au pied du ſtyle, par lequel point paſſe la verticale, & par lequel auſſi on peut ſuppoſer que paſſe le rayon du ſoleil, puis qu'il n'a point de lieu déterminé ſur le plan. Alors ces deux lignes ſur le plan du cadran, repréſenteront les ſections du plan horizontal du cadran, & des deux cercles verticaux, dont l'un paſſe par le zenith du lieu, & l'autre par le centre du ſoleil, lors qu'il eſt dans le plan du cadran.

EXEM-

EXEMPLES.

Pour le premier cas où le plan du cadran n'a point d'inclinaison; ou ce qui est la mesme chose, lors que le zenith du lieu est dans le plan du cadran; soit la distance SG entre le zenith du lieu & le lieu du soleil, qui est l'angle observé de 46^d, 7^m, 10^s; *& par la déclinaison du soleil on connoistra l'arc SP, qui est la distance entre le pole P & le lieu du soleil S, au temps de l'observation de* 77^d, 3^m, 20^s. *Enfin par le complement de la hauteur du pole du lieu, on a l'arc PG d'un meridien entre le pole, & le zenith du lieu, lequel soit de* 41^d, 10^m. *Ces trois costez estant connus dans le triangle SPG, on trouvera l'angle SGP de* 128^d, 52^m, 40^s.

Pour le second cas où le zenith est au dessus ou au dessous de l'horizon, c'est à dire, lors que le mur est incliné; dans le triangle rectangle SGH, dont l'arc SH de l'horizon soit donné comme cy-devant de 46^d, 7^m, 10^s, *l'arc SH estant compris entre le lieu du soleil S, au temps où il rase le plan, & le vertical commun CG, qui est toûjours perpendiculaire sur l'horizon. Mais l'arc GH est mesuré par l'inclinaison du plan, laquelle soit de* 3^d, 10^m, 30^s; *on trouvera donc l'hypotenuse SG de* 46^d, 12^m, 14^s, *qui est la distance entre le zenith du lieu, & le centre du soleil, au temps de l'observation du soleil dans le plan. On trouvera aussi l'angle SGH de* 86^d, 57^m, 5^s.

Ensuite au triangle SGP dont on connoist les trois costez, à sçavoir SG de 46^d, 12^m, 14^s, *PG comme cy-devant, de* 41^d, 10^m, *& PS aussi de* 77^d, 3^m, 20^s, *on trouvera l'angle SGP de* 128^d, 41^m, 20^s. *Mais si dans la seconde figure on oste de cét angle SGP l'angle SGH, il restera l'angle PGC de* 41^d, 44^m, 15^s; *& dans la troisiéme figure, si l'on ajoûte ces deux angles ensemble, on aura l'angle total HGP de* 215^d, 38^m, 25^s, *dont le supplement à quatre droits PGC sera de* 144^d, 21^m, 35^s. *Cét angle PGC est celuy qui est fait par la verticale commune representée par CG, & par la meridienne du lieu, qui est le meridien PG: cet angle doit estre fait sur l'horizon du lieu, sur lequel se mesure la déclinaison du plan.*

Pour

Pour ce qui est de la remarque, dont il est parlé à la fin de ce probleme, je n'en donneray point d'éxemple; car comme il est tres-difficile de sçavoir l'heure qu'il est au temps de l'observation, cette régle devient presqu'inutile.

ONZIÉME PROBLEME.

La déclinaison du plan estant donnée, trouver la hauteur du pole sur le plan la ligne soustylaire, & la difference des meridiens, supposé la hauteur du pole du lieu, & l'inclinaison du plan.

Pl. VIII. Fig. 4.

SOIT dans la figure du sixiéme probleme le triangle CGP dont les costez GC, GP, & l'angle qu'ils renferment sont donnez, on connoistra le troisiéme costé & les angles requis.

EXEMPLE.

Soit PG le complement de la hauteur de pole du lieu de 41^{d}, 10^{m}; *GC qui est la distance entre les zeniths, & par consequent le complement de l'inclinaison du plan, soit de* 81^{d}, 19^{m}, 30^{s}; *& soit l'angle CGP la déclinaison du plan de* 35^{d}, 15^{m}, 10^{s}, *on trouvera le costé CP, qui est le complement de la hauteur du pole sur le plan de* 49^{d}, 50^{m}, 23^{s}; *l'angle PCG sera celuy que doit faire la soustylaire representée par l'arc CP & par la verticale commune representée par l'arc CG: ces deux lignes s'entrecoupant au pied du style, feront un angle de* 29^{d}, 48^{m}, 40^{s}. *Enfin l'angle CPG, qui est la difference des meridiens, sera de* 48^{d}, 17^{m}, 45^{s}. *Cét angle CPG n'est point marqué sur le plan du cadran par des lignes; mais c'est celuy qui est fait à la pointe du style, sur le plan de l'équateur par deux rayons, dont l'un va à la soustylaire, & l'autre à la meridienne.*

DOU-

DOUZIÉME PROBLEME.

La déclinaison du plan, & son inclinaison estant données; trouver l'obliquité de ligne meridienne.

DANS les deux dernieres figures du dixiéme probleme, soit I la rencontre de l'horizon AB, avec PG retranché ou prolongé. Au triangle rectangle GHI, le costé GH est l'inclinaison du plan, & l'angle IGH sa déclinaison, lesquelles sont données. On connoistra donc le costé HI, qui est la mesure de l'obliquité de la meridienne requise. Car comme le rayon est au sinus de l'inclinaison du plan, ainsi la tangente de la déclinaison du plan, est à la tangente de l'obliquité requise. Pl. VIII. Fig. 8. 9.

Ce probleme ne sera point nécessaire dans la suite: mais il poura servir à ceux qui voudroient tracer une ligne meridienne par un point observé.

REMARQUES.

On ne propose icy que deux choses connuës; car le triangle qu'il faut résoudre est rectangle; & l'obliquité de la ligne meridienne que l'on cherche, est l'angle que fait la ligne meridienne avec la verticale.

Pour ce qui est de la position de la ligne meridienne par le moyen d'un point d'ombre observé: il faut auparavant connoistre la déclinaison du plan par le neuviéme probleme: car pour l'inclinaison elle est employée dans la solution de ce mesme probleme; c'est pourquoy elle sera aussi connuë.

TREIZIE'ME PROBLEME.

La difference des meridiens estant donnée, trouver l'heure de la soustylaire.

LA difference des meridiens est la distance horaire entre le midy du lieu & l'heure de la soustylaire, qui est le midy du plan. De sorte que si le plan est occidental, la difference des meridiens convertie en temps donne l'heure de la soustylaire, à compter depuis midy; mais si le plan est oriental, il faut oster de 12 heures la difference des meridiens, & prendre le reste qui se comptera depuis minuit.

EXEMPLES.

SI la difference des meridiens, est de 30 degrez ou de deux heures, & que ce soit vers l'occident; la soustylaire sera à deux heures du soir: mais si la mesme difference est orientale, la soustylaire sera à 10 heures du matin. Ou bien si la difference des meridiens est de 150 degrez, ou de 10 heures, & que ce soit vers l'occident, la soustylaire sera à 10 heures du soir; mais si la mesme difference est orientale, la soustylaire tombera sur deux heures du matin.

QUATORZIE'ME PROBLEME.

La hauteur du pole estant donnée, trouver la moitié du plus grand jour.

IL faut faire comme le rayon est à la tangente de 23^d, 29^m, qui est l'obliquité de l'écliptique; ainsi la tangente de la hauteur de pole est au sinus de l'excés de la moitié du plus grand jour pardessus six heures.

EXEMPLE.

LA plus grande obliquité de l'écliptique ayant esté trouvée de 23^d, 29^m, si l'on donne la hauteur du pole du lieu de 48^d, 50^m, on trou-

trouvera par la régle, que le sinus de l'excés du plus grand jour pardessus six heures est de 29^d, 47^m, 37^s, ce qui se réduit à 1 heure, 59^m, 47^s; donc la moitié du plus grand jour sera de 7 heures, 59^m, 47^s.

QUINZIE'ME PROBLEME.

Déterminer les heures qui doivent estre marquées, sur un plan donné.

On sçait qu'à l'égard d'un plan horizontal, le plus grand jour du lieu détermine le nombre des heures qui doivent estre marquées sur ce plan; & il en seroit de mesme de tout autre plan consideré comme horizontal, si l'horizon du lieu n'y faisoit point d'empeschement.

PRATIQUE

pour les plans septentrionaux dans un lieu septentrional, & pour les plans meridionaux dans un lieu meridional.

Il faut sçavoir l'heure de la soustylaire, & la moitié du plus grand jour, tant du lieu que de l'horizon du plan consideré sans empeschement.

Si de l'heure de la soustylaire on oste la moitié du plus grand jour du plan, on aura l'heure du lever du soleil à l'égard de l'horizon dn plan. Si au contraire l'on ajoûte la moitié du plus grand jour du plan à l'heure de la soustylaire, on aura l'heure du coucher du soleil à l'égard du mesme horizon du plan consideré sans empeschement: mais ensuite il faudra voir si aux heures trouvées le soleil sera sur l'horizon du lieu; ce qui sera facile, supposé que l'on sçache l'heure du lever & du coucher du soleil au plus grand jour du lieu.

Exemple.

Soit à Paris un plan ſeptentrional dont la moitié du plus grand jour ſoit de ſept heures, & dont la ſouſtylaire ſoit à dix heures du ſoir. Ayant oſté 7 de 10, je trouve qu'aux plus grands jours le ſoleil doit commencer le ſoir à éclairer le plan à trois heures; & parce qu'à Paris le ſoleil eſt alors ſur l'horizon, je dis que la premiére heure du ſoir, qui devra eſtre marquée ſur ce plan, ſera celle de 3 heures.

Puis ajouſtant 7 heures à 10 heures du ſoir, je trouve encore que le ſoleil finira d'éclairer le plan à 5 heures du matin; & parce qu'à Paris au plus grand jour, le ſoleil eſt ſous l'horizon depuis 8 heures du ſoir juſqu'à 4 heures du matin, il faudra que toutes les heures d'entre deux ſoient retranchées du cadran, ſur lequel par conſequent on pourra marquer les heures depuis les 4 heures du matin juſqu'à 5 heures, & depuis 3 heures du ſoir juſqu'à 8 heures.

Suivant cette pratique il y aura des cadrans, qui n'auront point d'heures le matin, & d'autres qui n'en auront point le ſoir, ce que le calcul fera voir.

L'éxemple que nous venons de donner eſt pour un cadran ſeptentrional dont la ſouſtylaire tombe à une des heures de nuit, parce que c'eſt le cas le plus ordinaire; ce qui n'empeſche pas qu'il ne puiſſe y avoir un plan, dont la ſouſtylaire tombe par exemple à 10 heures du matin, mais qui ſera tellement incliné vers le nord, que ſa hauteur du pole ſera ſeptentrionale, & qui par conſequent ſera ſeptentrional. Un tel plan, ſuppoſé que la moitié de ſon plus grand jour fuſt de 7 heures, devroit eſtre éclairé en Eſté depuis 3 heures du matin juſqu'à 5 du ſoir: mais parce qu'à Paris le ſoleil ne ſe leve qu'à 4 heures, il faudroit retrancher la premiére heure du matin.

PRATIQUE

pour les plans meridionaux dans un lieu ſeptentrional, ou au contraire.

IL faut trouver l'heure à laquelle le ſoleil ſe leve ou ſe couche à l'égard du plan propoſé, ce qui ſuppoſe la hauteur du pole du lieu, & la déclinaiſon du plan. On fera donc, comme le rayon eſt au ſinus de la hauteur du pole du lieu: ainſi la tangente de la déclinaiſon du plan eſt à la tangente d'un arc qu'il faudra oſter de 90 degrez ou de ſix heures, ſi le plan eſt oriental; ou bien qu'il faudra ajoûter à ſix heures, ſi le plan eſt occidental. L'heure ainſi trouvée ſera la premiére, ou la derniere qu'il faudra marquer ſur le plan.

La raiſon de cette pratique eſt que par ce moyen on détermine l'heure à laquelle le ſoleil commence plûtoſt, ou finit plus tard à éclairer le plan, ce qui arrive lors qu'il ſe leve ou qu'il ſe couche dans l'interſection des deux horizons; car quand les jours ſont plus longs à l'égard de l'horizon du plan, c'eſt alors qu'ils ſont davantage accourcis par l'horizon du lieu, & quand les jours du plan ſont le plus dégagez de l'horizon du lieu, c'eſt alors qu'ils ſont plus courts à l'égard du plan. De ſorte que le milieu ſe trouve dans l'interſection des deux, & que ces ſortes de cadrans n'ont jamais plus de douze heures.

On peut auſſi ſe ſervir d'un cadran horizontal, en obſervant les lignes horaires qui rencontreront la ligne du plan. Mais cette maniére n'eſt pas univerſelle, & ne peut valloir pour les plans ſeptentrionaux, lors qu'ils ont des heures du matin & du ſoir, & que l'heure de la ſouſtylaire eſt de nuit. J'entens les ſeptentrionaux dans un lieu ſeptentrional; & il en ſeroit de meſme des méridionaux dans un lieu méridional: car le cadran horizontal déterminera bien la premiére heure du matin, & la derniere du ſoir; mais il n'en ſera pas de meſme à l'égard de la derniere du matin, & de la premiére du ſoir qui dépendront du plus grand jour du plan.

 CHA-

CHAPITRE IV.

Du calcul des heures astronomiques.

TROUVEZ premiérement l'heure de la soustylaire par le treiziéme probleme, puis faites une liste de toutes les heures que vous voulez avoir, la partageant à l'endroit où vous sçavez que doit estre la soustylaire, que nous avons marquée S, avec un zéro au dessous.

Premier Cas.

SI l'heure de la soustylaire convient justement avec une des divisions horaires, soit heure entiere ou demi-heure, soit mesme un quart d'heure, supposé qu'on les voulust avoir; il n'y aura autre chose à faire, qu'à écrire sous chaque division horaire sa distance équinoxiale à l'égard de la soustylaire, de mesme que vous feriez à l'égard de 12 heures dans un cadran qui ne déclineroit point.

PREMIER EXEMPLE

pour un cadran méridional & oriental, dont la différence est de 22^{d}, 30^{m}, & duquel par consequent, la soustylaire est à 10 heures & demie du matin.

	1/2	IX.	1/2	X.	1/2	XI.	1/2	XII. Midy.	1/2	I.
Angles.	30 0	22 30	15 0	7 30	S	7 30	15 0	22 30	30 0	37 30
Tangente.	577	414	268	132	0	132	268	414	577	767

SE-

SECOND EXEMPLE

pour un cadran méridional occidental, dont la soustylaire est à une heure & demie aprés midy.

	XI.	½	XII.	½	I.	½	II.	½	III.
Angles.	37 30	30 0	22 30	15 0	7 30	S	7 30	15 0	22 30
Tangentes.	767	577	414	268	132	0	132	268	414

On voit que les distances horaires estant les mesmes de part & d'autre de la soustylaire, il suffiroit de les avoir écrites d'un costé seulement.

TROISIE'ME EXEMPLE.

pour un cadran septentrional oriental, dont la différence des méridiens est de 157^{d}, 30^{m}, & duquel par consequent, la soustylaire tombe sur une heure & demie du matin.

	Soir.		Septentrional Oriental.				Matin.	
	VII.	½	VIII.	I. ½	IV.	½	V.	½
Angles.	97 30	90 0	82 30	S	37 30	45 0	52 30	60 0
Tangentes.	7596	Infin.	7596	0	767	1000	1303	1732

QUATRIE'ME EXEMPLE

pour un cadran septentrional occidental, dont la soustylaire tombe à dix heures & demie du soir.

						Septentrional Occidental.			
	VI.	½	VII.	½	VIII.	X. ½	IV.	½	V.
Angles.	67 30	60 0	52 30	45 0	37 30	S	82 30	90 0	97 30
Tangentes.	2414	1732	1303	1000	767	0	7596	Infin.	7596

Ces

Ces sortes de cadrans septentrionaux sont renversez, ayant les heures du soir à gauche, & celles du matin à droit. Ils ont d'ailleurs plusieurs heures supprimées, lesquelles il faut supposer dans le calcul : comme par exemple, pour 8 heures du soir, si la soustylaire est à 1 heures ½ aprés minuit, l'intervalle est de 5 heures ½, qui estant réduit en degrez, est de 82d, 30m. Et pour 4 heures du matin, parce que l'intervalle est de 2 heures ½, j'écris 37d, 30m, c'est le contraire pour le cadran occidental, à cause que la soustylaire est devant minuit.

Il ne peut pas y avoir de difficulté à l'égard des autres heures ; car on voit qu'elles se suivent avec un continuel accroissement de 7d, 30m, que l'on suppose icy de demi-heures en demi-heures.

Remarque.

Monsieur Picard passe au calcul des heures astronomiques, aprés avoir enseigné plusieurs élémens pour les cadrans. Mais il faudroit qu'il eust expliqué la maniére de tracer la ligne équinoxiale, avant que d'enseigner la pratique de ce calcul, puis qu'on ne le peut faire sans sa position ; ce qu'il ne fait qu'à la fin de ce chapitre.

On peut trouver par le mesme calcul dont on s'est servi dans les problémes précedens, le point où la soustylaire doit estre coupée par la ligne équinoxiale qui fait toûjours avec elle des angles droits.

La hauteur du pole sur le plan du cadran estant trouvée, on fera comme le sinus de cette hauteur de pole est à la hauteur du style, ainsi le sinus du complement de la mesme hauteur de pole, est à la distance entre le pied du style, & le point de la ligne équinoxiale sur la soustylaire. Ce point estant déterminé, on menera la ligne équinoxiale, qui coupera la soustylaire à angles droits dans ce mesme point.

Tout le calcul que M. Picard propose icy pour les distances horaires sur la ligne équinoxiale depuis sa rencontre avec la soustylaire, est fondé sur la distance qu'il y a entre la pointe du style, & cette mesme rencontre ; laquelle distance est le rayon, & les distances horairres sont des tangentes par rapport à ce rayon. Il faudra donc avoir divisé une li-

gne droite égale à cette distance en 1000 *parties, desquelles on se servira pour prendre les distances horaires sur la ligne équinoxiale depuis la rencontre de la soustylaire. Mais si l'on veut seulement connoistre toutes ces distances horaires sur la ligne équinoxiale depuis la soustylaire, en mesmes parties que celles de la hauteur du style que l'on a supposée dés le commencement divisé en* 1000 *parties; il faudra premiérement trouver la distance entre la pointe du style & la rencontre de la ligne équinoxiale avec la soustylaire, en mesmes parties que celles de la hauteur du style, ce que l'on fera par cette analogie.*

Comme le sinus de complement de la hauteur du pole sur le plan du cadran est à 1000 *parties, qui est la hauteur du style; ainsi le rayon est au nombre des mesmes parties de la hauteur du style, qui est la distance que l'on cherche, que l'on peut appeller* Rayon équinoxial.

Mais si l'on se sert de la longueur de ce rayon équinoxial, il faudra trouver les distances horaires sur la ligne équinoxiale par des analogies separées, en faisant comme le rayon des Tables est au rayon équinoxial que l'on a trouvé, ainsi la tangente de l'angle de la distance entre l'heure de la soustylaire & l'heure que l'on cherche, à la distance équinoxiale de cette mesme heure depuis la soustylaire; c'est-à-dire depuis la rencontre de la soustylaire sur l'équinoxiale jusqu'au point où cette mesme heure coupe l'équinoxiale. Et par consequent il faudra faire autant de calculs separez, qu'il y aura d'heures à poser sur l'équinoxiale; mais aussi on aura l'avantage de se servir toûjours des mesmes parties, dont on s'est servi pour tout le calcul du cadran.

Les tangentes qui sont dans les éxemples que l'on a donnez icy, sont celles des Tables, supposant le rayon équinoxial de 1000 *parties seulement.*

Lors que l'angle depuis la soustylaire jusqu'à l'heure que l'on veut marquer sur l'équinoxiale est de 90 d, *la tangente est infinie; & en ce cas la ligne horaire est parallele à la ligne équinoxiale. Mais lors qu'on veut marquer des heures audelà de* 90 d, *comme dans le troisiéme & quatriéme éxemple cy-dessus* 97 d, 30 m, *alors on doit se servir des tangentes de supplement de ces angles, & porter les grandeurs trouvées sur*

la ligne équinoxiale de l'autre costé de la soustylaire : mais l'heure que l'on tracera par ce point & par le centre du cadran, sera prolongée au-delà du centre du cadran vers le lieu où elle doit suivre les autres.

Second Cas.

MAIS si l'heure de la soustylaire ne convient justement avec aucune division horaire, il faut chercher premiérement les distances horaires entre la soustylaire & les deux plus proches heures, puis faire les autres par une addition continuelle, de mesme qu'aux éxemples cy-dessus.

Soit la différence des méridiens de 19^d, 35^m, & par consequent, la soustylaire entre 10 heures ½ & 11 heures du matin.

Premiérement, la distance entre 10 heures ½ & midy, est 22^d, 30^m; ayant donc osté 19^d, 35^m, je trouve 2^d, 55^m pour 10 heures ½.

Secondement, entre 11 heures & midy il y a 15^d que j'oste de 19^d, 35^m, & il reste 4^d, 35^m pour 11 heures.

Cela supposé, si à 2^d, 55^m j'ajoûte 7^d, 30^m, la somme sera 10^d, 25^m pour 10 heures; & ainsi de suite de ce costé-là. Pareillement si à 4^d, 35^m j'ajoûte 7^d, 30^m, la somme sera 12^d, 5^m pour 11 heures ½ & ainsi de suite en ajoûtant toûjours 7^d, 30^m pour chaque demi-heure.

Sur quoy vous remarquerez, que si vous avez bien fait, la différence des méridiens se trouvera pour midy, ce qui pourroit donner lieu à une nouvelle maniére de calcul, que le Lecteur trouvera facilement.

Ca-

Cadran Méridional Oriental.

	1/2	X.	1/2 (22 30 / 19 35)	19 35 S	XI. (19 35 / 15 0)	1/2	Midy. XII.	1/2
Angles.	17 55	10 25	2 55	0	4 35	12 5	19 35	27 5
Tangentes.	323	184	51	0	80	214	356	512

Cadran Méridional Occidental.

	XI.	1/2	Midy. XII.	1/2	I. (19 35 / 15 0)	19 35 S	1/2 (22 30 / 19 35)	II.	1/2
Angles.	34 35	27 5	19 35	12 5	4 35	0	2 55	10 25	17 55
Tangentes.	689	511	356	214	80	0	51	184	323

Cadran Septentrional Oriental.

	VII.	Soir. 1/2	VIII. (60 0 / 19 35)	1^h, 18^m, 20^s. 19 35 S	IV. (60 0 / 19 35)	Matin. 1/2	V.	1/2
Angles.	94 35	87 5	79 35	0	40 25	47 55	55 25	62 55
Tangentes.	12474	19627	5440	0	852	1107	1450	1956

Cadran Septentrional Occidental.

	1/2	VII.	1/2	VIII.	10h, 41m, 40s.	IV.	1/2	V.
				60 0	19 35	60 0		
				19 35	S	19 35		
Angles.	62 55	55 25	47 55	40 25	0	79 35	87 5	94 35
Tangentes.	1956	1450	1107	852	0	5440	19627	12474

Aux deux derniers éxemples la différence des méridiens eſt effectivement de 160ᵈ, 25ᵐ; mais pour la facilité du calcul (ce qui ſe devra toûjours pratiquer lors qu'il y aura plus de 90ᵈ) nous avons oſté les 160ᵈ, 25ᵐ, de 180ᵈ, & nous avons pris le reſte, ſçavoir 19ᵈ, 35ᵐ, pour la différence entre le midy du plan & le minuit du lieu. Le reſte s'entendra aſſez aprés ce que nous avons dit cy-deſſus aux premiers éxemples.

Nous avons ſeulement expoſé les cas auſquels les cadrans méridionaux ont la différence des méridiens moindre que 90ᵈ, & les ſeptentrionaux plus grande que 90ᵈ; parce que c'eſt ce qui arrive le plus ordinairement, comme nous avons déja remarqué au treiziéme probleme du chapitre précedent.

Or aprés avoir trouvé les diſtances équinoxiales pour toutes les heures à l'égard de la ſouſtylaire, il en faudra prendre les tangentes dans les Tables, comme vous voyez qu'on a fait dans les éxemples précedens. Ces tangentes ſerviront enſuite à trouver les points horaires dans la ligne équinoxiale; & ſi quelque diſtance horaire eſt préciſement de 90ᵈ, la ligne de cette heure-là ſera parallele à l'équinoxiale: mais s'il s'en trouve quelqu'une plus grande que 90ᵈ, la ligne de l'heure s'éloignera de l'équinoxiale; & parce qu'elle ne peut s'éloigner d'un coſté qu'elle ne s'approche de l'autre, vous troverez ſon point de rencontre, en prenant la tangente du ſup-

ſupplément de l'angle à 180^{d}; ce qu'il ſuffit d'avoir indiqué. Pl. VIII. Fig. 10. 11.

Soit maintenant A le pied du ſtyle, AB ſa hauteur que je ſuppoſe connuë; DC la ſouſtylaire trouvée par les problemes cy-deſſus, & menée par le point A. On cherche C le point de la ligne équinoxiale, & D le centre du cadran.

Pour cét effet, comme le ſinus du complément de la hauteur du pole ſur le plan eſt au rayon, ainſi AB connuë eſt à la longueur du rayon équinoxial BC, laquelle eſtant connuë ſera diviſée en 1000 parties pour ſervir d'échelle à tout le reſte du cadran.

Cela ſuppoſé, AC ſera le ſinus de la hauteur du pole ſur le plan, & CD la ſécante de ſon complément. Une ligne menée par le point C à angles droits à la ſouſtylaire ſera l'équinoxiale, dans laquelle on marquera les points horaires par le moyen des tangentes cy-deſſus trouvées.

REMARQUES.

J'ay expliqué aſſez au long la pratique pour trouver la ligne équinoxiale à la fin du premier cas, ce qui pourra ſervir d'éclairciſſement à ce qui eſt dit icy un peu trop en abbregé.

Pour la maniére de trouver le centre du cadran ſans ſe ſervir de la ſecante, on fera comme la tangente de la hauteur du pole ſur le plan eſt à la hauteur BA du ſtyle, ainſi le rayon ſera à AD qui eſt la diſtance ſur la ſouſtylaire entre le pied du ſtyle A & le centre du cadran D, ce centre eſt le point où l'axe, qui paſſe par la pointe du ſtyle, doit rencontrer le plan.

On peut encore trouver la grandeur AD pour déterminer le centre du cadran D, en faiſant comme le rayon eſt à BA hauteur du ſtyle, que nous avons poſée de 1000 parties; ainſi la tangente de complement de la hauteur du pole ſur le plan, à la grandeur de AD.

La ſomme des grandeurs de AD, & AC ſera celle de CD dont on ſe ſert dans la ſuite.

Par le centre du cadran & par les points horaires trouvez ſur la ligne équinoxiale on tirera les lignes des heures. On fera de

mesme pour les demi-heures, & mesme pour les quarts-d'heures s'il y en a.

Mais si le centre du cadran est hors le plan, ou si l'on manque de quelques points horaires, il faudra prendre CR moitié de CD, dont on connoist la grandeur par le calcul, puis par le point R tirer une ligne parallele à la ligne équinoxiale, dans laquelle on trouvera de nouveaux points horaires en prenant la moitié de chaque intervalle donné dans l'équinoxiale à commencer à la soustylaire.

Remarques.

Le centre du cadran pourroit estre si éloigné de la ligne équinoxiale, que pour avoir un point comme R sur la soustylaire, il faudroit prendre CR, comme la cinquiéme ou sixiéme ou huitiéme, ou mesme quelqu'autre partie beaucoup plus petite de la ligne CD: mais alors pour marquer les heures sur cette seconde ligne équinoxiale, il faudroit oster une mesme partie aux grandeurs des heures de la ligne équinoxiale pour les transporter sur cette seconde; comme si l'on prenoit CR de la dixiéme partie de CD, il faudroit seulement oster à chaque intervalle d'heure sur la ligne équinoxiale depuis la soustylaire une dixiéme partie, & transporter le reste sur la seconde ligne équinoxiale.

Mais enfin si la ligne CD se trouvoit infinie, on pourroit tracer cette seconde ligne équinoxiale par quel point on voudroit de la soustylaire & y transporter les mesmes grandeurs des heures de l'équinoxiale. Ensuite on joindra les points correspondans de ces deux équinoxiales, pour avoir les lignes des heures.

Pl. VIII. Fig. 12. Il suffira mesme d'avoir six heures de suite pour trouver toutes les autres; car ayant pris dans la ligne du milieu DF le point F à discretion, si par ce point on tire FK qui soit parallele à l'une des extrémes DG, & qui coupe l'autre extréme DH en K; ayant mis une des pointes du compas au point K, on transportera sur FK prolongée audelà de K les divisions qui sont audeçà, & l'on aura la suite des heures requises de ce costé-là.

CHA-

CHAPITRE V.

Du calcul des arcs des Signes.

On cherche par ce calcul les points de rencontre des arcs des ſignes ſur chaque ligne horaire, & ſur les lignes des demi-heures pour une plus grande juſteſſe; on tracera enſuite par tous les points trouvez les lignes des arcs des ſignes.

Soit l'axe BD, & EC la ſouſtylaire, avec le rayon équinoxial BC & CGI la ligne équinoxiale. Soient auſſi les lignes des heures FG, HI, &c. Pl. VIII. Fig. 13.

B eſt la pointe du ſtyle, & le rayon équinoxial BC eſtant perpendiculaire ſur la ligne équinoxiale CI, ſi l'on mene les lignes BG, BI, les triangles BCG, BCI, &c. ſeront rectangles; & dans chacun de ces triangles, on connoiſt par les calculs des chapitres précedens les coſtez CG, CI, &c, & le coſté BC qui eſt commun à tous. On ſçait de plus, pour chaque ligne CG, CI, &c. quel eſt l'angle CBG, CBI, &c. c'eſt pourquoy dans ces meſmes triangles on trouvera les hypotenuſes BG, BI, &c.

Par éxemple, ſuppoſons que l'on ait trouvé le rayon équinoxial de 1185 parties de celles dont la hauteur du ſtyle BS eſt de 1000, & que l'angle CBG ſoit de 9^{d}, 15^{m}, on aura donc trouvé CG de 193 parties; & dans le triangle CBI, ſi l'angle CBI eſt pour l'heure ſuivante, il ſera de 24^{d}, 15^{m}; c'eſt pourquoy l'on trouvera CI de 534 parties, & dans ces meſmes triangles on trouvera BG de 1201 parties, & BI de 1300 parties, &c.

Mais la hauteur du pole ſur le plan a eſté trouvée de 32^{d}, 27^{m}, c'eſt pourquoy on a dû trouver la longueur de l'axe depuis la pointe du ſtyle juſqu'à la rencontre du plan de 1864 parties. Et ſoit le point Z la rencontre du plan & de l'axe BD, qui eſt le centre du cadran: il n'importe pas que ce centre Z ſoit ſur le plan ou hors le plan, pourveû qu'il y en ait un.

Il faut maintenant dans tous les triangles ZBC, ZBG, ZBI, &c.

&c. qui sont rectangles en B, trouver les angles C, G, I, &c. L'angle C qui est sur la soustylaire sera le complement de la hauteur du pole sur le plan, qui sera icy de 57^d, 35^m. Dans tous les autres triangles on fera comme ZB à BG, à BI, &c. ainsi le rayon sera à la tangente de l'angle complement à l'angle GI, &c. comme par les logarithmes.

Somme de BG & du rayon	13. 07940
Mais ZB est	3. 27038
Tangente de l'angle	9. 80902

32^d, 47^m, complement de 57^d, 13^m, qui est l'angle cherché BGZ.

Somme de BI & du rayon	13. 11384
Mais ZB est	3. 27038
Tangente de l'angle	9. 84346

34^d, 53^m, complement de 55^d, 7^m, qui est l'angle cherché BIZ.

Ces angles estant connûs on a aussi leurs supplemens à deux droits, qui sont les angles KGB, LIB, &c.

Maintenant pour trouver les points des Signes, comme sur la ligne horaire ZG pour les points M & K du premier signe au dessus & au dessous de la ligne équinoxiale; on joindra la déclinaison de ce signe 11^d, 29^m. 34^f, avec l'angle ZGB, KGB, ce qui fera les deux sommes 68^d, 42^m, 34^f, & 134^d, 16^m, 34^f, dont on prendra les supplémens à deux droits, qui seront 111^d, 17^m, 26^f, & 45^d, 43^m, 26^f. Ensuite on fera comme le finus de ces angles est au costé BG de 1201 parties; ainsi le finus de l'angle de la déclinaison du signe 11^d, 29^m, 34^f, aux distances GM, GK depuis l'équinoxiale G jusqu'aux points des signes M & K. Ces distances seront 257 & 334 des mesmes parties de la hauteur du style qui servent dans tous ces calculs.

FIN.

TRAITE'

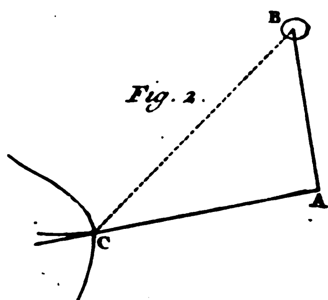


Fig. 2.

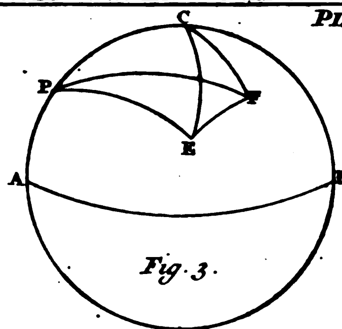


Fig. 3.

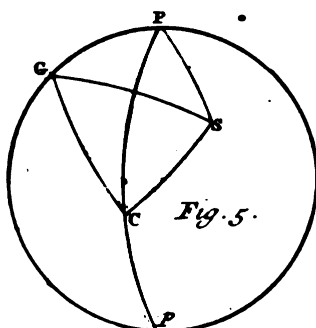


Fig. 5.

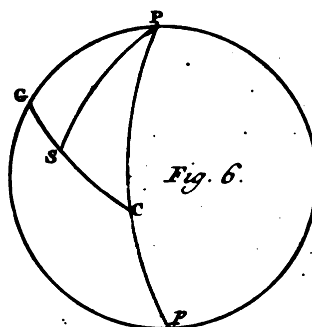


Fig. 6.

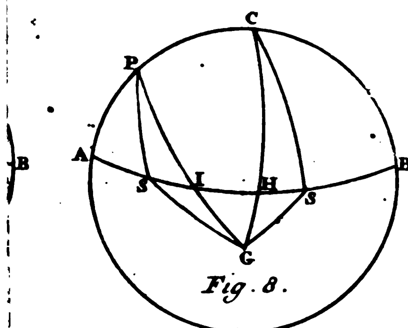


Fig. 8.

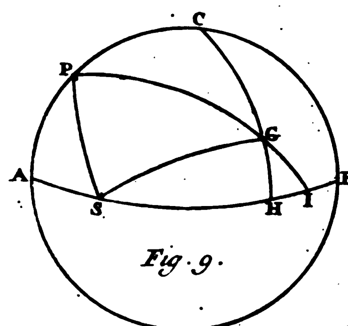


Fig. 9.

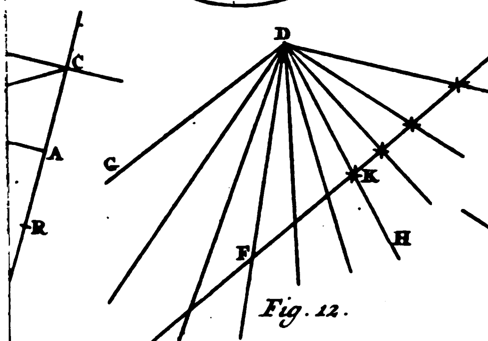


Fig. 12.

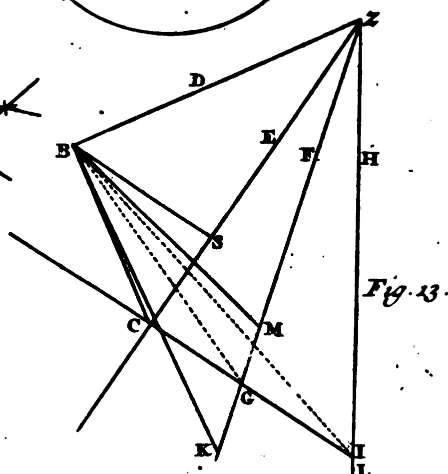


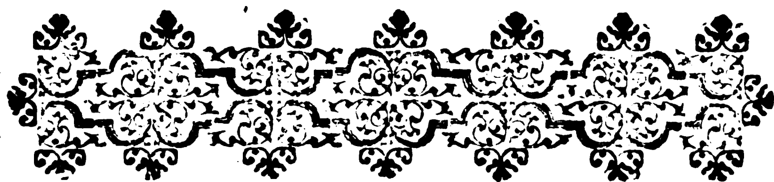
Fig. 13.

Picard.

TRAITÉ
DU
NIVELLEMENT,

Par M. PICARD.





PREFACE

Par M. DE LA HIRE.

Monsieur Picard proposa à la fin du Traitté de la mesure de la Terre, une nouvelle construction d'un Niveau auquel il avoit appliqué une lunette d'aproche au lieu de pinnules, comme il avoit fait un peu auparavant aux quarts de cercles dont il se servoit pour les Observations des angles.

Cet Instrument a de si grands avantages pardessus ceux dont on s'étoit servi jusqu'alors, que les corrections dont on ne tenoit aucun conte dans les Nivellemens, sont tres-utilement employées dans l'usage de celuy-cy, pour parvenir à une précision que l'on n'avoit encore osé se promettre dans ces sortes d'Operations. Il eut un peu aprés une occasion tres-considerable pour mettre cet instrument en pratique dans les nivellemens des eaux des environs de

Verſailles, & dans l'examen des hauteurs & des pentes des Rivieres de Seine, & de Loire; mais comme il s'agiſſoit d'une tres-grande entrepriſe, il fit ſes obſervations avec toute l'exactitude poſſible.

Cette occupation luy donna lieu de changer quelque choſe à la conſtruction de l'Inſtrument qu'il avoit publiée, pour le rendre plus commode & plus ſeur dans l'uſage, & de faire enſuite pluſieurs Remarques ſur les Nivellemens faits avec cet Inſtrument, & enfin il dreſſa quelques Memoires pour luy ſervir dans cette pratique en de ſemblables rencontres, principalement ſur les corrections des Niveaux apparens, & ſur les rectifications, ou verifications de l'Inſtrument.

Le ſuccés des Ouvrages que l'on fit ſur quelques Niveaux qu'il avoit pris, ayant confirmé la juſteſſe de ſes Obſervations, on le ſollicita de donner au Public les Remarques qu'il avoit faites, & les Regles qu'il avoit établies pour ces ſortes de Nivellemens; mais ayant mis en ordre ce qu'il avoit écrit ſur ce ſujet; & étant ſur le point de le faire imprimer, il fut attaqué par une maladie violente qui l'emporta en peu de jours.

M'étant

M'étant engagé à prendre le ſoin de cét Ouvrage, j'ay crû qu'en procurant ſon impreſſion pour la memoire de M. Picard, le Public qui en tireroit de grandes utilitez, ne laiſſeroit pas de le recevoir avec plaiſir, quoyque l'Auteur n'y eût pas donné ſes derniers ſoins, etant tres-connu & tres-eſtimé pour l'exactitude qu'il apportoit à faire ſes Obſervations: mais quoy qu'il eût donné ordre qu'on me remît entre les mains ſes Papiers & ſes Manuſcrit, il s'eſt paſſé prés de deux années ſans que j'aye pû recouvrer l'Original de ce Traité, que depuis fort peu de temps.

J'ay obſervé tres-ſoigneuſement de n'apporter aucun changement à ce que M. Picard avoit fait, j'ay ſeulement ajoûté quelques Démonſtrations aux endroits où j'ay crû qu'il n'en diſoit pas aſſez pour ceux qui ne ſont que mediocrement verſez dans la Geometrie. J'ay donné une Deſcription entiere de ſon Niveau, comme il s'en ſervoit ordinairement, dont il ne parloit qu'en paſſant en renvoyant le Lecteur à ſon Traitté de la meſure de la Terre, où il l'a expliqué fort au long.

J'ay auſſi ajoûté une Methode generale pour rectifier les Niveaux qui pourra ſervir dans pluſieurs

rencontres plus facilement que celles qu'il propose.

Mais comme plusieurs Sçavans Geometres ont publié des Niveaux construits sur differens principes, qui pourront avoir de grandes utilitez dans des cas particuliers, je me suis persuadé qu'il étoit à propos de faire icy la description de quelques-uns, & principalement de ceux qui peuvent servir aux grands Nivellemens; & de rapporter la maniere dont on s'en doit servir. J'ay donné la description, & l'usage de celuy de M. Huguens telle qu'il l'a publiée dans le Journal des Sçavans, & j'ay décrit celuy de M. Romer sur un de ceux qu'il avoit fait faire luy-même. J'y ay encore ajoûté une maniere de faire flotter sur l'eau une lunette d'approche; en separant ses deux parties qui luy servent de pinnules, ce qui pourra avoir de bons usages, la superficie de l'eau étant le Niveau le plus simple, & le plus juste que l'on puisse avoir.

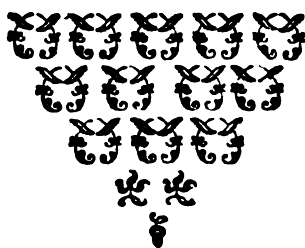
La premiere Partie de cet Ouvrage est divisée en trois Chapitres. Le premier contient la Theorie du Nivellement: Le second, la description des Instrumens qui servent à niveler: Et le troisiéme, les pratiques du nivellement.

La

La seconde Partie est, une Relation tres-curieuse & tres-exacte des Nivellemens de plusieurs endroits à l'égard du Château de Versailles, & des hauteurs & des pentes de la Riviere de Loire & de la Seine à l'égard de ce même lieu, avec les differences des niveaux des terreins qui sont entre-deux, depuis Orleans jusqu'à Versailles, en remontant jusqu'au Canal de Briare.

La necessité qu'il y a de sçavoir la mesure de la circonference de la Terre, & de son diametre pour faire les corrections des grands nivellemens avec exactitude, m'ont donné occasion de faire un Abbregé de l'Ouvrage de M. Picard, suivant le dessein qu'il en avoit, & qu'il m'avoit communiqué plusieurs fois, afin que le Public put avoir cét Ouvrage, qui n'estoit entre les mains que de tres-peu de personnes, n'y en ayant eu qu'un petit nombre d'Exemplaires qui avoient été destinez pour faire des presens. On y trouvera le Resultat de toutes les operations, & la Methode dont on a fait les Observations, avec les mêmes Tables qui y sont ajoûtées pour le rapport des mesures étrangeres à celle de la Toise de Paris. J'ay donné les vrayes hauteurs de Pole à la place des apparentes,

parentes, les ayant diminuées chacune d'une minutte, qui est à peu prés l'élevation que cause la refraction à la hauteur de l'Etole Polaire d'où on les avoit déduites, suivant ce que M. Cassini avoit observé le premier, & que nous avons confirmé dans la suite par un tres-grand nombre d'Observations.



TRAITE'

TRAITÉ
DU
NIVELLEMENT.

CHAPITRE I.

De la Theorie du Nivellement.

On appelle des points de Niveau ceux qui ſont également éloignez du centre de la terre:

D'où il s'enſuit qu'une ligne, qui dans toute ſa longueur ſeroit parfaitement de Niveau, auroit tous ſes points rangez dans une courbure circulaire dont le centre ſeroit celuy de la terre.

Suppoſant donc que tous les points de la ſuperficie des corps liquides, qui ne ſont point agitez, ſont également éloignez du centre de la terre, nous dirons que tous les points de la ſuperficie de ces corps ſont de niveau, comme celle des Mers, des Lacs, des Etangs, & generalement de toutes les liqueurs qui n'ont point de mouvement.

On pouroit donc par ce moyen déterminer le niveau de deux points en ſe ſervant d'un canal remply d'eau, qui les toucheroit: mais comme cette methode ne pouroit être commodément miſe en pratique que dans de petites diſtances, on eſt obligé de ſe ſervir du rayon viſuel, que l'on dirige par le moyen de quelque inſtrument dont toute la juſteſſe tend à bien établir une ligne qui ſoit parallele à une autre ligne que l'on ſuppoſe dans l'horizon du lieu où l'on fait l'obſervation, ou qui faiſant un angle droit avec celle du perpendicule, qui eſt une ligne qui tend au centre de la terre, s'éleve au deſſus du vray niveau autant qu'une touchante s'écarte de la circonference d'un cercle à meſure qu'elle s'éloigne du point où elle le touche.

Cette ligne droite parallele à l'horison sera appellée dans la suite *ligne du Niveau apparent*.

Pl. IX. Fig. 1. Ce qui vient d'être expliqué se comprendra plus aisément dans cette figure, ou le point A represente le centre de la terre sur lequel on a décrit l'arc du vray niveau BC, & la ligne BD qui touche cet arc de cercle au point B où l'on fait l'observation pour le nivellement, represente le niveau apparent qui sera à angles droits avec AB par la 16e. prop du 3e. Livre d'Euclide; BA est la ligne du perpendicule; AD est une Secante de l'arc de cercle BC, laquelle surpasse le demi-diametre AC de la quantité de la ligne CD, qui est l'excés dont le niveau apparent s'éleve au dessus du vray pour l'arc BC, ou pour l'angle BAC.

On doit remarquer que jusqu'à la distance de 100 toises, le niveau apparent s'éleve si peu audessus du vray, que la correction que l'on y doit faire n'est pas considerable, & que l'on peut sans faire une erreur sensible, prendre le niveau apparent pour le vray: mais si l'on negligeoit cette correction dans des distances plus longues que 100 toises on feroit des erreurs tres-considerables, comme l'on poura voir dans la Table suivante, qui servira à trouver le vray niveau par le moyen de l'apparent, ce qui suppose que l'instrument dont on se sert soit juste, & que d'ailleurs le Rayon visuel soit droit, ce qui n'est pas toûjours principalement dans les distances un peu considerables ou quelquefois les refractions le font aller en ligne courbe, dont on parlera dans la suite.

Dans la Table suivante, la premiere colonne marque en toises, les distances entre la station où l'on fait le Nivellement, & le lieu qui est nivelé, c'est à dire où l'on pointe le Niveau.

L'autre colonne contient les pieds, pouces, & lignes dont le niveau apparent est plus élevé que le vray pour les distances qui sont mises à côté, en sorte que l'on doit abaisser le niveau apparent de la quantité des pieds, pouces & lignes de la seconde colonne, suivant les distances qui leur sont correspondantes, pour avoir le vray niveau.

TABLE

TABLE DES HAUSSEMENS
Du Niveau apparent par deſſus le vray, juſqu'à la diſtance de 4000 toiſes.

Diſtances.	Hauſſemens.		
Toiſes.	*Pieds.*	*Pouces.*	*Lignes.*
50	0	0	0 1/3
100	0	0	1 1/3
150	0	0	3
200	0	0	5 1/3
250	0	0	8 1/3
300	0	1	0
350	0	1	4 1/3
400	0	1	9 1/3
450	0	2	3
500	0	2	9
550	0	3	6
600	0	4	0
650	0	4	8
700	0	5	4
750	0	6	3
800	0	7	1
850	0	7	11 1/2
900	0	8	11
950	0	10	0
1000	0	11	0
1250	1	5	2 1/2
1500	2	0	9
1750	2	9	8 1/2
2000	3	8	0
2500	5	8	9
3000	8	3	0
3500	11	2	9
4000	14	8	0

 La

La Regle qui ſert à trouver les hauſſemens du niveau apparent par deſſus le vray, eſt de diviſer le quarré de la diſtance par le diametre de la terre, qui ſelon nôtre meſure eſt de 6538594 toiſes, & c'eſt pour cette raiſon que les hauſſemens du niveau apparent ſont entr'eux comme les quarrez des diſtances, ce que l'on peut voir dans la Table.

Le fondement du calcul propoſé pour trouver les hauſſemens du niveau apparent, n'eſt pas geometrique; mais il en approche ſi fort, que dans la pratique il ne peut s'enſuivre aucune erreur ſenſible:

Pl. IX. Fig. 1. Car il eſt vray de dire, que comme le demidiametre AB eſt à la touchante BD, ainſi CE ou BE touchante de la moitié de l'angle BAD eſt à CD, à cauſe des triangles ſemblables ABD, ECD, qui ſont rectangles en B & en C, à cauſe des touchantes BC CE par la 18e. propoſition du 3 Liv. d'Euclide, & qui ont l'angle commun au point D, mais ſi l'on double le premier, & le troiſiéme terme de cette proportion on aura comme le diametre entier à la touchante BD, ainſi le double de BE, que l'on ſuppoſe égal à BD, ſera à CD qui eſt la correction requiſe; c'eſt pourquoy le produit des termes moyens de cette derniere proportion, qui eſt le quarré de BD étant diviſé par le premier terme, qui eſt le diametre de la terre produira la correction CD: Or on peut ſuppoſer aux petits angles, tels que ſont ceux dont il s'agit dans la pratique du nivellement, que le double de BE eſt égal à BD, & par conſequent que le diametre de la terre eſt à la diſtance BD des points que l'on veut mettre de niveau, comme cette même diſtance BD au hauſſement CD du niveau apparent par deſſus le vray.

Les hauſſemens du niveau apparent ne ſont pas tels qu'ils devroient être en effet, a cauſe de la refraction qui fait paroître l'objet audeſſus du lieu où il eſt effectivement: mais outre que la refraction n'eſt pas ſenſible lorſque la diſtance n'excede pas 1000 toiſes; voicy encore deux moyens pour déterminer le vray niveau indé-

indépendemment non seulement de la refraction, mais encore des haussemens du niveau apparent, & de ce qui pouroit arriver de la part de l'instrument sans qu'il importe qu'il soit juste, ou non, pourveu qu'il demeure toûjours dans le même état, & qu'on s'en serve aussi de la même maniere.

Methode Premiere.

Pour niveler sans faire la verification de l'instrument, & sans avoir égard aux haussemens du niveau apparent pardessus le vray, ny à la refraction.

Il faut placer l'instrument à égale distance des termes où l'on veut marquer des points de niveau; car il est évident que si d'une même station, & avec un instrument qui demeure toûjours à même hauteur, & dont on se serve aussi toûjours de la même maniere, on détermine plusieurs points de visée, qui soient également éloignez de l'œil de l'Observateur; tous ces points seront également éloignez du centre de la terre, étant également abbaissez ou élevez à l'égard du vray niveau, c'est pourquoy ils seront tous de niveau entr'eux; mais ils ne seront pas pour cela de niveau avec la station où l'on fait le nivellement, c'est à dire avec l'œil de l'Observateur dans cette station: il faut encore supposer que s'il y a de la refraction, elle soit égale dans toutes ses distances égales.

Methode II.

Le second moyen demande un double nivellement, & reciproquement fait d'une premiere station à une seconde, puis de cette seconde à la premiere: ou bien pour plus grands seureté, à cause des refractions qui pouroient causer quelqu'erreur dans ce nivellement reciproque, en changeant dans l'espace du temps, qu'il y auroit entre les deux observations, il faudroit qu'il y eut

deux Obſervateurs, qui étant placez aux deux extremitez de la diſtance propoſée, nivelaſſent à même-temps, & avec des inſtrumens qui fuſſent parfaitement d'accord; mais lorſque l'on veut ſe ſervir de cette maniere il n'eſt pas neceſſaire de prendre cette précaution à l'égard de la refraction, qui ne peut pas être conſiderable, pourveu que la diſtance n'excede pas 1000 toiſes comme nous avons dit cy-devant.

Pl. IX. Fig 2, 3, 4, 5, 6. Ce qui étant ſuppoſé, il faut ſçavoir, que ſi dans chaque ſtation le lieu de l'œil, & le point de viſée reciproque ſe trouvent joints enſemble, en ſorte que les deux lignes viſuelles qui ſervent au nivellement, & que pour ce ſujet nous appellons *Lignes du Nivellement*, conviennent, & n'en faſſent qu'une, comme dans la ſeconde figure, les extremitez de cette ligne ſeront de niveau: mais ſi dans une des ſtations, comme dans la troiſiéme figure, ou dans les deux ſtations, comme dans la quatriéme & cinquiéme figure, le lieu de l'œil ſe trouve ſeparé du point de viſée reciproque: les points pris au milieu entre ceux-là ſeront de niveau entr'eux, ou avec ceux qui ſont joints enſemble dans la troiſiéme figure.

DEMONSTRATION.

A repreſente le centre de la terre, BC, DE ſont deux lignes du nivellement reciproque ayant chacune reſpectivement l'œil à un bout aux points marquez B & D, & le point de viſée à l'autre bout aux points marquez C & E.

De la ſuppoſition que nous avons faite que l'inſtrument demeurât toûjours dans un même état ſans qu'il luy arrivât aucun changement, ou que s'il y avoit deux inſtrumens ils fuſſent bien d'accord, il s'enſuit que les angles ABC, ADE, ou bien ACB, AED ſont égaux entr'eux, & que les lignes BC, DE, ſuppoſé qu'elles ſoient ſeparées, ſont ou paralleles entr'elles, ou dans une poſition ſoucontraire, que nous appellons autrement anti-paralleles; & dans ce cas ſi nous nous imaginons que la ligne GH paſſant par le point F, qui eſt la rencontre des anti-paralleles, diviſe en deux également l'angle BFE, ou DFC fait par ces mê-

mêmes anti-paralleles ; la ligne GFH rencontrera les lignes AB, AD au points G & H qui feront également éloignez du centre de la terre A, & qui par consequent seront de niveau, suivant la definition des points de niveau.

Car premierement, si les points BE & CD sont joints ensemble, comme dans la seconde figure, il est évident que les lignes AB, AD seront égales entr'elles par la sixiéme proposition du premier Livre d'Euclide ; car les angles ADB, ABD sont égaux entr'eux par la position ; c'est pourquoy les points B & D seront de niveau. Fig. 2.

Secondement, si les lignes BC & DE sont paralleles entr'elles comme dans la sixiéme figure : à cause des paralleles CB, DE les angles ADE, ACB seront égaux entr'eux par la vingt-neuviéme proposition du premier Livre des Elemens d'Euclide ; mais aussi par la position les angles ADE, ABC sont égaux entr'eux ; donc aussi les angles ACB, ABC sont égaux entr'eux ; d'où il s'ensuivra comme cy-devant que les lignes AB, AC seront égales, & par consequent les points B & C seront de niveau. On demontrera aussi par la même raison que les points D & E sont de niveau ; car les lignes AD & AE seront aussi égales entr'elles : c'est pourquoy si l'on divise BE en deux également en G, & CD en H ; les points G & H seront aussi de niveau comme il est proposé : car AC & AB étant égales, & AD & AE l'étant aussi, les lignes CD & BE le seront semblablement & leurs moitiez aussi DH, EG ; donc AH sera égale à AG, & les points G & H de niveau. Fig. 6.

Troisiémement, si les points B & E sont joints ensemble, & les deux autres de l'autre côté D & C sont separez, comme dans la troisiéme figure, l'angle CBD étant coupé en deux également par la ligne BH, qui rencontre AC en H ; le point H sera de niveau avec le point B : car les angles ADB, ABC étant égaux par la position, & l'angle au point A étant commun pour les deux triangles ADB, ABC, il s'ensuit que les autres angles res- Fig. 3.

tans

tans dans ces deux triangles, à sçavoir ABD, ACB seront égaux; car par la trente-deuxiéme proposition du premier Livre d'Euclide les trois angles de tout triangle sont égaux à deux droits: Si l'on ajoûte donc à l'angle ABD l'angle DBH, la somme, qui est l'angle ABH, sera égale à la somme de l'angle ACB & de l'angle CBH qui sont égaux aux deux premiers; mais dans le triangle HCB, par la même 32. proposit. cy-dessus rapportée, l'angle exterieur AHB est égal aux deux interieurs HCB ou bien ACB & CBH; c'est pourquoy l'angle AHB sera égal à l'angle ABH, & par la sixiéme proposition du premier Livre d'Euclide, les lignes AB & AH seront égales, & par consequent les points B & H seront de niveau.

Fig. 4, 5. Enfin si les antiparalleles BC, DE; concourent en F au dedans, ou au dehors de l'angle BAC comme dans les 4. & 5. figures; la ligne GFH menée par le point F, ensorte qu'elle divise en deux également les angles égaux EFB, DFC, rencontrera les costez AB, AD en G & en H qui seront des points de niveau: car aux deux triangles FBG, FDH les angles au point F sont égaux; & par la 32. proposition du premier Livre d'Euclide l'angle exterieur ABC du triangle FBG est égal aux deux interieurs FGB, & BFG; & semblablement l'angle exterieur ADE du triangle FDH est égal aux deux interieurs *DFH*, FHD; mais les deux angles ABC, ADE estant égaux par la supposition, aussi les deux angles FGB, BFG pris ensemble seront égaux aux deux angles DFH, FHD pris aussi ensemble: desquels si l'on oste les egaux BFG, DFH, les restans FGB ou AGH, & FHD ou AHG seront égaux, & par la 6. proposition cy-dessus rapportée les costez AG, AH du triangle AGH seront égaux; donc les points G & H seront de niniveau.

Mais dans la pratique du Nivellement il y a toûjours si peu de difference entre les lignes FB, FE, & FC, FD, que l'on peut les supposer égales entr'elles sans tomber dans une erreur sensible, d'où

d'où il s'ensuivra, que la ligne GFH, qui divise en deux également les angles au point F coupe les lignes EB, DC en deux également au point G & H, qui seront de niveau, comme il a esté demonstré cy-devant, & c'est ce qu'il faloit prouver.

On dira que cette demonstration suppose que les lignes du Nivellement BC, DE soient droites; ce qui n'est pas toûjours vray, principalement aux grandes distances à cause des refractions: Mais comme nous supposons, que s'il y a de la refraction, elle soit égale de part & d'autre, il est évident qu'elle ne changera rien à la détermination du vray niveau.

Voilà donc deux manieres de trouver avec exactitude le vray niveau: mais lorsque l'on n'a pas la commodité de prendre toutes les précautions necessaires, & que l'on est obligé de faire la chose d'un seul coup de nivellement, & d'une seule station, il est necessaire de connoître l'erreur de l'instrument s'il y en a; j'entens qu'il est necessaire de sçavoir de combien l'instrument hausse ou baisse la mire à l'égard du niveau apparent pour une certaine distance donnée, c'est ce que l'on appelle *Verification* de l'instrument dont nous parlerons dans le chapitre suivant: mais pour avoir le vray niveau d'un seul coup, & d'une seule station, ce n'est pas assez de connoître la correction de l'instrument, il faut encore y employer celle du haussement du niveau apparent par dessus le vray comme elle est posée dans la table que nous avons donnée cydessus.

Exemple.

On propose une distance de 300. toises, pour laquelle on sçait que l'instrument baisse de 3. pouces à l'égard du niveau apparent, ce qui demanderoit que le point de visée fut haussé de trois pouces; mais parce que dans la table nous trouvons, que le niveau apparent à la distance de 300. toises s'éleve d'un pouce par dessus le vray; il faut donc rabattre un pouce de 3. pouces, qu'il faloit ajoûter pour la correction de l'instrument; & l'on conclura que

le vray niveau doit être 2. pouces plus haut que le point de visée.

Mais si au contraire l'instrument avoit haussé de 3. pouces pour la même distance de 300. toises, le vray niveau seroit à 4. pouces au dessous du point de visée; car il faudroit encore baisser d'un pouce pour le haussement du niveau apparent par dessus le vray.

Nous n'exposons pas icy tous les cas qui peuvent arriver ; parce qu'il sera toûjours facile de sçavoir ce qu'il y aura à faire, en considerant la chose de la maniere que nous avons fait, & comme si l'on devoit premierement retablir le niveau apparent, & ensuite en rabattre le haussement de l'apparent par dessus le vray.

Nous avons expliqué cy-devant que les haussemens du niveau apparent par dessus le vray sont en raison des quarrez des distances : mais la correction qu'il faut faire pour l'erreur de l'instrument croît ou decroît seulement dans la raison des mêmes distances, ce qui est facile à connoître par cette figure.

Pl. IX. Fig. 7. B est la station ou l'on fait l'observation : B A la ligne qui tend au centre de la terre; B O. la ligne de visée ; & B D I la ligne du niveau apparent, qui est perpendiculaire à B A. Posons maintenant, que, pour une distance de 300. toises qui est B P, nous sçachions, que P D, qui est l'erreur de l'instrument, qui ne marque pas le niveau apparent, soit de 3. pouces; il est évident, par exemple, que pour la distance B O supposée de 600. toises la correction O I sera de 6. pouces; car O I étant menée parallele à P D, les triangles B P D, B O I sont semblables ; c'est pourquoy par la quatriéme proposition du sixiéme d'Euclide B P sera à P D, comme B O à O I, ce qu'il falloit demontrer.

Il ne faut pas s'imaginer qu'un instrument baissant la mire & demeurant dans un même état, puisse recompenser justement le haussement du niveau apparent à toutes sortes de distances; comme par exemple.

Le haussement du niveau apparent étant d'un pouce pour 300. toises

ſes de diſtance, un inſtrument qui baiſſera d'un pouce pour 300. toiſes donnera le vray niveau à cette diſtance : car le hauſſement de l'un recompenſera le baiſſement de l'autre : mais plus prês il baiſſera trop, & plus loing il ne baiſſera pas aſſez, comme on verra en ſe donnant la peine d'en faire le calcul, ce que l'on peut auſſi connoître par cette figure.

A eſt le centre de la terre : BGCH, le vray niveau, qui eſt ſur ſa circonference : BK le niveau apparent : BI une ligne droite inclinée, qui repreſente la ligne de viſée, & qui coupe neceſſairement la circonference du cercle de la terre en quelque point comme C, qui eſt le ſeul de niveau avec B, & tous les autres comme F, I seront plus bas ou plus hauts. Pl. IX. Fig. 8.

Il eſt même facile de determiner à qu'elle diſtance preciſe, un inſtrument qui baiſſe la mire donnera le vray niveau, pourveu qu'on en connoiſſe l'erreur pour quelque diſtance donnée, c'eſt à dire de combien il s'écarte du niveau apparent pour une diſtance donnée : car ayant pris dans la table cy-deſſus le hauſſement deu à la diſtance donnée, pour laquelle vous ſçavez l'erreur de l'Inſtrument, il faut faire une regle de proportion, ou de trois comme on l'appelle ordinairement, en poſant.

Comme le hauſſement trouvé dans la table pour la diſtance donnée eſt à *1. Terme.*

L'erreur de l'inſtrument pour cette même diſtance ; ainſi *2. Terme.*

La diſtance donnée eſt à *3. Terme.*

Celle à laquelle l'Inſtrument determinera le vray niveau. *4 Terme requis.*

Exemple.

Je ſçay qu'un Inſtrument baiſſe la mire à raiſon de 2. pouces ſur 300. toiſes de diſtance pour laquelle le hauſſement du niveau apparent eſt d'un pouce ſeulement, comme on voit dans la table ; & je veux ſçavoir à quelle diſtance cet inſtrument tel qu'il eſt donnera le vray niveau. Pour cet effet je dis

Hh 2 Comme

Comme un pouce de hauſſement
eſt à 2. pouce d'erreur,
Ainſi 300. toiſes de diſtance
Sont à 600. toiſes de diſtance requiſe
qui eſt la diſtance ou le deffaut de l'inſtrument recompenſe le hauſſement du niveau apparent, l'un & l'autre eſtans de 4. pouces dans cet exemple.

La Regle cy-deſſus eſt fondée ſur ce que nous avons déja dit, que l'erreur d'un inſtrument croiſt ou décroiſt en raiſon des diſtances: mais que les hauſſemens du niveau apparent ſuivent la raiſon doublée des mêmes diſtances, qui eſt auſſi celle de leurs quarrez.

Nous avons demontré cy-deſſus que cette derniere ſuppoſition touchant les hauſſemens du niveau apparent n'étoit pas vraye dans la rigueur de la Geometrie; mais que dans la pratique cela ne devoit être d'aucune conſideration: On en doit autant dire à l'égard de l'autre ſuppoſition, qui eſt touchant les erreurs de l'Inſtument: car les lignes EF, CD, IK, n'étant pas paralleles entr'elles, ſi on ſuppoſe qu'elles tendent au centre de la terre, A, ne ſont pas non plus en raiſon des diſtances BE, BD, BK; mais à cauſe de la petiteſſe des angles quelles font au centre de la terre, il s'en faut ſi peu que cela ne merite pas d'être conſideré dans la pratique.

Demonſtration de la Regle precedente.

Suppoſant donc dans la meſme figure que les lignes FE, CD ſoient paralleles entr'elles, & que la diſtance BF étant propoſée avec la ligne FE, qui eſt l'erreur dont l'Inſtrument, ou bien la ligne de viſée, baiſſe audeſſous du niveau apparent BK pour cette diſtance, il faille trouver la diſtance BC ou la ligne de viſée BI coupe la circonference de la terre, c'eſt à dire trouver la diſtance BC enſorte que le point C ſoit de niveau avec le point B.

Pour

Pour la distance BF ou BG, que nous supposons égales, la ligne GE, qui est la difference entre le vray niveau & l'apparent, sera connuë par la table precedente: mais les haussemens du niveau apparent par dessus le vray sont entr'eux comme les quarrés des distances, suivant la demonstration qui en a été faite cy-devant; c'est pourquoy GE sera à CD, qui sont ces mêmes haussemens, comme les quarrés des distances BG ou BF à BC; mais comme BF à BC, ainsi FE à CD, à cause que FE & CD étant paralleles font les triangles semblables BFE, BCD; donc aussi en raison inverse CD sera à GE, comme le quarré de CD au quarré de FE, & par les corollaires de la 19. proposition du 6. Livre les lignes CD, FE, GE seront en proportion continuë; donc FE sera à GE, comme CD à FE, ou comme BC à BF; & par inversion de raison GE sera à FE, comme BF à BC, ce qu'il falloit demontrer; car GE est le haussement du niveau apparent par dessus le vray pour la distance BG ou BF proposée, FE est l'erreur de l'Instrument pour cette même distance, BF est la distance proposée, & enfin BC est la distance que l'on cherche.

Enfin si l'on suppose que l'on ait établi une ligne droite comme BD, qui est celle du niveau apparent, & si l'on imagine que par ses deux extremitez il y ait deux lignes qui luy soient perpendiculaires dans chacune desquelles on ait pris un point à volonté, il est évident par ce qui a été demontré cy-dessus, que pour connoître si ces deux poins sont également éloignées du centre de la terre, ou de combien l'un en est plus éloigné que l'autre, il suffira de les rapporter au vray niveau; & c'est dans cette comparaison que consiste toute la sçience du Nivellement.

CHAPITRE II.

De l'Instrument appellé Niveau, & des moyens de le rectifier.

Nous avons déja dit dans le commencement du Chapitre precedent, que toute la justesse de l'Instrument dont on se sert pour niveller tend à determiner deux points de telle sorte que la ligne droite menée de l'un à l'autre soit perpendiculaire par l'une de ses extremités à celle qui tend au centre de la terre & qui est menée par ce même point, ou bien qui est dans l'horizon apparent, que l'on conçoit passer par cette même extremité.

On a invité jusques à present plusieurs de ces Instrumens, que l'on appelle Niveaux, dont toute la justesse depend d'un plomb qui tient au bout d'un fil, & dont on suppose que le centre de gravité le tend vers le centre de la terre; ou de quelque corps pesant suspendu d'une autre maniere, & qui fait le même effet du plomb, lequel dirige le Niveau; ou bien de quelques liqueurs dont la superficie represente une partie de l'horizon apparent ou sensible: mais enfin l'on est demeuré d'accord que celuy dont nous allons parler le premiér, est le plus juste de tous, puisque l'on ne laisse pas de s'en servir fort bien dans des rencontres où les autres sont presque inutiles; nous en avons déja donné une description dans le Traité de la mesure de la terre, & nous la repeterons encore icy en expliquant la figure qui le represente, où l'on remarquera seulement, que celle que nous luy avions donnée d'abord representoit la lettre T; mais nous l'avons changée, & elle est à present en forme de croix, ce qui a été fait afin de donner plus de longueur au cheveu qui sert de perpendicule, & qui est attaché au haut de la croix, ensorte que l'on peut voir plus commodement le point qui est au bas de la croix sur lequel doit battre le cheveu pour determiner le Niveau apparent.

Mais avant que de faire la description des Niveaux que nous proposons dans ce Traité, nous avons crû qu'il étoit à propos d'expliquer en particulier la construction de la lunette d'approche, qui y sert de pinnule, & qui en fait la principale partie.

Cet-

Cette Lunette eſt compoſée de trois pieces, à ſçavoir du verre objectif, des filets qui ſont poſez à ſon foyer, & du verre oculaire convexe dont le foyer eſt auſſi à peu prés à l'endroit où ſont les filets.

L'on appelle le foyer d'un verre convexe l'endroit où tous les rayons qui viennent d'un point lumineux, ou coloré, qui eſt dans une diſtance fort éloignée, vont ſe r'aſſembler aprés avoir paſſé au delà du verre, c'eſt pourquoy la peinture des objets qui ſont oppoſés au verre ſe repreſente tres-diſtinctement dans cet endroit: c'eſt auſſi ce que l'on peut voir par experience dans une chambre qui eſt bien fermée, & où il n'entre point de lumiere que par une petite ouverture, à laquelle on applique un verre convexe; car en mettant un papier blanc à l'oppoſite de ce verre au dedans de la chambre, & à la diſtance de ſon foyer, on vera ſur le papier une peinture tres-nette, & tres-diſtincte des objets qui ſont oppoſés au verre par dehors; on poura trouver le foyer du verre en approchant & en reculant le papier tant que l'on voye la peinture bien nette & bien de terminée; on ſuppoſe que ce verre ſoit bon & bien fait, & qu'il ne ſoit pas trop decouvert à proportion de la diſtance de ſon foyer.

Le papier blanc ſur lequel ſe fait la peinture ne ſert à autre choſe, que pour arreſter les rayons colorés à la diſtance du foyer, dans le point où ils ſe raſſemblent, & en les renvoyant de tous côtés dans la chambre on les apperçoit ſur le papier comme ſi l'objet y étoit peint, & qu'il n'y fut point apporté d'ailleurs.

Si l'on n'oppoſoit point de papier à ces rayons, la peinture ne laiſſeroit pas toûjours de ſe faire à l'endroit du foyer; quoy que ceux qui ſeroient dans la chambre ne la puſſent pas appercevoir: mais ſi l'on met un verre convexe audelà du foyer de l'objectif, enſorte que le foyer de ce ſecond verre, que nous appellons l'Oculaire, ſoit commun avec le foyer du premier, les rayons colorés, qui, aprés s'être rompus en tombant ſur la ſuperficie du verre objectif, ſe ſont reünis à ſon foyer, continuent leur chemin

min en s'écartant, & rencontrant le verre oculaire se rompent de rechef en passant au travers, & se dirige de telle sorte, qu'en mettant l'œil derriere ce verre on apperçoit les objets dont la peinture se fait au foyer, de la même maniere que s'ils étoient effectivement peints en cet endroit, & on les verra plus grands qu'avec la veuë simple si le verre oculaire à plus de convexité que l'objectif, ce que l'on peut augmenter de beaucoup suivant la proposition des convexitez de ces verres; mais en changeant la position de ce verre oculaire si l'on demeure à peu prés dans la même distance de l'objectif, on pourra voir differens objets selon que differens rayons rencontreront l'oculaire. Enfin si l'on tend un filet qui demeure immobile à l'endroit du foyer commun de l'objectif & de l'oculaire, ce filet passera sur la peinture de quelqu'objet, ou on le verra toûjours, quoyque l'on change la position du verre oculaire, & de l'œil; mais si l'on remuë le verre objectif la peinture changera de place à son foyer, de même que si l'on touche au filet il ne rencontrera plus les mêmes endroits de la peinture; l'assemblage de ces deux verres compose la lunette d'approche, qui represente les objets dans une position renversée. Il est facile de voir parce que nous venons d'expliquer que si le verre objectif demeure toûjours dans une même scituation à l'égard du filet, comme on le peut faire dans le tuyau d'une lunette, pour peu que l'on remuë ce tuyau la peinture qui se fait au foyer changera de place sur le filet, à moins que l'on ne remuë la lunette de telle sorte, que la ligne droite que l'on imagine aller d'un point du filet jusques à l'objet sur lequel il passe, & que l'on appelle principal rayon de ce point de l'objet, ne demeure toûjours dirigée vers le même endroit, ce qui est la même chose que si l'on concevoit, que cette lunette fut prolongée jusques à l'objet, auquel point elle demeurat immobile, & qu'elle se remuat seulement par l'autre extremité ou est le filet, ou bien encore si le point ou le principal rayon rencontre le verre objectif dans la premiere position, demeure toûjours directement

entre

entre le même point de l'objet, & le filet qui passe par sa peinture dans toutes les autres positions.

Ce sont de ces sortes de lunettes que nous avons mises en pratique, & dont nous nous servons au lieu de pinnules pour faire des observations, comme on peut voir plus au long dans le Traité de la mesure de la terre.

L'on peut ajouter à cette lunette deux autres verres convexes audelà de l'oculaire afin qu'elle represente les objets dans leur situation naturelle; car celle qui n'a que deux verres convexes les representent renversés comme nous venons de dire; mais aussi l'on voit les objets bien plus clairement dans une lunette à deux verres, que dans une qui en à quatre.

Ce que nous venons d'expliquer touchant la construction des lunettes d'approche, n'est que par rapport à l'usage que l'on en fait dans les instrumens qui servent à observer où l'on s'en sert au lieu de pinnules, & nous ne pretendons pas y traiter à fonds cette matiere qui demanderoit un ouvrage entier de Dioptrique.

Description du Niveau.

La representation de cet instrument est de telle maniere que l'on peut voir le dedans, comme si la partie qui se presente à la veuë étoit ôtée, où bien comme si elle étoit de verre & que l'on put voir au travers. Pl. IX. Fig. 9.

EFGH est un tuyau quarré qui sert pour la lunette, lequel on fait de quelque matiere solide, & ferme, comme fer ou leton assez fort ensorte qu'elle ne puisse pas être facilement corrompuë.

EF est un petit chassis qui porte le verre objectif.

GH est une autre chassis qui porte deux filets de verre à soye tres déliés, qui s'entrecoupent au foyer de l'objectif.

Le verre objectif, & ces filets ainsi attachés ensemble dans ce tuyau servent de pinnules pour le niveau.

Le petit tuyau D est celuy qui contient le verre oculaire que l'on

l'on peut en foncer ou retirer suivant la disposition de la veuë de celuy qui observe, sans que pour cela il arrive aucun changement à la disposition du verre objectif & des filets, comme on a remarqué cy-devant dans l'explication de la construction des lunettes.

La lunette est fortement attachée à angles droits avec le tuyau IK, en sorte que l'on ne peut pas remuer l'un sans l'autre.

L & M sont deux arc-boutans courbez qui servent à entretenir la lunette avec le tuyau IK, & pour incliner le niveau d'un côté ou d'autre lors qu'il est sur son pied.

AC est un cheveu qui est suspendu du point A par une boucle que l'on fait à son extremité, & cette boucle est passée sur une aiguille qui est appuyée par sa pointe contre une piece de leton, qui l'éleve du fond de la boëte ou tuyau, afin que le cheveu soit en liberté de se mouvoir: cette piece avec l'aiguille est representée en particulier dans la figure 10e.

Au bout du cheveu pend un plomb C que l'on fait d'une grosseur suffisante pour tenir le cheveu bien tendu sans qu'il puisse se rompre.

B est une petite platine d'argent enchassée à fleur sur une piece de leton qui est autant élevée sur le fond de la boëte, que celle qui porte le centre au point A: au milieu de cette platine il y a un point, qui sert pour determiner le niveau apparent comme nous dirons dans la suite pour la verification du niveau. *Du* point A pour centre d'où le cheveu est suspendu, on decrit un arc de cercle qui passe par le centre de la platine B, & l'on y marque d'un côté & d'autre de petites divisions égales qui y determinent les minutes de degré s'il est possible, ce qui peut servir à montrer de combien de minutes un objet est plus ou moins élevé que le niveau apparent, cela se doit seulement entendre jusques au nombre des minutes qui sont marquées sur la piece de leton.

Le verre objectif doit être arresté sur le chassis EF, & ce chassis doit être immobile dans la boëte, ou tuyau de la lunette.

Le

Le chaſſis GH qui porte les filets doit être auſſi bien attaché au corps de la même boëte : quelque fois pourtant on fait un double chaſſis qui porte les filets, & qui gliſſe fort juſtement dans une couliſſe qui eſt au premier chaſſis, & l'on attache un reſſort dans la partie inferieure de ce premier chaſſis, qui pouſſe en haut le ſecond chaſſis qui porte les filets, lequel on repouſſe autant que l'on veut vers le bas par le moyen d'une vis, qui perce la boëte de la lunette dans la partie ſuperieure où eſt l'écrou, & qui force le reſſort qui le ſoutient par deſſous, comme la figure 11e. le fait voir.

La quëue N eſt une verge de fer rigide & aſſez forte pour ne pas plier, elle eſt attachée au long de la boëte du perpendicule, enſorte qu'elle peut ſeulement monter & deſcendre, & en tombant juſqu'à terre elle ſert pour arréter le niveau dans l'inclination où l'on veut le mettre.

Le pied ſur lequel on poſe cét inſtrument eſt un chevalet comme les Peintres s'en ſervent pour ſoutenir leurs tableaux, on appuye ſeulement le niveau par les arcboutans ſur les chevilles du chevalet, enſorte qu'il peut ſe mouvoir ſur ces chevilles, & s'incliner d'un côté ou d'autre.

On peut ajoûter à chaque pied du chevalet un faux pied de fer en forme de verroüil qui coule dans ſes crampons au long du pied de bois, & que l'on peut arréter à la longueur que l'on veut par le moyen d'une vis comme la figure le montre aſſez clairement, ce qui eſt d'une grande utilité pour alonger les pieds du chevalet dans les lieux raboteux & inegaux.

On ne determine point la grandeur de cet inſtrument ; mais on doit ſeulement remarquer que plus il ſera grand plus on obſervera avec juſteſſe : ceux dont nous nous ſervons ordinairement ont la lunette de 3. pieds de longueur, & le perpendicule de 4. pieds.

Quoyque le tuyau du perpendicule ait communication avec le tuyau de la lunette, & que ſon filet ou cheveu paſſe au travers,

cela n'y apporte pourtant aucun changement étant imperceptible à cause qu'il est trop delié.

De la rectification, ou verification du Niveau.

La maniere la plus independente pour rectifier le Niveau dont nous venons de faire la demonstration, est de se servir du renversement, comme nous avons expliqué pour les quarts de cercle dans le Traité de la mesure de la terre: mais celle qui suit paroît assez expeditive & commode pour être preferée à toute autre.

Aux deux extremités d'une distance connuë on fait deux marques à terre, qui pour la commodité de l'operation ne doivent pas être beaucoup éloignées du vray niveau, & dont la distance doit être au moins de 300, ou 400 toises. Ce qui étant supposé, on met l'instrument à l'une des marques, & l'on pointe la lunette vers l'autre en faisant marquer exactement à quelle hauteur vise la croix des filets qui sont au foyer, le filet du perpendicule donnant sur le centre de la petite platine d'argent, qui est au bas de l'instrument; on en fait de même & reciproquement à l'autre station, en remarquant aussi exactement à chaque station la hauteur de la croix des filets par dessus la marque où l'on observe, ce que nous appellons la hauteur de l'œil.

Ier. Cas.

Si les deux hauteurs des points de visée jointes ensemble surpassent les deux hauteurs de la croisée des filets jointes ensemble du double du haussement du niveau apparent qui convient à la distance des stations, conformement à la table que nous avons donnée cy-devant dans le premier Chapitre, l'instrument sera juste, & marquera le niveau apparent, c'est à dire que le filet du perpendicule, qui bat sur le centre de la petite platine d'argent, fait un angle droit avec le principal rayon de l'objet qui est caché ou marqué

PL. IX.

Fig. 7.

Fig. 8.

Fig. 3.

Fig. 5.

Fig. 6.

Fig. 9.

Picard.

marqué par la croix, ou interſection des filets de ver à ſoye poſés au foyer de la lunette.

Exemple.

La diſtance entre les lieux de l'obſervation ayant été poſée de 300 toiſes, on trouve dans la table que le hauſſement du niveau apparent par deſſus le vray eſt d'un pouce pour cette diſtance, & ſi la ſomme des hauteurs des points de viſée ſurpaſſe de deux pouces celle des hauteurs de l'œil, ou de la croiſée des filets qui ſont proche de l'oculaire, ce ſera une preuve de la juſteſſe de l'inſtrument.

2ᵉ *Cas.*

Mais ſi la ſomme des hauteurs des points de viſée ſurpaſſe la ſomme des hauteurs de l'œil ou de la croix des filets de plus du double du hauſſement du niveau apparent par deſſus le vray, l'inſtrument hauſſera la mire au deſſus du niveau apparent de la moitié de ce qu'il y a de trop, c'eſt à dire que l'angle fait du filet du perpendicule avec le principal rayon qui appartient à la croiſée des filets du foyer, ſera obtus.

Comme dans le même exemple precedent, ſi la ſomme des hauteurs des points de viſée eſt de 3. pouces aulieu de 2. pouces qui eſt le double de ce que le niveau apparent doit être élevé par deſſus le vray à la diſtance de 300 toiſes, il y aura un pouce de trop d'élevation; c'eſt pourquoy nous concluons que l'inſtrument hauſſe la mire, ou viſe trop haut la moitié de cet exces qui eſt un demi pouce à la diſtance de 300 toiſes.

3ᵉ *Cas.*

Enfin ſi la ſomme des hauteurs des points de viſée eſt moindre que celle des hauteurs de l'œil, ou de la croix des filets, à laquelle

le on a ajouté le double du hauſſement du niveau apparent par deſſus le vray, la moitié de ce qu'elle ſera moindre que l'autre, ſera l'erreur de l'inſtrument pour la diſtance propoſée qui baiſſera la mire au deſſous du niveau apparent.

Comme dans le même exemple que nous avons apporté cy-devant, ſi la ſomme des hauteurs des points de viſée eſt moindre d'un pouce que la ſomme des hauteurs de l'œil augmentée de deux pouces, qui eſt le double du hauſſement du niveau apparent par deſſus le vray à la diſtance de 300 toiſes, l'inſtrument donnera trop bas de la moitié de cette difference qui ſera un demi-pouce; de même que ſi la ſomme des hauteurs des points de viſée étoit moindre de deux pouces, que celle des hauteurs de l'œil augmentée de 2. pouces pour le double du hauſſement du niveau apparent par deſſus le vray, ce qui eſt la même choſe, que ſi la premiere ſomme étoit égale à la ſeconde ſans être augmentée, l'inſtrument donneroit trop bas d'un pouce; & ainſi du reſte.

Demonſtration des Regles précedentes.

Pl. X. Fig 1. La demonſtration de ces regles eſt facile à comprendre, ſi nous ſuppoſons d'abord que les deux points A & B que l'on a marqué a terre ſoient dans le vray niveau, c'eſt à dire également éloignez du centre de la terre; car premierement l'inſtrument étant à la marque B, & le filet du perpendicule battant ſur le centre de la petite platine d'argent, ſi le point de viſée E de la ligne du nivellement ED, qui eſt auſſi le principal rayon qui vient de l'objet E à la croiſée des filets du foyer de la lunette en D, eſt élevé au deſſus de l'autre marque A de la hauteur AE plus grande que BD, qui eſt la hauteur de l'œil ou de la croiſée des filets, de la quantité de la ligne HE, & que cette grandeur HE ſoit le hauſſement du niveau apparent par deſſus le vray, qui convient à la diſtance AB; il eſt évident par ce qui a été demontré au premier Chapitre, que la ligne du nivellement ED ſera avec le filet du

du perpendicule posé au point D, un angle droit EDB.

Et de même dans l'operation reciproque l'instrument étant en A, la ligne du nivellement *de* donnera le point de visée *e*, ensorte que B*e* sera plus grande que A*d*, de la quantité de la ligne *eb*, égale à EH, & l'angle *ed*A sera aussi droit.

D'où l'on voit que dans ce premier cas la somme des deux hauteurs des points de visée AE, B*e* est plus grande que la somme des deux hauteurs de l'œil BD, A*d*, de la valeur des deux hauteurs EH, *eh*, égales entr'elles, & chacune égale au haussement du niveau apparent par dessus le vray pour la distance AB.

Secondement si l'œil étant en D, la ligne du nivellement DF donne AF plus grande que BD, ou que AH posée égale à BD, de la grandeur HF plus grande que HE, qui est le haussement du niveau apparent par dessus le vray pour la distance AB, il est évident que ce rayon FD sera avec le perpendicule DB un angle obtus FDB puisque EDB doit être droit comme nous avons dit cy-devant dans le premier cas, & que l'instrument étant en B & l'œil au point D haussera la mire ou donnera le point de visée F, qui sera élevé par dessus le point de visée E du niveau apparent, de la grandeur EF. Ce sera aussi la même chose dans l'operation reciproque l'instrument étant en A & l'œil en *d*; car le point de visée sera au point *f*, & l'angle *fd*A sera obtus, & égal à l'angle FDB, & la ligne *fe*, qui est le haussement du point de visée *f* par dessus le point de visée du niveau apparent en *e* sera égale à FE dans l'autre operation; d'où s'ensuit que AF & B*f* jointes ensembles, qui sont les hauteurs des points de visée F & *f*, seront plus grandes que les hauteurs de l'œil, ou de la croisée des filets, qui sont BD, & A*d* jointes ensemble, ou bien de leurs égales AH & B*h*, augmentée de EH & *eh*, qui sont chacune le haussement du niveau apparent par dessus le vray pour la distance AB, des grandeurs EF & *ef* jointes ensemble, ce qui est le double de ce que l'instrument éleve la mire, ou donne trop haut au dessus du niveau apparent à la distance de AB; car les points

d

d & *b* seront dans le vray niveau aussi bien que les points D & H.

Troisiémement si la ligne du nivellement donne le point de visée en G l'œil ou la croisée des filets étant en D, & que AG soit plus petite que AH ou BD son égale à laquelle on a ajouté HE, qui est le haussement du niveau apparent par dessus le vray à la distance de AB; il est évident par ce qui a été demontré dans le premier Chapitre, & par ce que nous avons dit cy-devant que l'angle GDB sera aigu, & que l'instrument baissera la mire, on donnera trop bas de la grandeur de GE, & de même dans le nivellement reciproque: d'où l'on connoît, que dans ce troisiéme cas les hauteurs des points de visée AG, B*g* jointes ensemble sont plus petites, que les hauteurs de l'œil BD, A*d*, ou leurs égales AH, B*h* prises ensemble & chacune augmentée des grandeurs HE, *he*, qui sont les haussemens du niveau apparent par dessus le vray pour la distance de AB, lesquelles ensemble font les hauteurs du niveau apparent AE, B*e*, & elles sont plus petites des grandeurs GE, *ge* égales entr'elles & prises emsemble.

Voilà donc ce qu'il falloit demontrer à l'égard des points A & B pris à terre & que l'on a supposez dans le vray niveau, c'est à dire également éloignez du centre de la terre; mais si les points B & *a* marquez à terre ne sont pas dans le vray niveau, & que *a* soit plus bas que B de la quantité, *a* A; la même demonstration ne laissera pas de subsister, car dans chaque somme des hauteurs des points de visée, & des hauteurs de l'œil dans les nivellemens reciproques, la grandeur *a* A y sera employée, laquelle se détruira mutuellement de chaque côté, & il ne restera que les mêmes grandeurs que nous avons posées pour les trois cas de cette demonstration, ce qui est si facile à entendre que cela ne merite pas une plus grande explication.

Pour

Pour corriger le Niveau & luy faire marquer le Niveau apparent.

Il s'enſuit de ce que nous venons de demontrer que le niveau étant poſé à l'une des deux ſtations marquées contre terre, s'il ne donne pas le point de viſée dans le niveau apparent; il ſera facile de le corriger, car on connoîtra par ces nivellemens reciproques de combien il hauſſe, ou baiſſe la mire, & l'on determinera le point où il devroit donner pour être dans le niveau apparent, alors ayant hauſſé ou baiſſé l'inſtrument tant qu'il faudra pour voir cette marque dans la croiſée des filets, on obſervera avec grand ſoin, ſur laquelle des diviſions qui ſont ſur la petite platine où à côté, le cheveu ou filet du perpendicule donnera, afin de l'y pouvoir remettre toutes les fois que l'on obſervera pour determiner le niveau apparent.

Mais ſi l'on veut que le centre de la petite platine d'argent determine le niveau apparent, il faudra hauſſer ou baiſſer, le faux chaſſis, qui porte les filets, par le moyen de la vis qui eſt au deſſus de la boëte & qui repouſſe le reſſort en bas, comme nous avons dit dans la deſcription, en ſorte que la croiſée des filets du foyer de la lunette donne ſur l'objet que l'on a determiné pour être le niveau apparent, en obſervant toûjours que le filet du perpendicule donne tres-exactement ſur le centre de la platine d'argent, qui eſt au bas du niveau; où l'on doit encore remarquer, que ſi l'on élevoit, ou baiſſoit conſiderablement les filets du foyer, il faudroit auſſi élever ou hauſſer autant la marque à laquelle on viſe, car la hauteur de cette marque n'auroit pas été faite pour la hauteur des filets que l'on a changez de place, mais comme ils étoient auparavant. Ce ſera toûjours le plus commode d'ajuſter ainſi les niveaux afin que l'on ait un point remarquable ou doit paſſer le filet, comme le centre de cette petite platine ou clou, lorſque les filets marquent le niveau apparent; car ſans cela l'on eſt ſouvent obligé de remarquer que

pour le niveau apparent il faut que le filet du perpendicule donne au tiers, ou au quart, par exemple entre-deux divisions dont il faut exactement remarquer le nombre depuis le centre de la platine.

Autre maniere pour la Verification du Niveau.

Pl. X. Fig. 2. Ayant choisi un lieu uni, & de 300 toises de longueur ou environ, comme CB; on posera le niveau au milieu A de cette distance, ensorte que AC & CB seront égales entr'elles, & de 150 toises chacune, si la distance CB est de 300 toises: ensuite on pointera le niveau vers chacun des deux points C, & B, que l'on considerera comme deux stations sur lesquelles on marquera la hauteur des points de visée D & E, le niveau demeurant à même hauteur dans chaque Operation. Par ce qui a été demontré dans le premier Chapitre les points D & E sont dans le *vray* niveau, quelqu'angle que la ligne de visée fasse avec celle du perpendicule.

Maintenant si l'on transporte le niveau à l'une des extremités comme au point C, on connoît de combien la croisée des filets de la lunette est plus haute ou plus basse, que le point de visée E, & marquant à l'extremité B, un point, qui soit autant élevé, ou abaissé au dessus, ou au dessous du point de visée D que la croisée des filets l'est au dessus, ou au dessous du point de visée E, on aura le vray niveau correspondant à la croisée des filets, l'instrument étant posé en C, mais le niveau apparent doit être plus élevée que le vray, & pour 300 toises on trouve dans la table 1. pouce de haussement; on fera donc une marque à un pouce au dessus de celle que l'on a marquée la derniere, qui determineroit le vray niveau, & l'on aura le point auquel doit être pointé le niveau, pour être corrigé & rectifié.

Exemple. Si CE est de 4. pi. 10. po. & BD de 5. pi. 1. po. & la croisée des filets de lunette du niveau étant posé en C soit

ſoit de 4. pi. 6. po. comme au point F, qui par conſequent ſera au deſſous de E de 4. po. ſi l'on prend donc le point G au deſſous de D de 4. po. Il eſt évident que les points F & G ſeront dans le vray niveau; mais pour 300 toiſes le niveau apparent eſt élevé par deſſus le vray de 1. pouce, c'eſt pourquoy l'on marquera le point H un pouce plus haut que G; ce point H ſera donc le point de viſée où le niveau doit pointer lorſqu'il eſt poſé en C, & que la hauteur de l'œil, ou de la croiſée des filets de la lunette eſt poſée au point F, pour marquer le niveau apparent, & pour être rectifié.

On changera donc les filets de la lunette tant quelle pointe à cette marque deſignée, le perpendicule demeurant toujours au centre de la platine ou clou d'argent; ou bien on remarquera exactement l'endroit de ſa diviſion ou le cheveu du perpendicule eſt arreſté, lorſque l'inſtrument marque le niveau apparent par le point de viſée H, afin de le pouvoir remettre dans la même poſition toutes les fois que l'on obſervera.

Si les diſtances AC & AB étoient chacune plus grandes, ou moindres que 150 toiſes, il faudroit avoir égard au hauſſement du niveau apparent par deſſus le vray, lequel conviendroit au double de cette diſtance, qui eſt CB, pour marquer le point H où doit pointer la ligne de viſée.

Cette maniere de rectifier le niveau, eſt à ce qui me ſemble, la plus ſimple, & la plus commode de toutes pour la pratique.

Avertiſſement.

Il eſt d'une tres-grande importance non ſeulement dans les operations que l'on fait pour la correction du niveau, mais auſſi dans tous les nivellemens, que le cheveu du perpendicule ne ſe tienne pas trop collé ſur la lame de leton, qui ſoutient la platine ou le clou d'argent, & qu'il n'en ſoit pas auſſi trop éloigné; mais que l'effleurant librement, il batte legerement ſur ce point, ce

Kk 2 qui

qui étant bien executé, & la longueur du perpendicule étant d'environ quatre pieds, on poura repondre de deux pouces sur une distance de 1000 toises, laquelle demande 11. pouces de correction pour le haussement du niveau apparent par dessus le vray, d'où l'on peut juger de quelle utilité sont les pinnules à lunette dans ces sortes d'instrumens.

Enfin pour ne rien obmettre de ce qui peut être utile à l'observateur, on l'avertit encore icy, que le jalon ou bâton dont on se sert pour tenir la marque, ou carton à la hauteur du point de visée, est composé de trois ou quatre bâtons chacun de 6. pieds de long, qui peuvent s'assembler l'un au bout de l'autre suivant les hauteurs des nivellemens qu'on veut faire; mais il y en a un qui est divisé par pouces dans toute sa longueur, & dont chaque pied a une marque particuliere pour le distinguer des pouces, celuy qui est ainsi divisé pose toûjours à terre & on ne l'assemble point avec les autres qui portent le carton à leur extremité, en sorte que l'on peut les élever au long de celuy qui est divisé, & connoître facilement de combien ils sont élevés au dessus de la marque qui est à terre.

Pour la marque ou carton qui sert de point de visée, & que l'on met au bout de l'un des bâtons, il suffit de prendre deux cartes à joüer que l'on cout l'une sur l'autre, ensorte que l'on peut les enfiler dans le bout des bâtons; on en fait une noire, & on laisse l'autre blanche, ce qui est d'une grande commodité pour l'appercevoir de loin suivant les differens objets contre lesquels elle paroît, par exemple la carte blanche ne paroîtra pas bien clairement lorsqu'elle sera opposée au Ciel, à moins qu'elle ne soit éclairée du Soleil, aucontraire la noire se verra fort bien; mais aussi la noire ne paroîtra pas si on la voit à l'opposite des arbres où la blanche paroîtra fort distinctement.

On doit avoir un soin particulier que les bâtons soient tenus bien droits & à plomb, & pour en être assuré, il faudra que celuy qui les tient aprés les avoir mis à la hauteur qu'on luy aura mar-

marquée ne les abbaisse point qu'aprés les avoir ébranlés plusieurs fois en divers sens, pendant que celuy qui est à l'instrument prendra garde si dans ce mouvement le bord d'enhaut de la carte, dont on se sert de point de visée, ne paroîtra point plus haut que la croisée des filets de la lunette.

Il arrive souvent que la distance entre les stations que l'on nivelle est si grande, que l'on ne peut pas s'entendre aisement; c'est pourquoy il faudra convenir de quelques signes que l'on poura faire avec le chapeau, soit pour faire hausser ou baisser la carte, soit pour la faire tourner du blanc au noir, ou aucontraire, soit enfin pour faire sçavoir que tout est bien, & que l'operation est achevée.

Description d'un autre Niveau de l'invention de M. Huguens de l'Academie Royale des Sciences.

LA Principale partie de cet instrument est une Lunette d'approche, AB, d'un ou de deux pieds ou davantange, selon qu'on veut qu'elle fasse plus d'effet. Elle est de deux ou de quatre verres convexes, à la maniere ordinaire & assez connuë, les deux faisant voir les objets renversez, & les quatre les remettant droits. Son tuyau est de leton ou autre metail de forme cylindrique, & passe dans une virole C, qui l'enferme par le milieu, où elle est soudée. Pl. X. Fig 3.

Cette virole a deux branches plattes pareilles D & E, l'une en haut & l'autre en bas, chacune d'environ le quart de la longueur de la Lunette; de sorte que le tout fait une maniere de croix. Au bout de ces branches sont attachez des filets doubles, passez dans de petits anneaux, & puis serrez entre des pinces. L'une des dents de ces pinces est attachée au bout de sa branche fixement & l'autre l'est de maniere qu'elle se puisse ouvrir. Par l'un de ces anneaux on suspend la croix au crochet F, & par en bas on attache à l'autre anneau suivant ce qui sera dit, un poids qui égale

environ la pesanteur de la croix, & qui est enfermé dans la Boëte G, dont il ne sort que son crochet. Ce qui reste d'espace dans cette Boëte est rempli de quelque huile comme de Noix ou de Lin, ou autre qui ne se fige point, par où les balancemens du poids & de la Lunette s'arrestent promptement. Au dedans de la Lunette il y a un fil de soye tendu horizontalement au foyer du verre objectif, soit qu'il y ait un ou trois oculaires. Ce fil se peut hausser & baisser par le moyen d'une vis, que l'on tourne à travers le trou H, percé dans le tuyau de la Lunette. La maniere d'ajuster ce fil sera expliquée cy-aprés. I est une virole fort legere, ne pesant que $\frac{1}{10}$ ou $\frac{1}{100}$ de la croix, qui s'arreste à tel endroit du tuyau de la Lunette que l'on veut, & outre celle-cy, si la croix n'est pas bien pres en equilibre, l'on met quelqu'autre virole en dedans de la Lunette d'un poids suffisant pour faire cet equilibre, c'est à dire que le tuyau de la Lunette soit parallele à l'horizon, en quoy pourtant il n'est pas requis une fort grande justesse. Une croix de bois platte sert à suspendre la machine, ayant pour cela en haut le crochet F, & à l'un de ses bras la fourchette R, qui empêche le trop de mouvement lateral de la Lunette, ne luy laissant qu'une demy ligne de jeu. La Boëte qui contient le plomb & l'huile, tient à la même croix, étant enfermée par les côtez & par le fonds. Et pour couvrir le niveau contre le vent, l'on applique contre la croix platte de bois, une croix creuse *L*, qu'on y attache avec deux ou 3 crochets, de sorte que le tout fait alors une Boëte entiere.

Pour ajuster ou rectifier ce niveau, on le suspend par l'une des deux branches, sans y attacher le plomb par en bas, & l'on vise à quelque objet éloigné; remarquant l'endroit où donne le fil horizontal, que l'on voit distinctement aussi bien que l'objet. Puis on adjoute le plomb, l'accrochant dans l'anneau d'en bas; & si alors le fil horizontal répond à la même marque de l'objet, l'on est asseuré que le centre de gravité de la croix est precisément dans la ligne droite qui joint les deux points de suspension; sçavoir où les

les deux filets sont attachez aux branches, qui est la premiere preparation necessaire. Mais si cela ne se trouve point on en vient à bout facilement par le moyen de la virole I, en observant que si la Lunette baisse lors que le poids est attaché, il faut avancer la virole vers le verre objectif, & la retirer au contraire si la Lunette hausse aprés avoir attaché le poids.

L'ayant ainsi reduite à viser au même point sans plomb & avec le plomb, on la retourne sans dessus dessous, la suspendant par la branche qui étoit en bas, & attachant le plomb par l'autre, parce qu'il fait arrêter plus viste le mouvement, & que d'ailleurs cela est avantageux pour ce qui reste à faire.

Que si alors le fil, qui est dans la Lunette donne au même point de l'objet que devant, l'on est asseuré que ce point est precisément dans le Plan horizontal du centre du tuyau de la Lunette, comme l'on verra par la demonstration. Mais si le fil ne vise pas au même point, on l'y reduira en le haussant ou baissant par le moyen de la vis qui est pour cela en observant de la hausser s'il hausse, & de le baisser s'il baisse, & en renversant la Lunette à chaque correction.

Aprés cela l'Instrument sera parfaitement rectifié; sans qu'il impote (ce qui est fort considerable) que le verre objectif ny les oculaires soient bien centrez, ny rangez exactement en ligne droite: & l'on s'en servira ensuite avec seureté, pourvû qu'il n'y arrive point de changement, car le fil horizontal marquera par tout où l'on visera l'endroit de l'objet qui est dans le Plan horizontal du centre de la Lunette. Mais quand il y seroit arrivé quelque changement, on peut le sçavoir à chaque observation que l'on fait, en visant premierement avec le plomb attaché, puis sans le plomb, & puis en renversant la Lunette. Et c'est en quoy consiste le principal avantage que ce Niveau a par dessus les autres, parce qu'il empesche qu'on ne puisse être trompé en s'en servant.

Le pied pour supporter la machine est une placque ronde de fer ou de leton, un peu concave, à laquelle sont attachez, en

char-

charniere, trois bâtons d'environ trois pieds & demy. La Boete posant sur cette plaque en trois points se peut tourner du côté que l'on veut, & la concavité spherique donne moyen de la dresser avec facilité jusqu'à ce que le plomb ait son mouvement libre dans sa Boete, ce que l'on voit à travers l'ouverture M, faite au couvercle de bois. La pesanteur de ce plomb sert à tenir la Boete ferme sur le pied. Mais on peut aisément l'assurer encore davantage, si l'on veut, en faisant un trou au milieu de la placque creuse.

Au lieu d'enfermer dans la Boëte G tout le poids, on peut y en mettre un tiers ou un quart seulement, & attacher le reste à la même queuë de fer, mais hors de la Boëte. L'on observera alors premierement avec le seul poids leger, qui pend dans la Boëte: puis avec l'autre ajoûté par dessus, & en ajustant le fil horizontal, on les y laissera tous deux. Parce moyen les balancemens de la Lunette s'arréteront promptement à toutes les observations qu'on fait pour la rectification; au lieu que n'attachant point de poids du tout dans quelques-unes, ce mouvement cesse plus difficilement.

Le crochet F, auquel le niveau est suspendu, peut être simplement attaché à la croix platte de bois; mais icy il est representé attaché à une virole qui se hausse & baisse par le moyen d'une vis qui tient à l'anneau par lequel on porte la machine. L'avantage qui se trouve en cela est qu'en la transportant, on peut relâcher les filets de la croix, en la faisant descendre jusque sur la fourchette K & sur le petit bras courbé R, & cela sans ouvrir l'estuy de bois.

Pour empêcher que l'huile de la Boëte G ne puisse se répandre lors qu'on porte le niveau en voyage, l'on peut boucher le trou de cette Boëte par le poids même qu'elle enferme. On fera pour cela que ce poids soit bien plat par dessus, & on l'attirera contre le couvercle de la Boëte par le moyen d'une virole à écrouë S.

Le

Le tuyau N represente en grand celuy qui au dedans de la Lunette porte le fil horizontal. Il contient un ressort O P, qui est attaché à la fourchette Q. à laquelle le fil de soye tient avec de la cire. Ce ressort tire la fourchette contre le morceau de leton T, dans lequel entre la vis qui répond au trou H de la Lunette. Par lequel trou l'on peut aussi tourner un peu le tuyau N pour faire que le fil devienne exactement horizontal, dont on juge en regardant par la Lunette.

Description d'un autre Niveau de l'invention de M. Romer de l'Academie Royale des Sciences.

La figure de la Boete est en forme d'Equierre, comme elle est representée par les lettres A B C. Pl. X. Fig. 4.

La partie A B sert du tuyau de lunette, elle est ouverte vers l'extremité B pour mettre le verre objectif, & à l'extremité A est soudé & attaché un faux canon, qui porte celuy de l'oculaire. La partie C de la boëte est plus grosse que le reste pour pouvoir contenir le plomb, qui gouverne le Niveau, & qui doit avoir un peu de jeu pour pouvoir faire quelques vibrations.

Au dedans du tuyau à l'endroit marqué P, il y a un chassis qui porte un filet de ver à soye posé horizontalement.

Aux endroits marqués D aux deux côtés de la boëte par dedans sont attachées deux pieces, comme la figure N en represente une, lesquelles servent à porter les pivots du plomb.

La 2. figure represente la maniere dont le plomb avec ses pivots sont attachés à la fourchette qui porte le second filet horizontal:

H H sont les pivots du plomb faits en forme de prisme, & tranchants par dessous pour avoir moins de frottement.

I K est la branche de fer a laquelle le plomb est fermement attaché par le bas.

I L est une verge de fer, qui est attachée à la verge I K au point I, ensorte qu'elles ne peuvent se remuer l'une sans l'autre.

GG eſt la fourchette qui eſt attachée à l'extrémité de la verge IL.

M eſt un filet de ver à ſoye appliqué ſur la fourchette aux endroits GG, & placé horizontalement.

Il faut que la verge IL ſoit de telle longueur que le filet M ſoit poſé le plus proche qu'il ſera poſſible du filet qui eſt dans le chaſſis P, enſorte qu'on puiſſe les voir tous deux enſemble tres diſtinctement, comme s'il n'y en avoit qu'un ſeul.

Aux endroits marqués R, la boëte à deux trous taraudés, qui repondent à deux autres trous, qui ſont faits dans la partie d'embas de la branche de fer à laquelle le plomb eſt attaché, mais ces trous ſont un peu plus bas que ceux de la boëte, enſorte que lors qu'on fait entrer par les trous de la boëte deux vis pointuës, elles puiſſent élever les pivots hors de deſſus leurs appuis, afin que dans le tranſport de l'inſtrument ils ne puiſſent pas s'uſer & s'émouſſer. On peut faire ces trous aux deux autres côtés de la boëte ſi l'on veut.

Maniere de ſe ſervir de ce Niveau, & de le rectifier.

On ne ſe ſert point ordinairement de pied pour ſoutenir ce Niveau, on l'appuïe ſeulement contre le coin d'une muraille, ou contre un arbre en le tenant ferme avec les deux mains, en ſorte que le plomb ſoit en liberté de balancer ſur ſes pivots, & on éleve doucement le tuyau de la lunette tant que l'on voye le filet M de la fourchette G joint avec le filet du chaſſis P, & l'objet repreſenté ſur les filets donne le point de viſée.

On le peut rectifier comme on a fait le premier niveau par le moyen de deux nivellemens reciproques, ou bien par le moyen de deux nivellemens faits d'une même ſtation à deux points également éloignés d'un côté, & d'autre ; car par ces operations ayant determiné un point de niveau apparent, à l'égard d'un autre point, on courbera doucement la verge IL tant que les filets joints enſemble viſent au point que l'on a determiné, le niveau étant

étant posé à l'autre point: mais lors que la difference est trop grande, & qu'il faudroit par trop ployer la verge, qui soutient la fourchette, il sera plus à propos de changer le filet de place.

Toute la justesse de ce niveau depend de la suspension des pivots: mais comme il n'est pas possible de la faire aussi delicate qu'il seroit necessaire pour avoir une grande justesse, on ne fait seulement la lunette à deux verres que d'un pied, ou 15 pouces de long, & la longueur du plomb de 8 ou 9 pouces. Ce niveau est fort bon pour niveller des points qui ne sont pas fort éloignés, & lors qu'il est une fois rectifié, il n'est pas sujet à changer en le portant en voyage.

On a inventé plusieurs autres niveaux dont on auroit souhaitté de donner icy les descriptions; mais comme ils sont assez connus par celles que les inventeurs mêmes en ont publiées, & que d'ailleurs la plus part ne pourroient pas servir à des nivellemens un peu éloignés, qui est le principal dessein de cet ouvrage, on a crû qu'il n'estoit pas à propos d'en parler.

Description d'un autre Niveau mis en pratique par M. de la Hire de l'Academie des Sciences.

Ce Niveau tire toute sa justesse de la superficie de l'eau, que nous supposons également éloignée du centre de la Terre, & il ne consiste que dans la maniere de faire nager sur l'eau une Lunette d'approche qui luy sert de pinnulles comme aux autres Niveaux. PL. X. Fig. 5.

Dans la cinquieme figure A R C, B D T, sont deux vases quarrés de bois ou de fer blanc larges de 4 pouces $\frac{1}{2}$ environ, & hauts de 8 pouces.

Le tuyau C D sert de communication à ces deux vases afin que l'eau puisse passer aisement de l'un dans l'autre, il doit avoir au moins un demi-pouce de diamettre, & de longueur environ 2 pieds $\frac{1}{2}$.

Le tuyau A B eſt attaché au haut des deux vaſes quarrés & ſert de tuyau de lunette.

Le vaſe A R C eſt percé en R vis-à-vis le tuyau A B, pour attacher en cet endroit un faux canon qui porte celuy du verre oculaire: que l'on peut éloigner ou approcher ſuivant la neceſſité.

L'autre vaſe T B D eſt auſſi percé dans ſa partie T vis-à-vis le tuyau A B pour faire l'ouverture de la lunette.

On attache un petit plomb au milieu du tuyau A B, qui en battant ſur une marque faite au tuyau C D, fait voir quand les deux vaſes ſont à peu-prés de niveau pour y pouvoir mettre l'eau à même hauteur.

On doit mettre ſur les deux vaſes une legere couverture que l'on puiſſe ôter facilement, elle ſert pour empêcher la lumiere de donner ſur le verre objectif, & ſur les filets, afin que la Lunette faſſe plus d'effet.

Il y a encore aux deux côtés de chaque vaſe deux petites lames de leton ou de fer blanc dont nous ferons la deſcriptions en parlant de leur uſage.

Fig. 6. La ſixiéme figure repreſente une des deux boëtes qui portent les pinules pour les faire nager ſur l'eau, elles doivent être faites de leton fort mince pour pouvoir nager plus facilement, & ne s'enfoncer qu'autant qu'il ſera neceſſaire par le moyen du poids que l'on enferme audedans.

Le corps de ces boëtes eſt cylindrique de 2 pouces ½ de hauteur environ, qui doit être auſſi la grandeur du diametre de ſon Cylindre, il doit être bien fermé d'un couvercle par deſſus, & au deſſous il y a un chapiteau d'un pouce de hauteur vers ſa pointe E.

Le tuyau F G eſt ſoudé au deſſus de la boëte, il a de hauteur 2 pouces & de largeur 1 pouce; la partie ſuperieure de ce tuyau eſt ouverte des deux côtés juſques à la hauteur d'un pouce, & dans chaque partie qui reſte audedans de l'ouverture, on y attache une petite couliſſe qui ſert à porter le chaſſis de la pinulle, qui

qui ne doit y entrer que jusques à une certaine profondeur où il doit être arresté.

L M est un fil de leton presqu'aussi long que la largeur du vase, & qui passe dans le milieu de ce tuyau un peu audessous de la pinulle, Ce fil sert à entretenir la boëte & la pinulle lorsquelle nage sur l'eau, en sorte qu'elle presente toûjours son ouverture à celle du tuyau de la lunette A B, il glisse entre deux petites aîles ou lames de fer blanc ou leton qui sont attachées aux deux côtés de chaque boëte, & qui sont aussi longues, & aussi proches l'une de l'autre qu'il est necessaire pour empêcher que le fil de leton, qui tient au tuyau F G, ne vacille par trop d'un côté & d'autre.

Il y a une ouverture au couvercle des boëtes audedans du tuyau F G pour y pouvoir mettre dedans une balle de plomb, ou un peu de mercure, ce qui empesche que les boëtes en flottant sur l'eau ne puissent pancher d'un côté, ou d'autre, & la quantité du mercure, ou la balle de plomb doit être assés pesante pour faire enfoncer la boëte dans l'eau jusques à l'endroit du tuyau marqué I K, qui est demi-pouce environ audessus du couvercle de la boëte; on doit refermer ensuite la boëte avec une petite platine de leton fort mince que l'on attache bien tout autour avec de la cire molle.

Ces deux boëtes doivent être d'une figure fort égale dans toutes leurs parties, & lorsqu'elles sont chargées des pinulles, & du plomb, ou du mercure elles doivent aussi peser également.

La 7. figure represente la pinulle qui porte la croisée des filets. Fig. 7.

La 8. figure est celle qui porte le verre objectif. Fig. 8.

Chacune de ces pinulles est un petit chassis, qui entre dans les coulisses qui sont aux deux côtés de la partie superieure du tuyau F G.

On met dans les vases A R C, B D T autant d'eau qu'il est necessaire pour faire élever les boëtes qui portent les pinulles, en-

ſorte qu'elles repondent à l'ouverture du Canon A B.

Maniere de rectifier ce Niveau.

On poura rectifier ce Niveau par l'une des deux manieres qui ſont propoſées cy-devant; par exemple, en ſe ſervant de la ſeconde maniere on marquera aux deux extremités de la ligne que l'on a meſurée de 300 toiſes, les hauteurs des points de viſée, l'inſtrument étant au milieu, & par ce moyen l'on determinera l'endroit ou l'inſtrument doit viſer lors qu'il ſera poſé à l'une des deux extremités de cette ligne; & l'on poura élever ou abbaiſſer au long des couliſſes l'un des deux chaſſis qui ſervent de pinulles, ou bien en lever l'un, & baiſſer l'autre tant qu'il ſera neceſſaire pour viſer au point déterminé, & lors qu'ils ſeront bien poſés on les poura arreſter en cette ſituation en mettant par deſſus & par deſſous de la cire blanche ou jaune un peu amolie.

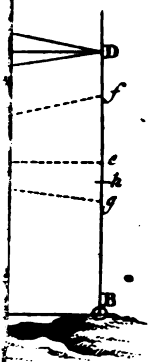
Si la correction qu'il faut faire n'eſt pas conſiderable, il n'y aura qu'à abbaiſſer ou élever un peu le filet horizontal qui eſt ſur la pinulle, & les laiſſer dans l'endroit où elles doivent être poſées.

Autre maniere de rectifier ce Niveau ſans changer de ſtation.

Cette maniere de rectification demande que les pinulles ſoyent égales tant dans leur hauteur & leur largeur, que dans leur peſanteur, afin de les pouvoir mettre dans les couliſſes de haut en bas, & de les pouvoir changer d'une boëte à l'autre, ſans que dans ce changement les boëtes ſur leſquelles on les met enfoncent plus ou moins dans l'eau.

En donnant d'abord un coup de niveau on remarquera exactement l'objet où viſe la croiſée des filets, & ayant renverſé le chaſſis qui porte le verre objectif dans ſa couliſſe, l'on obſervera ſi elle viſe encore au même endroit où elle viſoit auparavant le renverſe-

PL. X.



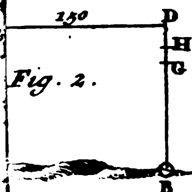


Fig. 2.

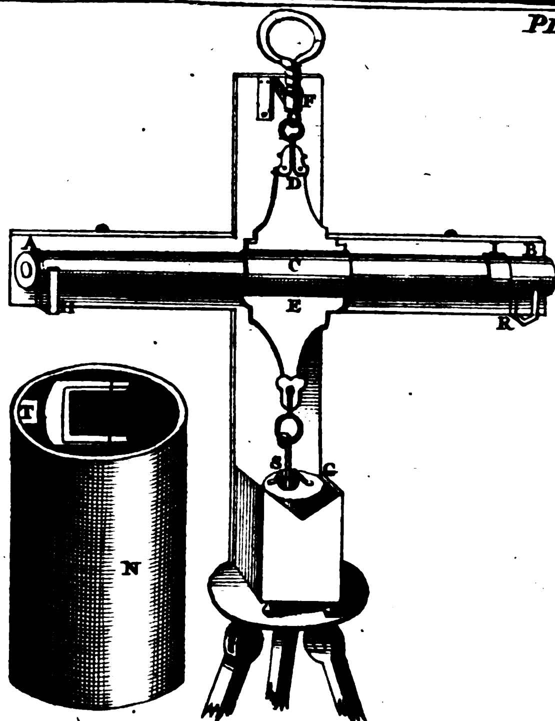
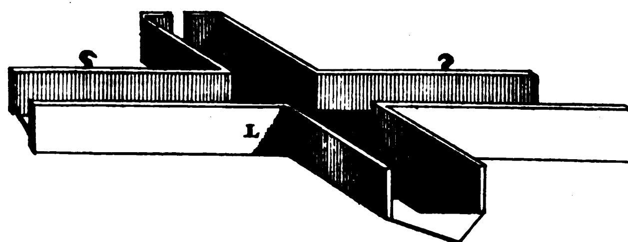
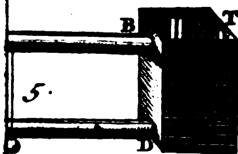


Fig. 3.





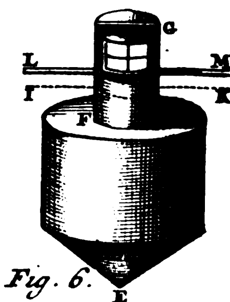


Fig. 6.

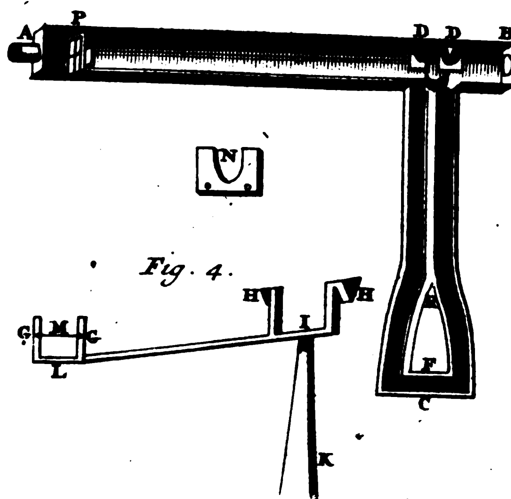


Fig. 4.

Picard.

verſement: car ſi elle donne dans le même point, c'eſt une marque aſſeurée que le centre de la double convexité du verre eſt dans le milieu de la hauteur de ſon chaſſis; s'il n'y eſt pas il faudra tourner le verre dans ſon chaſſis ou bien l'y élever ou abbaiſſer tant qu'il s'y rencontre en reïterant l'operation. Il faudra faire la même choſe pour l'autre chaſſis ou pinulle qui porte les filets; car ſi l'objet repreſenté ſur leur croiſée s'y trouve dans la premiere & dans la ſeconde poſition renverſée, il eſt évident que cette croiſée ſera au milieu de ſon chaſſis, & ſi elle n'y eſt pas on élevera ou abbaiſſera le filet horizontal tant qu'elle y ſoit placée.

Par ces deux operations on eſt aſſeuré que la lunette eſt centrée de telle ſorte, que la ligne qui và de la croiſée des filets au milieu de la hauteur de la pinulle du verre objectif, demeure toûjours dans le même plan qui paſſe par le filet horiſontal de la lunette, dans chaque poſition; mais il faut connoître encore ſi ce plan eſt parallele à la ſuperficie de l'eau que nous poſons être de niveau.

Ayant obſervé le point de viſée où donne la lunette on changera les chaſſis qui portent les pinulles d'une boëte à l'autre, & par conſequent les boëtes ſeront auſſi changées d'un vaſe dans l'autre, alors ſi la lunette donne encore le même point de viſée qu'elle marquoit auparavant, le niveau ſera entierrement rectifié; mais ſi elle donne trop haut ou trop bas, il faudra élever ou abaiſſer l'endroit ſur lequel les chaſſis portent, tant que la lunette viſe au point, qui eſt au milieu des deux points de viſée que l'on aura trouvés, ce que l'on poura encore verifier en repetant le changement des pinnulles, & des boëtes dans les vaſes par pluſieurs fois.

On pouroit ſe ſervir d'un petit fil d'argent, dont on prendroit la partie ſuperieure ou inferieure, pour determiner les points de viſée au lieu du filet de ver à ſoye, qui ſe pouroit relaſcher à cauſe de l'eau des vaſes qui en eſt fort proche.

Les boëtes qui portent les pinnulles ont été faites égales en figure,

gure, & en peſanteur, afin qu'elles puiſſent s'élever, ou s'abbaiſſer également lorſque l'eau ſe condenſe ou ſe rareſie.

On doit remarquer que ce niveau determine le niveau apparent à l'égard du point qui eſt au milieu des deux pinnulles, mais la croiſée des filets en eſt ſi proche que l'on peut prendre les meſures à ce point comme s'il étoit entre les deux pinnulles, ſans que cela puiſſe apporter aucune erreur ſenſible dans les hauteurs des nivellemens.

Ce niveau ſe peut tranſporter aiſement en conſervant les boëtes & les pinnulles dans un étuy, ſans qu'il ſoit beſoin de le rectifier toutes les fois que l'on s'en ſervira, & même en le portant d'un lieu à un autre en nivelant, il ne faudra jamais laiſſer les pinnulles dans les vaſes où eſt l'eau, de crainte que dans l'ébranlement du chemin il n'entre quelque goute d'eau dans les tuyaux qui porte les pinnulles, ce qui feroit que les boëtes entreroient davantage dans l'eau étant alors plus peſantes.

On poura donner à cet inſtrument quel pied on jugera le plus à propos, ou en le poſant ſur un petit banc pour l'élever un peu de terre, ou en l'attachant contre une planche & la poſant ſur le bas du chevalet, ou enfin en ajoutant trois ou quatre bouts de tuyaux à charnieres aux deux boëtes pour y ficher des bâtons de quelle grandeur on voudra, qui luy ſerviront de pied, comme on fait ordinairement aux demi-cercles dont on ſe ſert en campagne pour lever des plans.

CHA-

CHAPITRE III.

De la Pratique du Nivellement.

IL reste maintenant à parler de la Pratique du nivellement, lequel est ou simple & immediat d'un point à un autre; ou bien composé de plusieurs nivellemens simples & liés ensemble comme nous expliquerons dans la suite.

Aprés ce qui a été dit à la fin du premier chapitre, on ne croit pas qu'il reste beaucoup de difficulté touchant le nivellement simple, où il s'agit d'établir par quelque moyen que ce soit la ligne du vray niveau, dont les deux extremités servent à trouver la difference du vray niveau entre les deux points proposés à niveller, que nous appellerons *les Termes du Nivellement.*

Les points B D sont les termes du nivellement. Pl. XI. Fig. 1.2.3.

Les extremités G H de la ligne G H sont deux points dans le vray niveau aux stations B D, c'est à dire audessus ou audessous des termes du nivellement.

Par l'un des termes D soit mené DE parallele à GH jusqu'au point E à la station de l'autre terme: Il est évident que les points D & E seront aussi dans le vray niveau.

Maintenant si la ligne GH que l'on a établie dans le vray niveau passe entre les termes, comme dans la premiere figure, ou GH est audessus de B, & audessous de D, la somme des lignes BG, DH, qui sont les distances entre les termes du nivellement & les extremités de la ligne GH, sera la difference du niveau des termes proposés, ce qui est évident, car la ligne BE, qui est cette même difference de niveau est égale à BG, & à DH ensemble, car GE & DH sont égales, à cause des paralleles GH, ED.

Mais si les termes B D sont tous deux audessus, ou audessous de la ligne GH, comme dans les 2. & 3. figures, la difference

Mm des

des diſtances BG, DH entre les termes, & la ligne GH, ſera la difference des termes propoſés à niveler; car la ligne BE, qui eſt cette difference, eſt égale à la difference des lignes BG, DH; où l'on doit remarquer que ſi la ligne du niveau GH eſt audeſſous des termes, ſi DH eſt plus grande que BG le terme D ſera plus élevé que le terme B, comme dans la deuxiéme figure; mais aucontraire, ſi la ligne du niveau GH eſt audeſſus des termes, & que BG ſoit plus grande que DH, le terme B ſera plus bas que le terme D, comme dans la 3e figure.

Il arrive quelque fois que la ligne du niveau paſſe par l'un des termes, & donne tout d'un coup leur difference de niveau, ſans qu'il ſoit beſoin d'addition, ou de ſouſtraction.

Nous avons déja expliqué dans le premier Chapitre, que le nivellement ſimple n'a pas beſoin de preuve, ny de correction, lorſque l'inſtrument a été placé au milieu, ou a égale diſtance des termes à niveler: mais lorſqu'il eſt placé dans un des termes, & que l'on eſt pas aſſuré de ſa juſteſſe, ou bien quand on en ſeroit aſſeuré, ſi l'on veut éviter la peine de meſurer la diſtance entre les termes, ſans laquelle on ne peut pas ſçavoir au juſte quelle doit être la correction pour le hauſſement du niveau apparent par deſſus le vray, ou enfin lorſque l'on craint la refraction, il faut ſe ſervir du nivellement reciproque pour trouver immediatement la veritable difference de niveau entre les deux termes propoſés; dont voicy les regles.

1. *Regle.*

Au nivellement reciproque, ſi de l'une des ſtations le terme nivelé paroît autant au-deſſous, que dans l'autre nivellement, l'autre terme nivellé paroît au deſſus, c'eſt une marque aſſeurée que chacun des deux nivellemens reciproques ſera juſte: mais ſi l'un des deux termes paroît plus, ou moins bas par le ſecond nivellement, que l'autre terme n'avoit été trouvé haut par le premier, la

la moitié de la ſomme de ce que l'on aura conclu, tant d'élevation, que d'abbaiſſement, ſera la juſte difference requiſe du niveau des deux termes propoſés, dont l'un ſera plus bas, ou plus élévé que l'autre.

Exemple. Si par le premier nivellement l'un des termes a paru haut de ſix pieds, & que par le ſecond nivellement l'autre terme paroiſſe bas de 8 pieds, 8 & 6 ſont 14 dont la moitié 7 eſt la veritable difference requiſe entre les termes propoſés à niveller.

2. *Regle*.

Si par les deux nivellemens les termes paroiſſent tous deux également hauts, ou également bas, ils ſont effectivement de niveau entr'eux: mais ſi l'un des deux eſt plus élevé, ou plus bas que l'autre, & qu'ils paroiſſent pourtant tout deux plus hauts, ou plus bas, il faudra prendre la difference des deux hauteurs, ou des deux abbaiſſemens dont la moitié ſera la veritable hauteur, dont celuy, qui a paru le plus haut des deux, ſoit qu'ils paruſſent tous deux hauts, ou tous deux bas, eſt effectivement plus haut que l'autre.

Exemple. Si par le premier nivellement un des termes a paru haut de 6 pieds, & que par le ſecond nivellement reciproque l'autre terme paroiſſe auſſi haut, mais de 8 pieds, la difference de ces deux hauteurs eſt 2 pieds dont la moitié, qui eſt un pied, eſt la veritable hauteur de celuy qui avoit paru haut de 8 pieds, dont il ſurpaſſe l'autre.

Demonſtration des deux Regles precedentes.

Les points B & D ſont les termes du nivellement, que l'on a propoſés, leurs differences de niveau reciproques, mais apparentes ſeulement, ſont DC & BE; car les lignes de viſée ſont BC, & DE: ſi l'on coupe en deux également DC en H, & BE en G, Pl. XI. Fig. 4. 5. 6.

G, les points GH seront de niveau entr'eux, par ce qui a été demontré au premier Chapitre; ayant donc mené BI parallele à GH, on aura DI pour la veritable difference du niveau des termes B, D.

Il est évident que lorsqu'un des termes sera au dessus de GH, & l'autre au dessous (comme dans la cinquieme figure, qui est pour la premiere Regle) DI sera composée de DH moitié de DC, & de HI, ou GB moitié de BE, & par consequent DI sera égale à la moitié de la somme de DC & BE.

Mais si les termes B, D sont tous deux au dessous, ou bien tous deux au dessus de GH; (comme dans les 6^e^ & 7^e^ fig.) alors DI sera égale à la moitié de DC moins la moitié de BE; ce qui revient à la même chose que de prendre la moitié de la difference des entiers CD, BE, comme l'on a fait dans la seconde regle cy-dessus.

L'on ne parle point de la refraction; car on la suppose égale de part & d'autre dans chacun des nivellemens reciproques comme l'on a dit au premier Chapitre.

Pour ce qui est du nivellement composé de plusieurs nivellemens simples, il faut que la liaison en soit telle, que deux nivellemens simples consecutifs ayent toûjours un même terme du nivellement, qui leur soit commun.

Exemple.

Pl. XI. Fig. 8. A & F sont deux termes extremes qui sont proposées à niveller: mais on est obligé par quelques empêchemens de faire ce nivellement en plusieurs operations, par le moyen des autres termes B, C, D, E pris entre deux à volonté suivant la commodité des lieux, chacun desquels est commun à deux nivellemens, comme par exemple B est commun à BH hauteur de GH, & à BI hauteur de IK, & ainsi des autres.

Or la maniere la plus seure dans la suite des nivellemens, est de

de garder toûjours, autant qu'il est possible, une marche alternative entre l'instrument, & les bâtons où est attaché la carte qui sert de point de visée, j'entens que si au premier coup de niveau le bâton est demeuré derriere, & que l'instrument ait été porté devant, l'instrument demeurera à la même place, & le bâton prendra le devant pour le second nivellement ; & ainsi toûjours de suite par stations, qui soient de deux en deux en distances à peu prés égales ; je dis à peu prés, ce qui sera assés juste soit par la simple estimation, soit par le moyen de la lunette dans laquelle un même objet occupe certaine partie de l'ouverture plus, ou moins grande, à proportion qu'il est plus, ou moins éloigné.

Mais parce que l'on ne poura toûjours garder la marche alternative entre l'instrument & les bâtons, on aura soin de recompenser en-arrierre les coups qui auront été faits en avant ; j'entens que si, par exemple les bâtons ont marché devant deux fois de suite, ils demeureront aussi derriere autant de fois ; & il faudra se souvenir que pour recompenser un grand coup de niveau, il en faut quatre moindres, dont chacun soit égal à la moitié du grand, d'autant que pour demi-distance il n'y a que le quart de haussement du niveau apparent, suivant la raison des quarrés. L'on suppose toûjours que l'instrument soit juste, parce qu'autrement il en faudroit considerer l'erreur, laquelle seroit en raison des distances.

Il arrive souvent qu'il faut niveler deux points qui sont au pied d'une montagne l'un d'un côté, & l'autre de l'autre, ensorte que la montagne est entre deux ; en ce cas on est obligé de faire plusieurs coups de niveau toûjours en montant d'un côté, & en descendant de l'autre ; & souvent la commodité des lieux ne permet pas, que les coups de niveau que l'on donne en descendant soient égaux aux premiers que l'on a faits en montant, parce que le terrein en determine ordinairement la longueur ; & comme il est toûjours bon, de les faire les plus longs qu'il sera possible, afin que la somme des nivellemens soit moins sujette à erreur, il sera plus à propos de mesurer la distance entre les nivellemens pour leur

donner à chacun la correction qui leur convient: il n'est pas necessaire que cette mesure soit si exacte, car elle ne sert que pour avoir la correction du niveau apparent par dessus le vray, laquelle ne change pas sensiblement pour un peu de difference. On suppose toûjours dans toutes ces operations que l'instrument est bien rectifié.

Les choses étant ainsi soigneusement executées, il n'y aura rien à craindre pour la justesse du nivellement, pourveuque dailleurs l'instrument étant bien gouverné, on tienne un compte fort exact des hauteurs des lignes du nivellement, comme AG, BH, BI, & le reste.

La pratique ordinaire pour tenir registre des observations, est d'écrire aprés chaque coup de niveau particulier, ce qui en resulte; & de faire deux colomnes, l'une que l'on appelle des montans & l'autre des descendens: mais sans s'embarasser en chemin d'aucun calcul, on peut écrire entierement les observations, en telle maniere, qu'il est facile d'en faire ensuite le calcul tout à loisir.

Pour cet effet sans faire aucune distinction entre les bâtons, & l'instrument, considerant chaque ligne du nivellement comme soutenuë par les deux bouts, on tient compte de deux hauteurs, l'une premiere que l'on écrit à la gauche, & l'autre seconde que l'on écrit à la droite vis à vis la premiere, il y aura donc une colomne de toutes les hauteurs, que l'on appelle premieres, & une autre de toutes celles que l'on appelle secondes, selon l'ordre de la marche du nivellement.

Exemple.

Supposé que l'on ait commencé par A. On écrit dans la premiere colomne la hauteur AG, & à côte dans la seconde la hauteur BH; & ensuite on écrit encore dans la premiere la hauteur BI, & dans la seconde la hauteur CK; & de même dans la premiere

mier la hauteur CL, & dans la feconde la hauteur DM; & ainsi de fuite; ce qui reprefentera diftinctement tous les nivellemens; & s'il arrive que la ligne du nivellement manque de hauteur par un bout, comme NE dans la mefme figure on marque un zero dans la colomne à la place de la hauteur de la ligne NE par fon extremité E, afin de conferver la diftinction de tous les nivellemens.

Enfin s'il arrive que la ligne du nivellement manque non feulement de hauteur par un bout, mais encore qu'elle foit plus baffe qu'un des termes, ou même que tous les deux, comme dans les figures 9ᵉ. & 10ᵉ. ou B, D font les termes, & GH la ligne du nivellement.

Dans le premier cas reprefenté par la neuvieme figure, lorfque la ligne du nivellement paffe au deffous du plus haut terme D comme en H, & au deffus du plus bas terme B, comme en G, on écrit zero pour la hauteur de la ligne du niveau GH au terme D, & pour la hauteur de la même ligne du niveau au terme B on ajoute DH avec BG, qui fera toute la hauteur BE, que l'on écrit pour la hauteur de la ligne du niveau au terme B, comme fi effectivement la ligne de niveau avoit été ED.

Mais au fecond cas reprefenté dans la 10ᵉ figure, lorsque les deux termes, B, D font au deffus de la ligne du nivellement, on tranfpofe les deux hauteurs BG, DH, écrivant dans la premiere colomne celle qui fuivant l'ordre du nivellement doit être dans la feconde; & reciproquement en mettant dans la feconde celle qui devoit être effectivement dans la premiere. La demonftration de cette pratique fe connoitra facilement, fi l'on fuppofe que la ligne HD foit prolongée en F, en forte que DF foit égale à BG, & ayant mené FI parallele à GH, cette ligne FI fera auffi de niveau, & on la poura confiderer comme une ligne du nivellement; mais à caufe des lignes paralleles, la figure HI eft un parallelogramme dont les côtés oppofés font égaux; c'eft pour quoy, puifque DF eft égale à BG, BI fera égale à DH, car GI &

HF

HF ſont égales ; & par le moyen de cette tranſpoſition l'operation ſe trouve reduite comme ſi effectivement la ligne FI étoit celle du nivellement, de ſorte que dans ce dernier cas on fait monter la ligne du nivellement au deſſus des deux termes, au lieu que dans le premier elle eſt ſeulement élevée autant qu'il eſt neceſſaire pour la faire paſſer par le plus haut.

Avec toutes ces precautions on reduit les operations comme ſi la ligne du nivellement n'étoit jamais au deſſous des termes du nivellement, ce qui eſt neceſſaire pour obſerver une même maniere d'écrire dans les memoires.

Les Nivellemens étant achevés, on fait deux ſommes l'une de toutes les hauteurs de la premiere colomne à gauche, & l'autre de celles de la ſeconde à droit ; & ſi la premiere ſomme eſt plus grande que la ſeconde, le dernier terme ſera plus haut que le premier de la difference des ſommes : mais ſi aucontraire la ſeconde ſomme ſe trouve plus grande que la premiere, le dernier terme ſera plus bas que le premier, de la difference des ſommes.

DEMONSTRATION.

Puiſque la ligne du nivellement, qui par les precautions que l'on a apportées, doit être icy confonduë avec la ligne du vray niveau, n'eſt jamais plus baſſe que le plus haut des deux termes de chaque nivellement particulier, ou que s'il arrive autrement, on en fait la reduction : il s'enſuit que le plus bas des deux termes de chaque nivellement, eſt toûjours du côté où la ligne du nivellement à le plus de hauteur, & qu'ainſi on peut dire qu'à chaque nivellement particulier on eſt allé en montant, lorſque la plus grande hauteur de la ligne du nivellement a été écrite dans la premiere colomne ; & qu'au contraire on eſt allé en deſcendent, lorſqu'elle a été miſe dans la ſeconde : de ſorte que ſi à chaque nivellement au lieu d'écrire les deux nombres tous entiers chacun dans ſa colomne, on avoit ſeulement retenu leur difference pour l'écri-

re

re à la place du plus grand nombre, & que voulant conserver l'ordre des nivellemens, on eut rempli d'un zero la place de l'autre nombre ; on auroit deux colomnes, qui representeroient la suite de tous les nivellemens, & dont la premiere feroit voir de combien on seroit monté & la seconde de combien on seroit descendu: de maniere que si l'on étoit plus monté que descendu ou bien ce qui est la même chose, si la somme des hauteurs de la premiere colomne étoit plus grande, que celle de la seconde, la difference des sommes seroit la hauteur du dernier terme par dessus le premier ; & au contraire si l'on étoit plus descendu que monté, le premier terme seroit plus haut que le dernier.

Si l'on écrivoit seulement les differences des hauteurs des lignes du nivellement, on ne feroit autre chose que de retrancher certains nombres, qui se trouvent également dans chaque colomne, lorsque l'on écrit tout au long, comme nous avons dit cy-devant, ce qui ne change rien à leur difference ; & l'on épargne seulement la peine de faire plusieurs soustractions ou l'on pourroit se tromper aisement dans un temps principalement où l'on est d'ailleurs assés embarassé, & occupé à faire les observations avec exactitude.

Il faut observer soigneusement dans cette methode de prendre bien garde de ne pas écrire dans la premiere colomne ce qui doit être mis dans la seconde, ny au contraire de placer dans la seconde ce qui doit être dans la premiere: c'est-pourquoy il est tres à propos, que plusieurs personnes écrivent separement les observations, & que de temps en temps ils confrontent leurs memoires ; il sera bon aussi de laisser en chemin certaines marques ou repaires, pour y avoir recours en cas de doute, ou de mecompte, & pour n'être pas obligé à refaire entierrement le travail.

S'il arrive en chemin que la ligne du nivellement donne dans le sommet de quelque toict, ou dans quelqu'endroit, qui soit facile à reconnoître de plusieurs lieux ; en ce cas ayant écrit dans la premiere colomne, la hauteur de l'instrument, on ira au delà

de ce point auſſi loin que l'on en avoit été éloigné en deçà; & ſi par hazard on trouve un endroit d'où ce même objet ſoit vû dans le niveau apparent, comme dans la premiere ſtation, on écrira dans la ſeconde colomne la hauteur de l'inſtrument pour cette ſeconde ſtation; où même ſi elle eſt égale à la premiere, on les poura ſupprimer toutes deux, & on continuera le nivellement comme auparavant: car on doit tenir pour maxime, qu'on peut ſupprimer les nombres qui ſe trouveroient également dans chaque colomne: mais ſi au cas propoſé, la ſeconde ſtation, d'où l'on voit le même objet en eſt moins éloignée que la premiere; il faudra diminuer la ſeconde hauteur de l'inſtrument de la difference des hauſſemens du niveau apparent pour la diſtance de chaque ſtation; & au contraire il faudra l'augmenter, ſi l'on ſe trouve plus éloigné.

Demonstration.

Pl. XI. Fig. 11. A ſoit le centre de la terre, C ſoit un point audeſſus de la circonference, lequel ſe trouve dans le niveau apparent des deux autres points B, D qui ſont inegalement éloignés du centre A; E eſt dans le vray niveau du point B; & F dans celuy de D; & parce que les angles ABC, ADC ſont ſuppoſés droits, il eſt évident par la 47 propoſition du premier livre des Elemens d'Euclide, que la ſomme des quarrés de AB & de BC ſera égale à la ſomme des quarrés de AD & de DC, qui ſont chacune égale au quarré de AC; d'où il s'enſuit, que ſi la ligne droite eſt plus petite que BC, AD ſera plus grande neceſſairement que AB; de ſorte que le point D, qui eſt le moins éloigné de C, ſera plus éloigné du centre de la terre A, que le point B, & par conſequent il ſera plus haut: & ſi du centre A l'on décrit les arcs de cercle BE, DF, il eſt évident, que EC eſt le hauſſement du niveau apparent par deſſus le vray à l'égard du point B, & ſemblablement FC eſt celuy qui convient au point D; c'eſt pourquoy EF eſt la

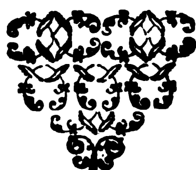
la difference des haussemens du niveau apparent pour les deux points B, D.

On remarquera que les haussemens CE, CF repondent à des rayons de differentes longueurs, comme sont AB, AD, aulieu que les haussemens du niveau apparent, que l'on a donnés dans le premier chapitre sont calculés sur un seul rayon, ou demi-diametre: mais cette difference dans la pratique étant comparée au demi-diametre de la terre, ne peut être d'aucune consideration.

On seroit trop long si l'on vouloit rapporter tous les cas en particulier qui peuvent arriver dans la suite du nivellement composé, mais un observateur un peu intelligent ne rencontrera aucune difficulté qui puisse l'arréter s'il a bien entendu ce qui a été expliqué cy-dessus.

On ne dit rien de la preuve du nivellement composé, parce qu'il la porte avec soy, supposé que tout soit executé de la maniere, que nous avons dit, & que d'ailleurs l'on ait tenu un registre exact de toutes les hauteurs des lignes du nivellement.

FIN.



RELATION
DE PLUSIEURS NIVELLEMENS
fait par ordre de sa Majesté.

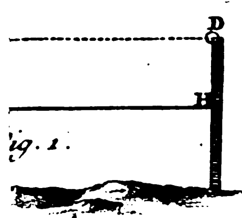
Par M. Picard.

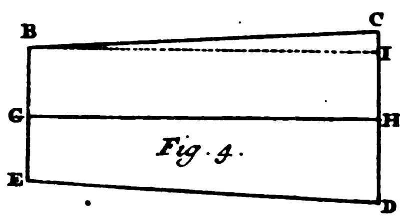
SA Majesté ayant resolu de faire conduire à Versailles la meilleure eau pour boire, que l'on pouroit trouver dans les lieux circonvoisins, on proposa celle de la montagne de Roquencourt comme une des plus proches, & des plus saines de tout le pays: mais quoy que cette proposition parût d'abord impossible à cause que cette eau étoit à plus de 19 toises de profondeur sous le terrein de la montagne, comme il étoit facile à connoître par le puis des Essarts, qui est entre Roquencourt, Bailly & Marly, on ordonna pourtant à M. Picard de la niveler pour sçavoir à quelle hauteur elle pouvoit être à l'égard de Versailles, & aprés plusieurs nivellemens qu'il fit a diverses fois, tant en gros, qu'en détail, il trouva que la superficie de l'eau de ce puis, qui est éloigné de Versailles d'environ 3000 toises, étoit à peu prés de niveau avec le Rez de chaussée du Château.

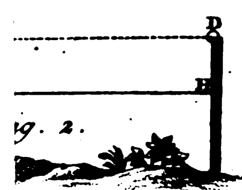
On donna ordre ensuite au sieur Jongleur de ramasser toutes les eaux de cette montagne & de les faire conduire à Versailles. Il fit pour cet effet sous terre un long aqueduc, dont la sortie est proche de Roquencourt, environ 3 pieds plus bas que la superficie de l'eau des Essarts suivant les nivellemens que l'on en avoit faits; & aprés que l'aqueduc a été entierement achevé, les choses se sont trouvées par l'experience tellement conformes aux nivellemens, qu'il ne se pouvoit rien de plus juste.

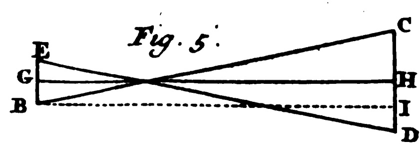
La même chose est arrivée à l'égard des eaux que le sieur Jongleur à encore receuillies entre Roquencourt & Bailly pour Triannon, & du côté de S. Cir pour la Menagerie; ce que l'on a

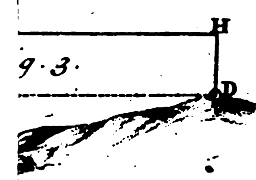
crû

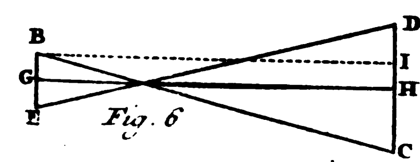

D
G
H
ig. 1.

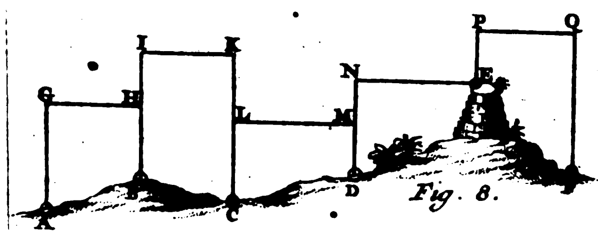

B
C
I
G
H
E
D
Fig. 4.

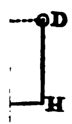

D
E
g. 2.

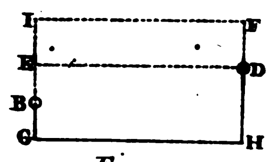

Fig. 5.
C
E
G
H
B
I
D

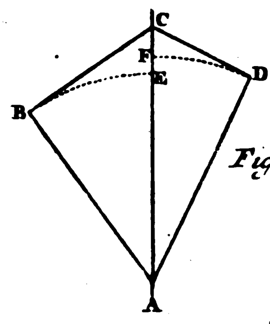

H
g. 3.
D


D
B
I
G
H
E
Fig. 6
C


P
Q
I
K
N
E
G
H
L
M
A
C
D
Fig. 8.


D
H


I
F
E
D
B
G
H
Fig. 10.


C
F
D
E
B
Fig. 11.
A

Picard.

crû devoir rapporter, comme autant de preuves de la justesse des manieres de niveler que l'on a enseignées cy-devant : mais en voicy d'autres qui sont bien plus considerables.

La proposition la plus hardie, que l'on ait faite pour donner des eaux à Versailles, a été celle de M. Riquet, qui est assés connu par l'entreprise de la Jonction des Mers. Il avoit veu que la riviere de Loire avoit beaucoup plus de pente que la Seine, d'où il avoit conclu que le lit de la Seine, étoit beaucoup plus bas que celuy de la Loire, & sur ce fondement il s'étoit persuadé que l'on pouroit conduire un canal depuis la riviere de Loire jusques au Château de Versailles. Il n'avoit pas même fait difficulté d'avancer, qu'il pouroit conduire cette eau sur le haut de la Montagne de Sataury, qui est plus haut de 20 toises que le Rez de chaussée du Château ; ce qui auroit pû fournir un ample reservoir pour l'embelissement de ce lieu. Une proposition si avantageuse ne manqua pas d'être écoutée favorablement ; mais comme l'entreprise étoit d'une grande consequence, il s'agissoit de l'examiner avec tous les soins possibles, ce que l'on remit entre les mains de M. Picard, qui fut accompagné de M. Riquet dans cet ouvrage.

C'étoit vers la fin du mois de Septembre de l'année 1674. & parce qu'il restoit peu de temps commode pour faire des nivellemens, il crut qu'il étoit à propos d'abbord d'examiner la chose en gros ; afin que s'il y avoit quelqu'apparence de possibilité, on la put refaire dans la suite avec toutes sortes de precautions.

Il avoit sçeu que M. Riquet avoit dessein de prendre la Loire au dessus de Briare, & par consequent qu'il falloit traverser le Canal : c'est pourquoy il s'appliqua à bien connoître la difference du niveau entre Versailles, & le plus haut point du canal de Briare ; & pour cet effet il jugea, qu'il n'y avoit rien de plus expedient que de bien determiner la hauteur de Versailles au dessus de la Seine, puis suivre en remontant les rivieres de Seine, & de Loin jusques à Montargis où commence le canal de ce côté-là.

La Seine entre Seve & les Moulineaux, où elle approche le plus de Versailles, étoit alors basse de 3 T. au dessous du pied du mur des Moulineaux, & en cet état elle fut trouvée plus basse que le Rez de chaussée du Château de Versailles de soixante toises ½, ce qui fut verifié en allant & venant. Puis on examina la pente de la Seine depuis Valvint jusques à Seve de la maniere suivante.

Le 27 Septembre étant proche le Clos des Capucins entre Seve & Meudon à la hauteur de 366 pieds ½ au dessus de la Seine, on trouva en plein midy, que le sommet de la Tour meridionale de Nôtre-Dame de Paris étoit bas de 15 minuttes 40 secondes sous le niveau apparent. L'Observation fut faite avec le niveau où l'on avoit fait marquer des minuttes sur la lame ou est attachée la petite platine d'argent dont le centre determine le point du perpendicule, comme il a été dit dans la description du niveau.

La distance en ligne droite entre la station proche le mur des Capucins, & la Tour de N. D. de Paris étoit de 5040 *toises*, ce que l'on sçavoit assés exactement par la carte des environs de Paris, que le sieur Vivier avoit faite, d'où il s'ensuivoit, que l'abbaissement apparent de ladite Tour à l'égard du niveau apparent étoit de 147 pieds.

Le lendemain à pareille heure le niveau ayant été porté au haut de la Tour de N. D. l'endroit de la station des Capucins parut au-dessus du niveau apparent de 11 minuttes 20 secondes, *ce qui* donnoit une hauteur apparente de 102 pieds, laquelle étant ajoutée à la depression de la Tour de N. D. observée de 147 pieds à la premiere station faisoit ensemble la somme de 249 pieds, donc la moitié, sçavoir 124 pieds ½ étoit la veritable difference du niveau de ces deux stations, & dont celle des Capucins de Meudon étoit plus haute.

La hauteur de ladite Tour ayant été exactement mesurée depuis le pavé de l'Eglise jusques au haut du parapet, ou appuy, elle fut trouvée de 34 toises, ou de 204 pieds; mais la riviere de Seine étoit alors plus basse que le pavé de l'Eglise de 27 pieds; & par con-

La Tour Septentrionale est plus haute

consequent depuis l'eau de la Seine jusques au haut de ladite Tour il y avoit 231 pied, à quoy si l'on ajoute l'excés du vray niveau dont la station des Capucins étoit plus haute que celle de la Tour, qui est de 124 pieds $\frac{1}{2}$, on aura 355 pieds $\frac{1}{2}$ dont la Seine vers N. D. à Paris est plus basse que la station des Capucins de Meudon: Mais on avoit trouvé que cette même station étoit plus haute que la Seine prise entre les Moulineaux & Séve, de 366 pieds $\frac{1}{2}$; donc la Seine étoit plus basse vers Séve qu'à Paris de 11 pieds, ce qui devoit être la pente de cette riviere entre ces deux lieux: mais ayant fait ensuite le nivellement en détail, & par stations mediocres, on trouva qu'il n'y avoit que 8 pieds; ce qui commença de rendre suspecte la premiere maniere dont on s'étoit servi.

que l'autre de 8. pouces.

Du haut de la même Tour de N. D. on avoit observé la butte du Griffon, qui est entre Villeneuve Saint Georges & Yerres, & elle avoit paru basse de 25 secondes, & parce que la distance est de 9070 toises, il devoit y avoir 7 pieds de pression apparente: mais la Tour de N. D. étant ensuite observée de dessus la butte du Griffon parut basse de 9 minuttes ou de 142 pieds, dont ayant ôté les 7 pieds cy-dessus, & prenant la moitié du reste, on trouva que la veritable difference du niveau étoit de 67 pieds $\frac{1}{2}$, laquelle étant ajoutée aux 231 pieds de hauteur de la Tour de N. D. à l'égard de la Seine; on conclut que la Seine à Paris étoit à 298 pieds $\frac{1}{2}$ sous le vray niveau du Griffon.

Du même lieu du Griffon le haut du mur de la clôture de la maladrie appellée S. Lazare prés Corbeil, avoit paru bas de 9 minut. 30 sec. étant éloignée de 7200 toises, & par consequent la depression apparente étoit de 119 pieds. La butte du Griffon observée ensuite du même lieu de S. Lazare fut trouvée haute de 1 min. 35 sec. ou de 21 pieds qu'il faut ajouter aux 119 trouvés cy-dessus, & prendre la moitié de la somme, qui sera 70 pieds pour la vraye hauteur du Griffon par dessus le mur de S. Lazare: mais le mur de S. Lazare étoit à 202 pieds audessus de la Seine prés Corbeil; & par consequent la Seine à Corbeil étoit plus basse

se que la butte du Griffon de 272 pieds: mais on avoit trouvé que la Seine à Paris étoit plus basse que le même Griffon de 298 pieds $\frac{1}{2}$; dont la pente de la Seine depuis Corbeil jusques à Paris devoit être de 26 pi. $\frac{1}{2}$ au lieu que par les nivellemens faits en detail le plus exactement qu'il fut possible, on ne trouva que 18 pieds, à quoy on crût qu'il falloit s'en tenir d'autant que pour se mettre entierement à couvert des refractions aux grands coups des nivellemens reciproques, il auroit fallû qu'ils eussent été faits en même temps, joint que d'ailleurs la moindre erreur, que l'on auroit pû commettre dans l'observation, auroit produit une tres-grande variation: c'est pourquoy bien que l'on eut toûjours été de la même maniere jusques à Melun, on ne tint aucun compte des grands coups de niveau, continuant de suivre le bord de la riviere jusques à Valvint, où étant arrivés on trouva que l'on étoit monté depuis Corbeil de 25 pieds.

Pente de la Seine depuis Valvint jusques à Séve.

De Valvint à Corbeil	25 pieds
De Corbeil à Paris	18
De Paris à Séve	8
	Somme 51 pieds, ou 8 toises $\frac{1}{2}$.

Depuis Valvint jusques à Séve la pente de la Seine est *d'environ* 1 pied pour 1000 toises de chemin, tantôt un peu plus, & tantôt un peu moins.

De Valvint on traversat droit en nivellant jusques a Moret, & de Moret le long des bords de la riviere de Loire jusques à Montargis, & l'on trouva que l'on étoit monté de 16 toises, en quoy on ne pouvoit pas se tromper considerablement, quand on n'auroit fait que compter les moulins, qui sont sur ladite riviere, estimant outre cela ce qu'il peut y avoir de pente d'une chaussée à l'autre.

On

On ne fit ensuite que mesurer les sauts des Ecluses du Canal de Briare, qui depuis Montargis jusques au point de partage sont au nombre de 28 faisant 42 toises de hauteur.

Du haut du Canal jusques à Montargis	42. Toises
De Montargis à Valvint	16.
De Valvint à Séve	8 $\frac{1}{2}$
Donc du haut du Canal jusques à Seve	66. $\frac{1}{2}$ Toi.
Mais de Versailles à Séve	60. $\frac{1}{2}$

Donc le plus haut point, autrement le point de partage du Canal de Briare, est plus haut que le Rez de chaussée du Château de Versailles de 6. T.

Ce qui revient à peu prés au niveau de la superficie du reservoir du dessus de la Grotte.

On descendit ensuite vers la Loire, qui étoit pour lors fort basse, & en mesurant les sauts des Ecluses du Canal, qui sont de ce côté-là au nombre de 14 seulement, on trouva que depuis le point de partage jusques à la Loire, il y avoit 17 toises de pente: de sorte que pour retrouver le niveau du haut du Canal, il auroit fallu prendre la Loire en remontant à 17 toises plus haut qu'elle n'est aux environs de Briare: mais avant que d'examiner jusqu'où il auroit fallu remonter pour prendre la Loire, & avant que de reconnoître les terreins, tant audelà, qu'au-deçà du Canal pour conduire un aqueduc, voyant qu'outre la pente necessaire pour un si long chemin, il s'en falloit 14 toises, que l'endroit du Canal par où il auroit fallu faire passer l'aqueduc pour conduire l'eau de la Loire, ne fût aussi haut que Sataury; & ne sçachant pas d'ailleurs si l'on se contenteroit de la chose telle qu'elle se trouvoit; on pensa qu'il falloit verifier en retournant les endroits où il pouvoit y avoir quelque doute dans les operations.

Le lit de la Loire pres Briare est plus haut de 41. toises que celuy de la Seine à Valvint.

M. Picard fit son Rapport de ce qu'il avoit trouvé, sans sçavoir que M. Riquet eût envoyé en particulier des Nivelleurs aprés luy, & quoy qu'il vid ce qu'on avoit trouvé contre ce qu'il avoit avancé, il ne laissa pas de persister dans sa premiere propo-

O o sition

ſition juſqu'au retour de ſes gens, car alors il demeura d'accord de tout ce que M. Picard avoit rapporté, dont il fut entierrement convaincu, aprés que l'on eût refait en ſa preſence les nivellemens depuis Verſailles juſques à Séve, & depuis Séve juſques à la porte de la Conference: On en demeura là pour lors, & l'on ne parla plus de cette affaire que quatre ans aprés à l'occaſion de ce qui ſuit.

Sur les bords de la Foreſt d'Orleans du côté de Pluviers il y a pluſieurs eſtangs, & ſources vives qui forment deux ruiſſeaux, leſquels s'étant joints enſemble font la riviere de Juine, dont la pente eſt ſi grande, que depuis ſon commencement juſques au deſſous de la Ferté-Allais où elle ſe joint à celle d'Eſtempes, elle fait aller environ ſoixante moulins en peu d'eſpace de chemin. M. Franchine avoit eû la penſée de faire venir cette riviere à Verſailles: mais quelque temps aprés en l'année 1678 ſur le rapport du ſieur Vivier, qui faiſoit alors la carte de l'Orleannois on y penſa tout de bon; M. Picard eût ordre d'examiner ſi la choſe étoit poſſible, & il fut accompagné dans ce voyage par le ſieur Vivier, qui avoit renouvelé la propoſition, & par le ſieur Villiard ſon aide ordinaire.

Il reprit les nivellemens qu'il avoit déja faits juſques à Corbeil, & il les continua juſques à Orleans.

Pentes depuis la Foreſt d'Orleans juſques à Corbeil.

De l'eſtang appellé le grand Vau, qui eſt dans la Foreſt audeſſus de Chemerolles, pente juſques à l'Eſtang du Bois prés Courcy	18 Pi.
De l'Eſtang du Bois à celuy de Laas	18
De l'Eſtang de Laas au moulin de Pluviers	55
De Pluviers au pont d'Angerville la riviere	71½
D'Angerville la riviere à Males-herbes	17½
De Males-herbes à Maiſſe	27

De

De Maisse à la Ferté-Alais	19
De la Ferté à Ormoy	31
D'Ormoy jusqu'au moulin d'Essone	21
D'Essone à la Riviere	22

Somme 300 pieds, ou 50 Toises.

La Seine n'étoit pas plus haute que dans l'année 1674. lorsqu'on fit les Nivellemens, de sorte qu'ajoutant les 4 Toises $\frac{1}{2}$ de pente, qui furent trouvées alors depuis Corbeil jusques à Séve, on trouve que les Eaux de la Forest d'Orleans ont 54 Toises $\frac{1}{2}$ de hauteur audessus de la Seine vers Séve : Et parceque la hauteur du Rez de chaussée de Versailles audessus du même endroit de la Seine à Séve, est de 60 Toises $\frac{1}{2}$; il s'ensuit que le Rez de chaussée du Château de Versailles est plus haut de 6 Toises que l'Estang du grand Vau de la Forest d'Orleans.

Les choses ayant été trouvées en cet état on ordonna à M. Picard de continuer les nivellemens pour revoir s'il étoit possible de conduire un canal de la Loire jusques au Château de Versailles.

On avoit déja trouvé, qu'il falloit traverser le Canal de Briare, & par les derniers nivellemens on avoit aussi reconnû qu'il falloit necessairement passer entre l'Estang du grand Vau, qui s'écoule dans la Seine, & ceux de la Courdieu dont les eaux tombent dans la Loire; & parce qu'il étoit impossible de niveller dans la Forest d'Orleans autrement que par les grandes routes, on suivit celle de Gergeau; & traversant depuis l'Estang du Bois en montant vers la Courdieu, on trouva que le plus haut terrein pris dans ladite route de Gergeau à 150 Toises environ audelà de l'endroit où elle est coupée par celle du hallier, étoit plus haut de 13 Toises que l'Estang du Bois; & par consequent plus haut de 10 Toises que le grand Vau; & qu'ainsi on étoit plus haut de 4 Toises que le Rez de chaussée du Château de Versailles.

On trouva aussi par occasion que le pied de la grille de l'Estang le plus haut de la Cour-Dieu, qui étoit pour lors à sec, étoit plus haut d'environ 9 pieds, que la superficie de l'Estang du grand

 Vau,

Vau, ou 5 pieds que la chauſſée de ce même Eſtang. Ce que l'on met icy en faveur de ceux qui voudront joindre la Loire avec la Seine par ce côté-la.

Il eût été impoſſible à cauſe des bois de continuer l'examen du terrein juſques au Canal de Briare, à moins que de faire des routes exprés au travers de la Foreſt; & parce que d'ailleurs on étoit dans l'impatience de ſçavoir comment ces derniers nivellemens s'accorderoient avec ceux qui avoient été faits quatre ans auparavant; on deſcendit en nivelant juſques à la Loire, qui étoit fort baſſe, & qui étant priſe audeſſous de la porte de Bourgogne au pied d'une vieille muraille appellée le Crau, fut trouvée plus baſſe que le haut terrein de la Foreſt, de vingt-huit Toiſes ½; au lieu que depuis le même haut terrein juſques à la Seine priſe à Corbeil il y avoit 60 Toiſes de pente: de maniere que la Seine à Corbeil étoit plus baſſe que la Loire à Orleans de 31 Toiſes ½ les deux Rivieres étoient alors fort baſſes.

Pente de la Loire depuis l'entrée du Canal de Briare juſques au Crau d'Orleans.

Du Canal à Gien	10 pi.
De Gien à Rocole	10.
De Rocole juſqu'au port la Ronce	42.
Du port la Ronce à Gergeau	10.
De Gergeau à Orleans	19.

Somme 91 pieds, ou environ 15 toiſes; & parce que le point de partage eſt plus haut que la Loire de 17 toiſes, il s'enſuit que ledit point de partage étoit à 32 toiſes de hauteur au deſſus de la Loire priſe à Orleans; & ſi l'on ajoute encore les 31 Toiſes ½ qu'il y a d'Orleans à Corbeil, & les 4 toiſes ½ de Corbeil à la Seine proche de Seve, la ſomme totale ſe montera à 68 toiſes pour la hauteur du Canal de Briare audeſſus de la Seine à Séve: puis ayant ôté les 60 toiſes ½ qu'il y a de Verſailles à Séve; on trou-

trouvera que le point de partage du Canal eſt plus haut que le Rez de chauſſée du Chaſteau de Verſailles de 7 toiſes ½, au lieu que par les premiers nivellemens faits par la riviere de Loire on n'avoit trouvé que 6 toiſes de hauteur: mais il vaut mieux s'en tenir à ces derniers, dautant qu'ils furent faits dans un temps beaucoup plus favorable que les premiers, & avec un inſtrument dont le perpendicule avoit 4 pieds de hauteur, au lieu que celuy qui avoit ſervi aux premiers n'avoit que 3 pieds ; ou enfin ſi l'on veut on pouroit partager le different par la moitié.

Pente de la Riviere de Loire depuis Pouilly juſques à l'entrée du Canal de Briare.

De Pouilly à Coſne	26 Pi.
De Coſne à Nevay	25
De Nevay à Bony	7
De Bony à l'entrée du Canal de Briare	20

Somme 96 pieds ou 16 toiſes.

On conclut de ces nivellemens que pour trouver le niveau du plus haut point du Canal de Briare, qui étoit environ celuy du Reſervoir du deſſus de la Grotte de Verſailles, il falloit remonter la Loire environ une lieuë audeſſus de Pouilly ; & pour avoir une pente convenable pour conduire l'eau dans un aqueduc, il falloit aller du moins juſques à la Charité.

La ſaiſon étoit déja fort avancée, & parce que les nivellemens des environs de la Foreſt d'Orleans avoient donné lieu de craindre que le Terrein de la Beauce ne fut trop bas pour pouvoir porter l'eau de la Loire à Verſailles ; on revint à Orleans, ſans s'arreſter à d'autres recherches, pour achever d'executer les ordres de ſa Majeſté qui étoient de revenir expreſſement de la Foreſt d'Orleans par la Beauce en nivelant juſques à l'Etang de Trape, qui, comme nous dirons cy-aprés, étoit un terme connu, que l'on ſçavoit être plus haut d'environ deux toiſes, que la ſuperficie du reſer-

reservoir du dessus de la Grotte.

Pour reprendre les premiers vestiges & tenir le dehors de la Forest, on crut qu'il étoit à propos de recommencer par l'Estang de Laas, que l'on sçavoit être plus bas de 16 Toises, que le haut terrein de la Forest, ou de 12 toises que le Rez de chaussée du Château de Versailles.

On monta de Laas à S. Lié 5 Toises.

De S. Lié au pavé de la Montjoye on monta encore 2

De sorte que le pavé de la Mont-joye est plus haut que l'Etang de Laas de 7

Et suivant ce que l'on vient de conclure il falloit monter de 12 toises pour être de niveau avec Versailles.

Mais parce que l'Estang de Trappe est plus haut d'environ 7 toises que le Rez de chaussée du Château de Versailles, il s'ensuit que nonobstant les 7 toises dont on étoit monté, on étoit encore plus bas que l'étang de Trappe, d'environ 12 toises. On étoit cependant tres asseuré, que l'on avoit coupé tout le terrein par où l'on auroit pû faire passer l'aqueduc pour porter l'eau de la Loire à la sortie de la Forest d'Orleans, & que ledit lieu de la Mont-joye, qui est sur le grand chemin de Paris en sortant d'Orleans, étoit l'endroit le plus haut, qui soit depuis l'Etang de Laas jusques à la Loire, en suivant les bords de la Forest d'Orleans du côté de Paris.

Ce qui vient d'être conclu à l'égard des 12 toises dont le pavé de la Mont-joye est plus bas que l'Estang de Trappe, suppose les nivellemens de Versailles à Seve, de Seve à Corbeil, & de Corbeil à Orleans; mais voicy ce que l'on trouva par le droit chemin.

Nivellemens faits depuis Orleans jusques à l'Estang de Trappe.

De la Mont-joye à la Croix de Toury en montant 10 pieds.

De la Croix de Toury à celle qui est sur le grand chemin prés d'Anger-

d'Angerville vis-à-vis d'Arbouville en montant encore 10 pi.

De ladite Croix au moulin d'Ovitreville en montant 16 pi.

Du moulin d'Ovitreville à l'Orme de Sainville en montant 19 pi.

Dudit Orme au Moulin des Essarts aux environs de haute Briere en montant 68 pi.

Somme totale 123 pieds dont on étoit monté depuis la Mont-joye:

Mais du Moulin des Essarts à Trappe on ne descendit que de 58 pieds; par consequent il restoit encore 65 pieds, ou environ 11 toises dont l'Estang de Trappe est plus haut que le pavé de la Mont-joye; c'estoit moins d'une toise que par les premiers nivellemens: mais pour dire la verité bien que ces derniers nivellemens eussent été faits par un chemin beaucoup plus court que les premiers on eût un si mauvais temps en traversant la Beauce, qu'il pouroit bien s'être glissé quelque petite erreur nonobstant tous les soins qu'on y apportoit; & comme on a déja dit on peut bien partager un si petit different par la moitié; joint que si la chose dont il s'agissoit avoit eu quelqu'apparence d'être possible, il eût fallu en venir plus à loisir à un dernier éclaircissement: mais d'autant que les nivellemens faits par divers chemins montroient évidemment que la Beauce, à la sortie de la Forest d'Orleans, étoit plus basse non seulement que l'Estang de Trappe; mais encore que le Rez de chaussée du Château de Versailles; Il n'en falloit pas davantage pour juger, qu'il étoit impossible de conduire l'eau de la Loire à fleur de terre jusques au Château de Versailles, & qu'on auroit été obligé d'elever un aqueduc depuis le milieu de la Forest d'Orleans jusques à Angerville.

On peut ajoûter à cette relation quelques autres nivellemens que M. Picard fit aux environs de Versailles pour faire voir jusques à quelle justesse on peut parvenir en nivelant de la maniere que l'on a expliquée cy-dessus.

A la teste de la Riviere de Bievre, que l'on appelle autrement des

des Gobelins, il y a deux grandes plaines, l'une au dessous de Trappe, & l'autre au dessus de Boisdarcy, dont les eaux s'écoulent par deux gorges assez étroites, que l'on pouvoit fermer pour faire deux Estangs considerables; mais il s'agissoit de sçavoir si les eaux de ces Estangs auroient assez de hauteur pour être conduits au Château de Versailles; ce qu'il importoit d'autant plus de bien connoître, qu'il falloit percer la montagne de Sataury pour les faire passer.

Les endroits des bondes ayant été marquées, il trouva que le fond de l'Estang de Trappe auroit environ 15 pieds de hauteur par dessus la superficie du reservoir du dessus de la Grotte de Versailles, & que l'Estang de Boisdarcy seroit plus haut que celuy de Trappe de 9 pieds.

Aprés avoir fait ces nivellemens par plusieurs fois & en diverses manieres, on luy ordonna de marquer avec des piquets la conduite des eaux de Trappe, qui se devoit faire à découvert jusques à l'endroit où il falloit percer la montagne de Sataury, & pour toute la longueur du chemin qui devoit être d'environ 4000 toises à cause des vallons qu'il falloit costoyer, on voulut qu'il ne prit que 3 pieds de pente, afin de conserver l'eau dans la plus grande hauteur qu'il seroit possible. Il avoit aussi marqué separement la conduite des eaux de l'Estang de Boisdarcy, qui étoit plus courte que l'autre de prés de la moitié: mais on trouva à propos de les joindre toutes deux ensemble.

On éleva les chaussées des Estangs, on travailla à la conduite, & l'on fit en même temps un aqueduc long de 750 toises au travers de la montagne de Sataury à 14 toises au dessous du plus haut terrein, le tout sur la bonne foy des nivellemens, qui se sont enfin trouvez si justes, qu'aprés avoir mis de l'eau dans l'estang de Trappe, & qu'elle a été lâchée dans la conduite ou rigole, il est arrivé que cette eau étant en repos, s'est trouvée à l'entrée de la Montagne de Sataury, haute de 3 pieds, lorsqu'elle estoit à fleur du

du ſeuil de l'eſtang de Trappe, comme on avoit déterminé par les Nivellemens.

Il ne ſera pas hors de propos de remarquer icy, que l'eau de l'eſtang de Trappe eſtant lachée avec une charge de 3 pieds, employe 4 heures de temps à faire 4000 toiſes de chemin avec 3 pieds de pente. Mais ce qui eſt encore de plus conſiderable, c'eſt qu'aprés que les tuyaux de conduite eurent eſté placés depuis l'entrée de la Montagne de Sataury juſques deſſus la grotte de Verſailles, ſa Majeſté faiſant faire le premier eſſay de ces eaux, eût le plaiſir de voir qu'elles ſortoient avec tant de force, qu'il n'y avoit pas lieu de douter qu'elles n'euſſent pû monter beaucoup plus haut, conformement aux nivellemens qui en avoient eſté faits, & en deſcendant de deſſus la grotte elle témoigna à M. Picard qu'elle étoit fort contente.

On ne doit pas oublier d'avertir que M. Romer a eu beaucoup de part aux Nivellemens, qui ont eſté faits aux environs de Verſailles, ayant aſſez ſouvent tenu la place de M. Picard lorſqu'il eſtoit malade, ou qu'il eſtoit obligé de s'abſenter pour quelqu'autre empeſchement.



ABBREGÉ
DE LA
MESURE DE LA TERRE,
FAITE
Par M. PICARD.

LA Mesure de la Terre est une connoissance si utile *pour l'Astronomie*, & pour la Geographie, que la pluspart des Mathematiciens, tant anciens que modernes, ont apporté tous leurs soins, suivant la commodité des lieux où ils ont esté, & des instruments qu'ils avoient alors en usage, pour la connoistre avec le plus de justesse qu'il leur a esté possible; & comme il est certain qu'elle est d'une figure spherique, on a commencé par la mesure de l'un de ses grands cercles, dont on s'est contenté jusques à present de donner celle d'un, ou de deux degrez pour en conclure toute sa circonference, & ensuite celle de la superficie de la terre: mais entre les grands Cercles que l'on auroit pû tracer sur la terre, on s'est arresté à mesurer le Meridien, à cause qu'il n'y en a point de plus commode, tant pour déterminer sa position, que pour y marquer exactement les termes d'un degré.

Les mesures que les anciens nous ont laissées de la grandeur d'un degré du Meridien ne nous étant pas connuës, dautant que nous n'avons pas celles dont ils se sont servis ausquelles ils les ont comparées, & d'ailleurs celles des Modernes ne s'accordans pas entr'elles; il sembloit que cet ouvrage regardoit principalement l'Academie

demie Royale des Sciences, & que c'estoit une des plus belles entreprises qu'elle pouvoit faire ayant toutes les commoditez qu'elle auroit pû desirer, & la protection d'un aussi grand Monarque que le Roy, & sur tout aprés avoir fait la decouverte des Horloges à pendules, & ayant trouvé la maniere d'appliquer les lunettes d'approche au lieu de pinnules sur les quarts de cercles, dont on se sert pour les observations des angles, avec une bien plus grande justesse que l'on n'avoit pû faire jusqu'alors.

Sa Majesté ayant donc ordonné aux Mathematiciens de cette compagnie de travailler à cet ouvrage, & d'y apporter tous les soins, & toute l'exactitude qu'il estoit possible, ils choisirent entr'eux M. Picard à qui ils en donnerent la conduite, avec quelques éleves de cette mesme Academie pour luy servir d'aides.

Aprés avoir examiné le Païs qui est depuis les environs de Paris jusqu'à l'entrée de la Picardie, on trouva qu'il estoit assez commode pour ce dessein, à cause qu'il n'est pas rempli de bois, & qu'il n'y a aucunes montagnes, qui soient considerables, & que l'espace contenu entre Sourdon proche de Moreuil, & Malvoisine sur les confins du Gastinois, & du Hurepoix, seroit fort propre pour l'execution de cette entreprise, d'autant que ces deux termes sont à peu prés dans le mesme meridien, & qu'ils sont éloignez l'un de l'autre d'environ 32 lieuës communes de France, & deplus que ces deux points pouvoient estre liez ensemble par de grands triangles, & par une mesure tres-exacte de trois lignes seulement, comme l'on verra dans la suite.

On choisit 13 stations ou points principaux pour faire 13 grands triangles pour cette mesure.

La 1e. fut le milieu du moulin de Ville-Juive.

La 2e. le coin du Pavillon de Juvisy, qui en est le plus proche.

La 3e. la pointe du clocher de Brie-Comte-Robert.

La 4e. le milieu de la Tour de Montlehery.

La 5e. le haut du Pavillon de Malvoisine.

La 6e. une piece de bois dressée exprés au haut des ruines de la Tour de Montiay.

La 7e. le milieu du tertre de Mareil, où l'on fit des feux pour le designer, *depuis ce temps-là M. le Duc de Gesvres a fait bâtir en ce même endroit un Pavillon quarré.*

La 8e. le milieu du gros Pavillon en ovale du Château de Dammartin.

La 9e. le Clocher de saint Samson de Clermont.

La 10e. le moulin de Jonquieres proche de Compiegne.

La 11e. le Clocher de Coyvrel.

La 12e. un petit arbre sur la montagne de Boulogne proche Montdidier.

La 13e. le Clocher de Sourdon.

Il y a un grand chemin pavé en ligne droite depuis le moulin de Ville-Juive jusqu'au Pavillon de Juvisy, ce fut la distance entre ces deux stations, qui servit de base à tout cet Ouvrage, & qui fut mesurée actuellement en deux operations differentes; dans la premiere elle fut trouvée de 5662 toises 5 pieds, & dans la seconde de 5663 toises 1 pied C'est pourquoy on la détermina de 5663 toises seulement.

Cette mesure fut faite en la maniere suivante. On prit 4 bâtons de pique bien droits que l'on assembla deux à deux, & on les coupa de 4 toises de longueur chacun; les extremitez étoient garnies de platines de cuivre pour les pouvoir appliquer l'un au bout de l'autre au long d'un grand cordeau bien tendu, en s'alignant à chaque fois qu'on le changeoit de place, aux deux termes de cette base; ensorte que l'on relevoit un de ces bâtons pendant que l'autre demeuroit immobile à terre; auquel on le rappliquoit par l'autre bout en avançant toûjours chemin.

Le 1er. Triangle fut formé des Stations 1, 2, 3, & par la base mesurée entre les Stations 1 & 2, & l'on trouva que pour la distance entre le pavillon de Ville-Juive & le Clocher de Brie-Comte-

Comte-Robert il y avoit 11012 toiſes 5 pieds, & entre Juviſy & Brie-Comte-Robert 8954 toiſes.

Le 2^e^. Triangle par les Stations 1, 3, 4, & par la baſe entre la 1 & 3, & l'on trouva la diſtance de Brie-Comte-Robert à Montlehery de 13121 toiſes 3 pieds, & entre Ville-Juive & Montlehery 9922 toiſes 2. pieds.

Le 3^e^. Triangle par les Stations 3, 4, 5, & par le coſté entre la 3 & 4, & l'on trouva la diſtance entre Montlehery & Malvoiſine de 8870 toiſes 3 pieds, & la diſtance entre Brie-Comte-Robert & Malvoiſine de 12389 toiſes 3 pieds.

Le 4^e^. Triangle par les ſtations 3, 4, 6, & par le côté entre la 3 & 4, & l'on trouva la diſtance entre Montlehery & la Tour de Montjay de 21658 toiſes.

Le 5^e^. Triangle par les ſtations 4, 6, 7, & par le coſté entre la 4 & 6, & l'on trouva la diſtance entre Montlehery & le tertre de Mareil de 25643, & la diſtance entre la tour de Montjay & le tertre de Mareil de 12963 toiſes 3 pieds.

Le 6^e^. Triangle par les ſtations 4, 5, 7, & par les coſtés entre la 4 & 5, & entre la 4 & 7, & l'on trouva que la diſtance entre Malvoiſine & le tertre de Mareil eſtoit de 31897 toiſes.

Ce même Triangle fut verifié par d'autres Obſervations qui convenoient toutes enſemble.

Le 7^e^. Triangle par les ſtations 6, 7, 8, & par le coſté entre la 6 & 7; & l'on trouva la diſtance entre le Tertre de Mareil & Dammartin de 9695 toiſes.

Le 8^e^. Triangle par les ſtations 7, 8, 9, & par le coſté entre la 7 & la 8, & l'on trouva la diſtance entre le tertre de Mareil, & le Clocher de S. Samſon de Clermont de 17557, & la diſtance entre Dammartin & Clermont de 21037 toiſes.

Le 9^e^. Triangle par les ſtations 8, 9, 10, & par le coſté entre la 8 & 9, & l'on trouva que la diſtance entre S. Samſon de Clermont & le Moulin de Jonquieres eſtoit de 11678 toiſes; mais par d'autres obſervations ce même coſté a eſté conclu de 11683

 toiſes,

toises, laquelle distance doit estre preferée à la precedente pour plusieurs raisons.

Le 10e. Triangle par les stations 9, 10, 11, & par le costé entre la 9 & 10, & l'on trouva la distance entre Jonquiere & Coyvrel de 11188 toises 2 pieds, & la distance entre Clermont, & Coyvrel de 11186 toises 4 pieds.

Le 11e. Triangle par les stations 10, 11, 12, & par le costé entre la 10 & 11, & l'on trouva la distance entre le clocher de Coyvrel, & l'arbre de Boulogne de 6036 toises 2 pieds.

Le 12e. Triangle par les stations 11, 12, 13, & par le costé entre la 11 & 12, & l'on trouva la distance entre l'arbre de Boulogne & le clocher de Sourdon de 10691 toises.

Le 13e. & dernier Triangle par les stations 9, 11, 13, & par les deux costez entre la 9 & 11, & entre la 11 & 13, & l'on trouva la distance & les clochers de Saint Samson de Clermont & Sourdon de 18905 toises.

Les trois lignes principales déduites de toutes ces operations sont depuis Malvoisine au tertre de Mareil de 31897; du tertre de Mareil à Saint Samson de Clermont 17557 toises, & de Saint Samson de Clermont à Sourdon de 18905 toises. Et ces trois points ne s'ecartent que tres-peu d'un même Meridien, comme nous verrons dans la suite.

Au mois de Septembre de l'année 1669 on alla sur le tertre de Mareil à l'endroit où l'on avoit fait des feux pour designer le point de cette station d'où l'on voyoit Malvoisine d'un costé & Clermont de l'autre. On y posa le quart de cercle garni de ses deux lunettes, à plomb sur son pied, en sorte que l'on pouvoit le tourner un peu sans que son plan quittât sa situation verticale, la lunette immobile qui est attachée à l'Instrument demeurant toûjours pointée dans l'horizon, & celle qui est mobile pouvant estre haussée & baissée sur le plan du quart de cercle sans changer de vertical, on s'étoit assuré de cet effet par plusieurs experiences. Le quart de cercle étant arresté en cet estat, on suivit l'Etoile polaire

laire jusques à sa plus grande digression avec la lunette mobile du quart de cercle, en le faisant tourner un peu : Mais comme on fut assuré que cette Etoile étoit dans son plus grand éloignement du Pole, en voyant qu'elle demeuroit un espace de temps assez considerable sans sortir du filet vertical de la lunette, on laissa l'Instrument fixe dans cette position le reste de la nuit, & le lendemain au matin on marqua dans le bord de l'horizon le point que la lunette immobile designoit par son filet ; ce point déterminoit par ce moyen le vertical de l'Etoile polaire dans sa plus grande digression : Cette operation fut reïterée plusieurs fois pour en estre plus assurés.

L'Etoile polaire étoit alors dans sa digression Orientale, & la ligne qui alloit du tertre de Mareil à Clermont, faisoit avec celle qui alloit du même lieu au point marqué dans l'horizon par le vertical de cette Etoile, un angle vers l'Orient de 4d. 55'. Mais le complement de la declinaison de l'Etoile polaire, qui est aussi la distance au pole, étoit alors de 2d. 28'', & la hauteur apparente du Pole au tertre de Mareil, comme on la trouva dans la suite est de 49d. 5' : par consequent le vertical de l'Etoile polaire dans sa plus grande digression faisoit avec le Meridien un angle de 3d. 46'. Il restoit donc encore 1d. 9'. dont la pointe du clocher de Saint Samson de Clermont demeuroit du Septentrion à l'Occident, à l'égard du tertre de Mareil : Mais parce que l'on avoit observé, que les lignes menées du tertre de Mareil à Saint Samson de Clermont, & au pavillon de Malvoisine, faisoient un angle de 178d. 25'. vers l'Occident, il s'ensuit que si l'on y ajoûte 1d. 9'. on aura 179d. 34' pour l'angle du Septentrion à Malvoisine vers le Couchant, & par consequent Malvoisine reste du Midy au Couchant de 26' ; à l'égard du tertre de Mareil.

L'année suivante 1670. au mois d'Octobre, on fit à Sourdon la même operation, que l'on avoit faite au tertre de Mareil ; mais avec cet avantage, qu'aprés avoir trouvé l'Etoile polaire dans sa plus grande digression un peu aprés le coucher du Soleil, on pouvoit

voit encore discerner les objets dans l'horizon avec la lunette immobile de l'Instrument, & déterminer tout d'une suite le point de l'horizon où le vertical de cette Etoile le rencontroit, sans qu'il fût besoin de laisser l'instrument en position toute la nuit. Cette operation ayant été repetée plusieurs fois, on trouva que la ligne qui alloit de Sourdon à Clermont declinoit du Midy vers l'Orient de $2^d. 9'. 10''$.

Si l'on suppose maintenant que la ligne meridienne, qui passe par Sourdon, soit prolongée vers le Midy, jusqu'à la rencontre du parallele de Malvoisine, & que cette meridienne soit divisée en trois Parties par des perpendiculaires menées de Clermont & du tertre de Mareil, on trouve la grandeur de la perpendiculaire de Clermont à la meridienne de Sourdon de 710 toises, & la partie de cette meridienne entre Sourdon & cette perpendiculaire de 18893 toises 3 pieds.

Semblablement la grandeur de la perpendiculaire menée de Mareil à la meridienne de Sourdon sera de 1062 toises, & la partie de cette meridienne comprise entre cette perpendiculaire, & la precedente menée de Clermont sera de 17560 toises 3 pieds.

Enfin la perpendiculaire menée de Malvoisine à cette même meridienne de Sourdon, sera de 820 toises 3 pieds, & la partie de cette meridienne comprise entre cette perpendiculaire, & la precedente menée du tertre de Mareil sera de 31894 toises.

On connoît donc de cecy que la longueur de la meridienne depuis Sourdon jusqu'à la perpendiculaire, qui luy est tirée par Malvoisine est de 68347 toises 3 pieds.

Il y a sur l'escalier de la Tour meridionale de Nôtre-Dame de Paris, une gueritte dont on a pris la position à l'égard des autres points, qui ont servi à former les Triangles pour la mesure de la meridienne, & l'on a trouvé que la perpendiculaire menée de cette gueritte à la meridienne de Sourdon, qui passoit au Levant à son égard, étoit de 1830 toises, & la distance entre cette perpendicu-

diculaire, & celle du tertre de Mareil étoit de 12518 toises.

Aprés avoir déterminé la position d'une ligne meridienne qui passoit par Sourdon, & mesuré sa grandeur comprise entre ce même lieu & le parallele de Malvoisine, il ne s'agissoit plus que de sçavoir la difference des hauteurs de pole de ces deux lieux, pour pouvoir être asseuré des termes d'un degré.

Le quart de cercle, qui avoit servi à prendre les angles des Triangles étoit de 3. pi. 2 poulces de Rayon; mais on jugea qu'il étoit à propos d'avoir un plus grand instrument pour connoître plus exactement les differences des hauteurs de Pole des deux termes mesurez; c'est pourquoy on y employa une portion de cercle de 10. pieds de Rayon garni de lunettes au lieu d'Alidades, de même que le quart de cercle.

On choisit l'étoile qui est dans le genoüil de Cassiopée, pour être comparée avec le point du Zenit, par le moyen du grand instrument dont on avoit fait la verification à ce même point, & l'on trouva en Septembre 1670. à Malvoisine, dans un lieu plus meridional de 18 toises que le Pavillon, que la distance sur le meridien entre le Zenit & cette Etoile étoit vers le Septentrion de 9d. 59'. 5".

En Septembre & Octobre à Sourdon dans la Maison presbyterale, plus Septentrionale que l'Eglise de 65 toises, que la distance sur le meridien entre le Zenit & cette même Etoile, étoit vers le Septentrion de 8d. 47'. 8".

D'où il resulte que la difference entre Malvoisine & Sourdon est de 1d. 11'. 57". Mais à cause que les observations de l'Etoile n'ont pas été faites au milieu du Pavillon de Malvoisine, n'y au clocher de Sourdon, il faut ajoûter à la distance trouvée de 68347 toises 3 pieds celle de 18, & de 65 toises, qui fera celle de 68430 toises 3. pi. pour 1d. 11'. 57". & l'on conclut que le degré contiendra 57064 toises 3 pieds:

Mais une autre observation faite à Amiens, par le moyen de quelques Triangles ajoûtez aux premiers, ont fait déterminer la

grandeur du degré 57060 toises.

Donc suivant cette mesure,

Le Diametre la Terre sera de	6538594 t.
Le Demidiametre de	3269297 t.
Le Diametre de la Terre contient de lieuës de 25 au degré	$2864\frac{56}{71}$
Et de lieuës de Marine	$2291\frac{59}{71}$

Rapport des mesures étrangeres à celle de Paris.

La Toise du Châtelet de Paris est divisée en 6 pieds, & si l'on

suppose que ce pied soit divisé en	1440 part.
Le pied de Rhein, ou de Leyde est de	1390 part.
Le pied de Londres	1350 part.
Le pied de Boulogne	1686 part.
La Brasse de Florence	2580 part.

La grandeur du degré d'un grand cercle de la Terre, suivant les mesures de divers Pais.

Toises du Châtelet de Paris,	57060
Pas de Boulogne	58481
Verges de Rhein de 12 pieds chacune	29556
Lieuës Parisiennes de 2000 toises	$28\frac{1}{4}$
Lieuës moyennes de France d'environ 2282 toises chacune	25
Lieuës de Marine de 2853 toises	20
Milles d'Angleterre de 5000 pieds chacun	$73\frac{7}{100}$
Milles de Florence de 3000 brasses	$63\frac{6}{10}$

Circonference de la Terre.

Toises de Paris	20541600
Lieuës de 25 au degré	9000
Lieuës de Marine	7200

TA-

TABLE

Pour la valeur d'un degré d'un grand cercle de la Terre, distribué en Minuttes & Secondes.

Minuttes.	Toises.	Secondes.	Toises.
1	951	1	16
2	1902	2	32
3	2853	3	48
4	3804	4	63
5	4755	5	79
6	5706	6	95
7	6657	7	111
8	7608	8	127
9	8559	9	143
10	9510	10	158½
20	19020	20	317
30	28530	30	475½
40	38040	40	634
50	47550	50	792½
60	57060	60	951

Il ne sera pas difficile de trouver les differences des hauteurs de Pole, pour les lieux dont nous avons donné les distances sur la meridienne de Sourdon, puisqu'il n'y a qu'à changer ces mêmes distances en minutes, & seconde, suivant la valeur du degré.

Difference des hauteurs du Pole.

Entre Malvoisine &	L'Observatoire de Paris	19'. 22"
	N. D. de Paris	20. 22
	Mareil	33. 32
	Clermont	52. 0
	Sourdon	71. 52
	N. D. d'Amiens	82. 58

Entre N. D. de Paris & N. D. d'Amiens 62'. 36". La hauteur apparente du Pole de Paris à l'Observatoire a été établi par un tres-grand nombre d'Observations de 48^d. 51'. 10". Mais on a aussi conclu, que la refraction à cette hauteur élevoit les objets de 1': C'est pourquoy on ne conte la hauteur du Pole à l'Observatoire que de 48^d. 50'. 10".

Vrayes latitudes ou hauteurs de Pole.

De Malvoisine	48^d. 30'. 48".
De l'Observatoire	48. 50. 10
De N. D. de Paris	48. 51. 10
De Mareil	49. 4. 20
De Clermont	49. 22. 48
De Sourdon	49. 42. 40
De N. D. d'Amiens	49. 53. 46

Ceux qui voudront poser sur une carte les points des triangles qui ont servy dans cette operation, le pourront faire facilement par les mesures des costez de ces mesmes triangles telles qu'on les a données cy-dessus, dont on trouve les calculs tout au long avec les figures dans le grand Ouvrage de la mesure de la terre, dont cecy n'est qu'un abbregé.

On a pû remarquer dans le détail des operations, qui ont esté faites pour la mesure d'un degré du meridien, qu'il n'estoit pas possible d'y apporter plus de précautions ny une plus grande exactitude

titude que l'on a fait : mais quoyque les instrumens dont on s'est servy pour prendre les hauteurs des estoiles fixes, soient tres-grands & tres-bien divisez, on ne peut pas pourtant y estre asseuré de 4 secondes de degré tout au plus, ce qui peut venir tant de la part de la division de l'instrument, que de celle des observations pour sa verification, & pour les hauteurs des étoiles; c'est pourquoy on demeure toûjours dans l'incertitude de plus de 60 toises sur un degré, qui a esté déterminé de 57060 toises, quand mesme on seroit d'ailleurs parfaitement asluré de la mesure des triangles qui ont donné la distance des lieux : c'est une erreur qui n'est pas considerable pour un degré, mais elle le devient dans la mesure du cercle entier estant multipliée 360 fois, & il n'y a pas moyen de l'éviter, qu'en mesurant une plus grande portion de la meridienne; afin qu'en observant aux deux bouts l'erreur dans laquelle on pourroit tomber se trouve distribuée dans toute son étenduë, ensorte que si au lieu d'un degré on en mesuroit 10, l'erreur que l'on auroit pû faire de 60 toises, ne deviendroit que de 6. toises seulement pour chaque degré; ce qui seroit de tres-peu de consequence.

Sa Majesté ayant resolu que l'on perfectionnât cet ouvrage de la mesure de la terre autant qu'il seroit possible, ordonnât l'année derniere aux Mathematiciens de l'Academie des Sciences de continuer la premiere entreprise, & en se servant de ce qui estoit déja fait, de prolonger vers le Septentrion & vers le Midy jusques aux confins du Royaume, une ligne meridienne qui passât par le milieu de l'Observatoire de Paris.

On a poussé ce travail fort loin pour une année, & il y a lieu d'esperer que sa Majesté y fera donner dans peu de temps la derniere main.

F I N.

DE MENSURIS.

DE

MENSURIS.

SUPPOSITO pede Parisino partium 720

Erit pes Rhinlandicus vel Leydensis, ex propria observatione, 696

Pertica Rhinlandica continet 12 pedes.

Londinensis ad me missus $675\frac{1}{2}$

Danus, ex propria observatione, $701\frac{8}{18}$

Ulna Danica continet duos pedes.

Dantiscanus, ex proportione cum Leydensi, lib. 1. Selenograph. Hevelii, 636

Lugdunensis Galliæ, ex observatione D. Auzout, $757\frac{2}{3}$

Bononiensis Italiæ, ex observatione ejusdem, 843

Bracchium Florentinum, ex eodem & Mersenno, 1290

Bracchium Florentinum dividitur in 20 solidos, solidus in 3 grossos.

Pes Suecus mihi traditus, $658\frac{1}{4}$

Pes Bruxellensis ad me missus $609\frac{3}{5}$

Amstelodamensis ex Leydensi juxta Snellium, 629

Palmus Romanus Architect. ex propria observatione & D. Auzout, $494\frac{1}{4}$

Canna Architect. continet Palmos 10.

Pes Romanus Capitolii ex propria observatione & D. Auzout, 653

vel, $653\frac{1}{5}$

Melius ex Græco, 652

Numerus 652 pro pede Romano Capitolii exactè convenit cum pede Græco, qui ibidem prostat partium 679, juxta proportionem 24 ad 25. Sed quia ex Gravio pes Anglus est ad Romanum ut 1000 ad 967, sequitur Romanum esse $653\frac{1}{5}$ in eo statu in quo est.

Pes Romanus Valalpandi ex congio juxta Ricciolum, $665\frac{2}{19}$

Nam ex Ricciolo Romanus est ad Bononiensem ut 120 ad 152,

vel 15 ad 19. Verum, ſi ex obſervatione D. Auzout, dictus congius Veſpaſiani, ſeu Farneſianus continet aquæ fontanæ Trevianæ uncias Pariſienſes 109, groſſos 3, grana 24; proindeque pes cubicus congii octuplus, ſit librarum 54, unciarum 11, groſſorum 2, & granorum 48, cum ex propria obſervatione pes cubicus Pariſienſis continet aquæ fontanæ libras 69, cum 9 unciis, 3 groſſis, 22 granis. Hinc ſuppoſita aquarum ſimilitudine, eſſet pes Romanus congialis ad Parienſem, ut 663 ad 720.

Si pes Romanus eſſet $664\frac{2}{3}$, erit ratio ut 13 ad 12, ſicut unciarum ratio.

Sed pes Romanus Statilii in Belvedere, $655\frac{1}{2}$

Pes Romanus qui in hortis Mattei, $657\frac{1}{2}$

Pes Romanus ex palmo, $658\frac{3}{4}$

Seu ferè & proximè, 659

Vid. Plin. libro 7. capite 2, & Ghetaldum in Archim. *promot.* ubi palmus ſeu ſpithama per dodrantem indicatur.

Romæ in pavimento Panthei lapidum quadratorum latera Pariſienſes pedes 9 cum lineis 8 continent, quæ ſi Romanorum pedum 10 ſupponantur, erit pes Romanus, 653

Faſcia marmorea ejuſdem pavimenti lata ped. Pariſ. 2, cum lineis $8\frac{1}{2}$: quæ ſi fuerit 3 pedum Romanorum, erit pes Romanus, 650

Portæ ejuſdem Templi latitudo eſt pedum Pariſinorum 18, cum pollicibus $4\frac{3}{4}$; hinc ſi ſupponamus dictam Portam fuiſſe *pedum* Romanorum 20, erit pes Romanus $661\frac{2}{3}$

Nota ex Greaves Anglo, dictam portam eſſe pedum Londinenſium 19 cum $\frac{602}{1000}$; unde ſequeretur pedem Londinenſem eſſe ad Pariſinum, ut $674\frac{1}{3}$ ad 720, cum reverà ſit ut $675\frac{1}{2}$ ad 720. Hinc arguitur, aut pedem Anglum mutatum fuiſſe, aut dictum Greaves uſurpaſſe pedem Anglum juſto minorem. Idem prorſus arguitur ex proportione Bracchii Florentini quàm tradit.

Pyramidis Ceſtii baſis latera pedes Pariſinos habent $86\frac{1}{4}$. Sed ſi ea ſupponamus paſſuum Romanorum 19, aut pedum 95, erit pes Romanus $653\frac{1}{2}$.

In

In arcu Septimii Severi columnarum diameter prope basim est pedis Parisini 1, cum 4 poll. $\frac{1}{4}$; quod accedit ad latitudinem Fasciarum Porphyreticarum in pavimento Rotundæ seu Panthei; nempe 1 pedis cum pollibus 4$\frac{1}{3}$, pro sesquipede Romano.

Ex diametro Columnarum, erit pes Romanus. 650

Ex Fascia Porphyretica. 653$\frac{1}{3}$

Longitudo penduli cujus vibrationes singulis temporis medii secundis absolvuntur, observata Parisiis, Uraniburgi, Lugduni, in monte Setio, & ad Pyrenæos montes inventa fuit 36 poll. 8 lin. $\frac{1}{2}$, seu pollicum 36 cum $\frac{71}{100}$ fere juxta pedem Parisiensem.

Longitudo penduli juxta varias mensuras.

Mensuræ variæ ad pedem Parisinum comparatæ.		*Pollices, seu unciæ.*	*Millesimæ partes pollicis.*
Pes Parisinus	720	36	cum 708
Rhinland.	696	37	974
Bononiensis	843	31	352
Palm. Rom. Arch.	994$\frac{1}{4}$	53	472
Brach. Florent.	1290	20	480
Seu 1. brach. cum solidis 14. groff. 0$\frac{14}{100}$.			
Pes Rom. Capit.	653$\frac{1}{4}$	40	459
	953$\frac{1}{2}$	40	443
	652	40	536
Ex Congio	665	39	744

Sit pollex Parisin. 40$\frac{1}{3}$, erit tunc pes Romanus partium earumdem 652 $\frac{6}{10}$.

Pes Anglus	675$\frac{1}{2}$	39	126

seu pollicum fere, & quam proxime 39$\frac{1}{8}$.

Hero Mechanicus in Isagoge.

Ὁ δὲ Ἰταλικὸς ποὺς δακτύλους ἔχει τρεῖς, καὶ δέκα καὶ τρίτον.

Hinc Salmasius in exercitationibus Plinianis, pag. 684, ar-

guit pedem alium fuisse 16. digit. in urbe scilicet, alium in Italia digitorum 13. $\frac{1}{3}$, sed malè; loquitur enim Hero de pede Romano expresso in digitis Alexandrinis. Constat enim ex eodem Herone Alexandrinum fuisse ad Romanum, ut 6 ad 5, seu ut 16 ad 13 $\frac{1}{3}$.

Item Hyginus de limitibus constituendis: *In Germania*, inquit, *& in Tungris pes Drusianus habet monetalem & sescunciam.* Constat pedem Romanum in 12 uncias divisum hîc appellari monetalem. Unde si supponamus pedem Romanum 665, erit Drusianus 747, major scilicet Parisiensi, sed minor Lugdunensi. Sed si fuit pes Romanus 653, erit Drusianus 737 circiter.

Ibidem ubi loquitur de Cyrene: *Pes eorum qui Ptolemaïcus appellatur, babet monetalem & semunciam*, seu ut 25 ad 24 quemadmodum Græcus ad Romanum, quod non convenit cum Herone, nisi dicamus pedem Cyrenensem minorem fuisse Alexandrino.

Item Hero Mechanicus in Isagoge.

MILLIARE, intellige Alexandrinum, stadia habet 7$\frac{1}{2}$. Pedes Philetereos, hoc est Alexandrinos seu Regios, 4500, Italicos 5400. Hinc sequitur ratio pedis Alexandrini ad Romanum ut 6 ad 5. Itemque ratio milliaris Alexandrini ad Italicum ut 5400 ad 5000. Nam Italicum fuit passuum 1000.

Nota Alhazenum, dum tribuit terræ ambitui milliaria 24000, intelligendum de milliari Alexandrino.

Pro pede Arabico.

JUXTA Abulfedam 500 stadia, & quidem Alexandrina, ut suppono, æquivalent milliaribus 66$\frac{2}{3}$: ergo milliare Arabicum æquivalebit 7$\frac{1}{2}$ stadiis, sicut & milliare Alexandrinum ex Herone supra citato: ergo milliare Arabicum æquale Alexandrino. Sed in milliari Alexandrino dantur pedes Alexandrini 4500, & in Arabico 6000 Arabici; est igitur ratio pedis Alexandrini ad Arabicum,

bicum, seu pes Arabicus erit dodrantalis seu spithama, respectu Alexandrini, hoc est ut 4 ad 3.

In Ægypto singula latera majoris pyramidis sunt pedum Anglicorum 693 seu Parisiensium 650. Hinc Ægypticus ad Parisiensem ut 13 ad 12.

Nota. Parisiis anno 1668 facta est reformatio pedis latomorum, quorum sexpeda veram excedebat lineis 5.

Ulna Parisiensis, alia *des Merciers* continet pedes 3, pollices 7, lign. $10\frac{1}{3}$; alia *des Drapiers* continet pedes 3 poll. 7 lin. $9\frac{1}{2}$.

Prior æqualis est 4 pedibus Romanis quorum singuli $658\frac{1}{2}$ partium, quarum pes Parisinus 720.

Canna Monspeliensis continet pedes Parisin. 6. cum pollice $1\frac{1}{2}$, dividiturque in 8 palmos, vulgò *pans*, quorum singuli æquales sunt palmo Romano mercatorum, quorum 8 in canna.

Pan Monspeliensis continet 9 pollices, 2 lineas, $\frac{1}{4}$ sicut Romanus Mercatorum palmus.

Pedum comparatio & æquipollentia.

Alexandrini	144
Græci	125
Romani	120
Arabici	108
Parisienses	131

MESURES PRISES SUR LES ORIGINAUX & comparées avec le pied du Chastelet de Paris par M. Auzout.

Le pied de Paris dont on s'est servi, est celuy qui fut réduit l'an 1668 conformément à la Thoise du Chastelet. Il est divisé en 1440, c'est-à-dire, chaque ligne en 10 parties; & c'est sur cette mesure que les suivantes sont réduites.

Le palme de Rome pris au Capitole contient 988 $\frac{1}{2}$, ou 8 pouces, 2 lignes, 8 $\frac{1}{2}$ parties. Celuy des passets est quelquefois un peu plus grand, & fait 8 pouces, 3 lignes. Le passet est une mesure de buis qui contient ordinairement 5 palmes, & qui est faite de plusieurs pieces qui sont jointes ensemble par des clous, pour pouvoir se plier, & se porter commodément.

Le palme est divisé en 12 onces, & l'once en 5 minutes; ce qui fait soixante minutes au palme: on ne se sert point d'une plus petite division. 10. palmes font la canne que l'on nomme d'Architecte.

Le pied Romain que l'on nomme ancien, qui est celuy de Lucas Pœtus pris au mesme lieu, contient 1306 ou 1307 parties. Il est un peu trop petit, puis que le palme devant estre les trois quarts du pied, ou 12 doigts des 16 qui composent tout le pied, il devroit contenir suivant la premiere mesure 1318 parties.

Il reste à Rome deux pieds antiques sur deux sepulcres de Massons ou d'Architectes; l'un dans le Jardin de Belvedere, & l'autre dans la Vigne Mattei; & quoy-que les divisions en soient malfaites & inégales, on peut pourtant supposer que le total en est bon. Celuy de Belvedere contient 1311 parties ou bien 10 po. 11 l. & 1 partie ou $\frac{1}{10}$; & celuy de la Vigne Mattei en contient 1315; ou bien 10 po. 11. l. 5 parties ou $\frac{1}{2}$ ligne; & comme ils peuvent estre un peu diminuez sur les bords, on peut les estimer égaux à 16 onces du palme moderne.

Par toutes ces mesures on peut prendre l'aune de Paris pour 4 pieds Romains antiques.

Le pied Grec pris au Capitole a 1358 parties, ou bien 11 po. 3. l. 8 parties, estant au Romain comme 25 à 24, comme on déduit d'ordinaire de la différence de leurs stades dont l'une contenoit 600 pieds, & l'autre 625. Le pied Romain estant 1306 ou 1307, le pied Grec devroit estre 1364 ou 1365; & si le Romain estoit 1318, le Grec devroit estre 1373: si le Romain estoit 1311, le Grec seroit 1365 $\frac{5}{8}$: si le Romain estoit 1315, le Grec seroit 1369 $\frac{19}{24}$; toûjours plus grand que celuy du Capitole marqué par Lucas Pœtus.

Nota.

Nota. Le pied qui est à Belvedere sur le tombeau de T. Statilius Mensor, est divisé en palmes & en doigts; la division en est malfaite & grossiére: l'autre qui est dans la Vigne Mattei sur un autre tombeau de Cossutius, n'est point divisé en doigts. Il est à croire que Lucas Pœtus avoit marqué le pied Romain & le pied Grec de juste proportion; mais qu'à force de prendre le pied Romain, on l'a augmenté. Si le Romain estoit 652, le Grec seroit 679 $\frac{1}{6}$.

Le palme de Marchand dont 8 font la canne, dont on se sert pour mesurer toutes les étoffes, a 1102 $\frac{1}{2}$ parties, ou bien 9 pouces 2 $\frac{1}{4}$ de ligne. La canne faisant justement 6 pieds, 1 pouce, 6 lignes, elle revient à peu prés à une aulne & deux tiers de celle de Paris.

Le palme & la canne de Rome pour les Marchands, est précisément le pan & la canne dont on se sert à Montpellier.

Le palme de Naples pris sur l'original, a 1161 ou 1162 parties, ou bien 9 pouces, 8 lignes, 1 ou 2 parties.

La brasse de Florence prise à la mesure publique contre la prison, a 2580 ou 2581 parties, c'est à dire 1 pied, 9 pouces & 6 lignes, ou 1 partie davantage; mais le premier est plus juste.

Le pied de Boulogne pris dans le Palais de la Vicairie, a 1686 parties, ou bien 1 pied, 2 pouces & 6 parties.

Le bras pris au mesme lieu a 2826 parties, ou bien 1 pied, 11 pouces, 6 lignes; ce qui ne fait pas justement 5 pieds de 3 bras, comme le suppose le P. Riccioli.

Le bras de Modene a 2812 $\frac{1}{2}$ parties; ou bien 1 pied, 11 pouces, 5 lignes $\frac{1}{4}$.

Le bras de Parme pris auprés du Dome a 2526 parties, ou bien 1 pied, 9 pouces, 6 parties.

Le bras de Lucques a 2615 parties; ou bien 1 pied 9 pouces, 9 l. 5 part.

Le bras de Sienne pris sur la canne publique qui est posée horizontalement sous la loge de l'Hostel de ville, & qui contient 4 bras,

bras, a 2667 parties; ou bien 1 pied 10 pouces, 2 lignes, & 7 parties.

Le pied de Milan pris sur le Traboco de bois où on éprouve les mesures, a 1760 parties; ou bien 1 pied, 2 pouces, 8 lignes: & le bras dont le pied fait les deux tiers, a 2640 parties; ou bien 1 pied, 10 pouces.

Le pied de Pavie pris sur la canne de fer qui est à la porte du Dome, a 2080 parties; ou bien 1 pied, 5 pouces, 4 lignes; & le bras dont il est les trois quarts, a 2780 parties, ou 1 pied, 1 pouce, 2 lignes.

Le pied de Turin pris sur la mesure de cuivre qui est dans l'Hostel de Ville, a 2274 parties; ou bien 1 pied, 6 pouces, 11 lignes, 4 parties.

Le pied de Lyon contient 1515 & $\frac{3}{5}$ de partie; ou bien 1 pied, 7 lignes, & $\frac{27}{30}$.

La thoise contient 7 pieds $\frac{1}{2}$.

L'aulne de Lyon contient 3 pieds, 7 pouces, 8 lignes & 3 parties.

Fin des Mesnres données par M. Auzout.



De

DE MENSURA LIQUIDORUM ET ARIDORUM.

DE

MENSURA LIQUIDORUM ET ARIDORUM.

DOLIUM Pariense, vulgò *muid*, æquale habetur communiter 8 pedibus cubicis, ita ut dolia 27 impleant sexpedam cubicam.

Ex antiquis Statutis, *Ordonnances*, dolium deberet continere pintas 300; sed nunc 288; ita ut pintæ 36 implere debeant pedem cubicum.

Dividitur etiam communiter dolium in sextarios, *sextiers*, 36; sextarius verò in pintas 8; inde 288 pintæ in dolio.

Pinta quæ in domo publica Parisiensi asservatur, continet pollices cubicos $47\frac{2}{7}$; cùm ex dolio deberet esse pollicum cubicorum 48.

Sextarius, *chopine*, qui ibidem asservatur, major est dimidio pintæ, estque circiter pollicum cubicorum 24.

Demisextier quater sumptus excedit pintam pollicibus cubicis $2\frac{1}{2}$.

Dolium cujus longitudo GH est pollicum 32, diameter AB vel CD 22 pollicum, sed diameter EF 25 per medium foramen, *le bondon*; continet pintas $289\frac{3}{4}$. Sed si diameter EF sit pollicum $25\frac{1}{2}$, erit capacitas pintarum 296 ferè. TAB. XII. Fig. 1.

Nota contractionem uniûs pollicis in longitudine 8 pintas proxime demere.

Si longitudo GH sit $30\frac{1}{2}$ poll. diameter AB 23, & diameter EF 25, continet pintas $287\frac{3}{4}$.

Item, si longitudo GH sit 32. diameter AB 23, & diameter EF 24, continet pintas $289\frac{1}{4}$.

Modius Parisiensis pro granis, vulgò *le boisseau*, æqualis est cubo cujus latus 8 pollicum, 7 linearum $\frac{13}{20}$; seu continet pollices cubicos 644 $\frac{68}{100}$.

De Ponderibus.

PARISIIS in libra sunt unciæ 16, seu grossi 128, seu grana 9216.

In uncia sunt grossi 8, seu grana 576.

In grosso seu drachma sunt 3 scrupuli, seu 72 grana.

In scrupulo seu denario grana 24.

Facto experimento Parisiis in Curia *des Monnoyes*, constitit cubum cujus capacitas 171. pol. $\frac{1}{2}$, continere aquæ puræ fortanæ *d'Arcueïl* libras 6 cum unciis 14, grossis 4, & granis 2; seu omnino grana 63650. Unde sequitur cubum pedalem Parisiensem continere ejusdem aquæ libras 69 cum unciis 9, grossis 3, & granis 22, seu summatim grana 641326. Hinc pollex cubicus ejusdem aquæ grana 371 $\frac{1}{10}$.

Pollices cubici 171 $\frac{1}{2}$ sunt pintæ 3 $\frac{1}{2}$ cum pollicibus 3 $\frac{1}{2}$, supposito quod pinta sit pollicum 48, uti in dolio. Fuisset congii Farnesiani pondus granorum 63162, posito latere cubi 665 partium.

Hinc si pinta supponatur pollicum cubicorum 48, continebit libras 2, minus 1 uncia, cum 41 granis, seu continebit grana 17814 $\frac{1}{2}$ dictæ aquæ, seu 1 libram cum unciis 14 & grossis 7 $\frac{1}{2}$ circiter; at vini libram unam cum unciis 14 & grossis 2 $\frac{1}{2}$; est autem differentia $\frac{1}{30}$ totius ponderis.

Latus dicti cubi continentis pollices cubicos 171 $\frac{1}{2}$ est partium decimarum lineæ 666 $\frac{7}{10}$ cùm debuisset esse 665, ut æquaretur dictus cubus congio Farnesiano seu octanti pedis Romani cubici; excedebat ergo granis 488, seu grossis 6 & granis 56.

Ex D. Auzout libra Romana hodierna, quæ est unciarum Romanarum 12, continet uncias Parisienses 10 cum grossis 7 & granis 12; seu summatim 6276 grana.

Hinc

Hinc patet unciam Romanam hodiernam aurificam, leviorem esse Parisiensi granis Parisiensibus 43.

Mersennus dicit unciam Romanam leviorem esse Parisiensi granis 45, *tom. 3 Observat. Physicomathem.* Erit igitur ex D. Auzout ratio unciæ Rom. ad Paris. ut 11 ad 11 $\frac{473}{533}$. Sed si ponamus unciam Romanam minorem non 43, sed 44 gran. erit ratio ut 12 ad 13.

Ex eodem D. Auzout congius Farnesianus qui debuit continere libras antiquas 10, seu uncias 120 vini, deprehensus est continere aquæ fontanæ *di Trevi* uncias Parisienses 109 minus granis 24, seu libras 6 cum unciis 12, groff. 7, & granis 48: fuisset autem pondus vini levius.

Congius qui asservatur Parisiis in Bibliotheca PP. S. Genovefæ, continet aquæ Sequanæ libras 7 cum uncia 1, grossis 2, & granis 36.

Vas cujus capacitas 171 $\frac{1}{2}$ pollicum cubicorum, seu cujus latus 666 $\frac{7}{10}$ partium, qualium Parisiensis pes, continet 1440: deficiebat à dicto congio unciis 2 & grossis 6; proindeque dictus congius excedit dictum congium Vespasiani unciis 3, grossis 4, & granis 65. Dicunt illum esse quem dimensus est Gassendus.

Pondus aquæ excedit pondus vini communiter parte octogesima.

Pondus aquæ ad pondus aeris, ut 960 ad 1.

Pondus aquæ marinæ ad aquam Sequanæ, ut 46 ad 45.

Mensuræ liquidorum antiquæ.

AMPHORA, seu pes cubicus continet pondus vini librarum Romanarum 80.

Urna dimidium amphoræ, seu libras 40.

Congius libras 10, seu semipes cubicus; ac proinde pars octava amphoræ.

Sextarius est sexta pars congii.

Hemina, seu cotyla est semisextarius cujus pondus unciarum

Parisiensium $9 \frac{1}{12}$. Si congius sit unciarum Parisiensium 109;

Ciatus est sexta pars heminæ.

Deprehendit Gassendus, ut ipse narrat in vita Peireskii, aquam quæ Romano pondere debuit esse decem librarum seu unciarum 120, antiquarum scilicet, esse pondere Parisiensi librarum 7 minus unciæ quadrante, seu unciarum 111, & quadrantum unciæ trium.

Hinc uncia Romana antiqua continet grana 536, qualium in Parisiensi sunt 576; unde & illis in drachmas collectis obvenere cuilibet drachmæ grana 67; idque proinde existimavit pondus denarii Cæsaris, qui fuit drachmalis.

Sextarius antiquus continet sextam partem congii. Semisextarius partem duodecimam congii, aliàs hemina seu cotyla dicta. Ubi notandum semisextarium antiquum proxime accedere ad semisextarium Parisiensem.

De proportione aquarum effluentium.

EXPERIMENTUM.

Tab. XII. Fig. 2. EXPERIMENTO constitit corpus A in aqua stagnante natans, tractum à pondere B velocitate æquabili, seu tempore ut unum; deinde trahi velocitate ut duo, seu dimidio tempore à pondere quadruplo ipsius B; ita ut velocitates sint ut ponderum radices quadratæ.

Tab. XII. Fig. 3. Aqua effluens per foramen horizontale rectangulum CF est ad aquam effluentem per idem foramen verticale AD ut 3 ad 2, supposita constanti aquæ altitudine AC. ACE, BDF sunt parabolæ quarum vertices A & B; suntque CH, DG rectangula.

Aquæ effluentis per CF celeritas est ubique æqualis; aquæ vero effluentis per AC cæleritates respondent applicatis ad parabolas. Est ergo aqua effluens per CF ad aquam effluentem per AD, ut solidum rectangulum CG ad solidum parabolicum mixtum ABMNFC. Sunt autem ista solida ut rectangulum DG ad spatium

tium parabolicum DBMF, hoc eſt ut 3 ad 2; patet igitur propoſitum.

Aqua effluens per AD eſt ad aquam effluentem per AL in ratione ſeſquialtera altitudinum foraminum AC, AK; ſeu ut producta altitudinum AC, AK per ſuas radices quadratas multiplicatarum.

Eſt enim aqua effluens per AD ad aquam effluentem per AL, ut parabola ACE ad parabolam AKN, quarum vertex communis A. Sed parabolæ ſunt inter ſe ut cubi baſium; ipſæ verò baſes ſunt ut radices quadratæ altitudinum. Ergo parabolæ ſunt inter ſe ut cubi radicum quadratarum altitudinum; & ſic ſunt aquæ effluentes; quod erat demonſtrandum.

EXPERIMENTA.

PER foramen verticaliter ſitum ac rotundum cujus diameter unius pollicis, in lamina cujus craſſities $\frac{1}{3}$ lineæ, ac nudum, hoc eſt ſine canali, exiſtente aquæ ſuperficie plane tranquillâ ac ſine vorticibus, alta unâ lineâ ſuprà foramen, intra horas 24 dolia 65$\frac{3}{4}$ effluunt, vel 66$\frac{2}{3}$; & ſic intra tres dies dolia 200. Sed ſi ſuperficies aquæ ſit paulo depreſſior, ita ut labrum illud quod aquæ ſuperficiem terminare ſolet, ad dictam altitudinem unius lineæ terminetur, pulviſculi tamen ſuperficiei aquæ aſperſi non effluant; in dicto caſu effluent intra horas 24 dolia 63$\frac{1}{2}$. Itemque ſi dicto foramini apponatur tubulus cujus diameter ſit linearum 15, longitudo vero 3 pollicum cum dimidio, qui excipiat aquam è foramine euntem; non effluent niſi dolia 59 aut 60, ut plurimùm intra horas 24.

EXPE-

EXPERIMENTUM

circa necessariam declivitatem aquæ effluentis.

TAB. XII. Fig. 4.

In tubo AB cujus diameter pollicum 6, & longitudo sexped. 1000, notatæ sunt extremitates A B bene æquilibratæ, ope scilicet aquæ in tubo quiescentis. Tunc accedente per B, continuo affluxu, 6 pollicum aquæ quantitate, ut tota exiret per alteram extremitatem distantem mille sexpedis, necessarium fuit tubum aperire in C quinque pollicibus inferiùs quam A.

PROPOSITIO.

Vas aqua indesinenter plenum, cujus altitudo sit pedum 15, cum pollicibus 5, & lineis fere 7, per foramen rotundum pollicis unius, quantitatem aquæ cubicam pedalem emittet intra tempus 6 secund. quod sic demonstro.

Suppono corpus grave (guttam aquæ verbi gratia) motu naturaliter accelerato cadere ex altitudine pedum 15 cum pollice 1 & 2 lineis intra unicum minutum secundum temporis. Hoc supposito, quoniam aqua ex fundo vasis eo velocitatis gradu erumpit, quem acquisivisset si ex summa superficie ad fundum descendisset; supponiturque vasis altitudo pedum 15 cum pollice 1 & lineis 2, seu lineis 2174; quæ quidem altitudo conficeretur intra unum minutum secundum temporis motu naturaliter accelerato, ut demonstravit Hugenius ex penduli minuta secunda exhibentis longitudine, erit aquæ velocitas talis, ut per eam, continuò æquabilem, conficeretur spatium pedum 30 cum pollicibus 2 & lineis 4 intra unicum minutum secundum temporis. Moles igitur aquæ, quæ, dicto motu æquabili intra 1 secund. è vase indesinenter pleno per foramen rotundum unius pollicis fluit, æqualis est cylindro cujus diameter sit pollicis unius, altitudo vero pedum 30 cum pol-

licibus 2 & lineis 4; proindeque ſi dictæ quantitatis aſſumatur ſextuplum, provenient 2174 pollices cylindrici pro ſpatio temporis 6 ſecund. At juxta baſium rationem, quæ eſt quadrati circumſcripti ad circulum, cum 14 pollices cylindrici dent 11 pollices cubicos; 2174 cylindrici dabunt cubicos $1708\frac{1}{7}$, ſeu cubum pedalem fere, qui ſcilicet continet pollices cubicos 1728. Jam ut quadratum numeri $1708\frac{1}{7}$ ad quadratum numeri 1728, ita 15 pedes cum pollice 1 & lineis 2, ad 15 pedes cum pollic. 5, & lineis $4\frac{3}{5}$ pro altitudine vaſis è quo intra 6 ſecund. effluerent 1728 pollices cubici, ſeu quantitas aquæ cubica pedalis; quod erat propoſitum.

Corollarium primum.

Hinc patet qua ratione determinari poſſit tempus intra quod effluet aqua è dato vaſe priſmatico aut cylindrico per foramen datum in fundo factum. Nam ut altitudo pedum 15 cum pollice 1 & lin. 2 ad altitudinem vaſis datam, ita quadratum temporis unius minuti ſecundi, ad quadratum temporis intra quod grave aliquod decideret ex altitudine vaſis. Deinde ut eſt foramen ad baſim totam, ita tempus inventum ad tempus intra quod tota aqua effluet è vaſe dato ſemel pleno. Concipiamus enim vas diviſum in cylindros ejuſdem cum ipſo altitudinis, ſed quorum baſes æquales ſint foramini, maneatque vas plenum dum effluet quantitas aquæ iſtis omnibus cylindris æqualis: conſtat ex dictis futurum ejuſmodi effluxum cylindrorum dimidio tempore ejus quo omnes cylindri ſucceſſivè effluerent non motu uniformi, ſed retardato, qualis eſt motus projectorum aſcendentium, qui accelerato æqualis ſit; quamobrem patet Corollarium.

Corollarium ſecundum.

Constat item qua ratione ex tempore effluxûs aquæ in vaſe priſmatico aut cylindrico, cognoſcatur tempus quo grave

defcenderet ex altitudine vafis. Nam ut bafis eſt ad foramen, ita tempus totalis effluxûs aquæ ex vaſe ſemel pleno, eſt ad tempus quo grave decideret ex altitudine vaſis. Demonſtratio quidem eſt pro gutta aquæ decidente ex altitudine vaſis: ſed experiri poteris an hydrargyrus, ſeu argentum vivum, celeriùs effluat. Verum in praxi, quia effluxus ſub finem non eſt adeo regularis, ut meliùs obſervari ſeu determinari poſſit tempus quo vas datum evacuari debeat, utere methodo ſequenti.

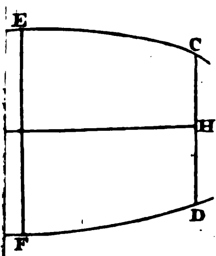
Data totali aquæ altitudine in vaſe cylindrico aut priſmatico, & dato inſuper tempore quo pars aquæ per fundum effluit, und cum reliqua altitudine aquæ; tempus quo tota aqua efflueret, poterit hoc modo determinari.

TAB. XII. Fig 5. Sit totalis altitudo aquæ AB; CB reliqua. Altitudinum *AB*, CB extrahantur radices quadratæ, ac deinde minor radix *ſubtrahatur* à majore, ut habeatur differentia; ut enim erit *differentia* radicum ad majorem, ita tempus obſervatum ad totale *quæſitum*; ſunt enim omnes altitudines à communi termino B in duplicata ratione temporum.

De menſura aquarum effluentium.

SUPPOSITA conſtanti aquæ altitudine pollicum $75\frac{8}{10}$, ſeu linearum $909\frac{6}{10}$ per foramen horizontale rotundum *unius pollicis* (ſicut & per quadratum æquivalens, cujus nempe latus erit linearum $10\frac{634}{1000}$) intervallo temporis 93 ſecund. effluxerunt pollices cubici aquæ $11412\frac{9}{10}$: ergo tempore 10 min. ſeu 600 ſecund. effluxiſſent pollices cubici aquæ $73631\frac{2}{3}$.

Jam ut 10 lin. $\frac{634}{1000}$ ad pollices $75\frac{8}{10}$, ſeu ad lineas $909\frac{6}{10}$; ita $73631\frac{2}{3}$ ad numerum cujus logarithmus 6.7991887, quot ſcilicet pollices cubici aquæ effluerent intra 10 min. per foramen horizontale latum 10 lineis $\frac{634}{1000}$, & longum pollicibus $75\frac{8}{10}$ quanta eſt aquæ altitudo. Hinc per ea quæ ſupra demonſtravimus de propor-



ig. 1.

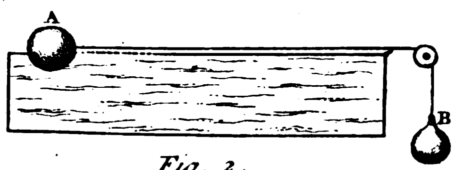


Fig. 2.

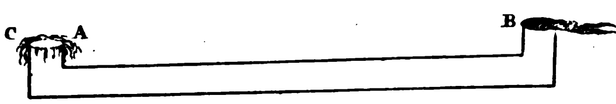
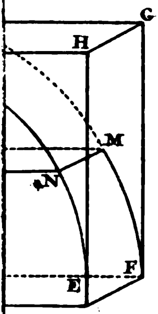


Fig. 4.



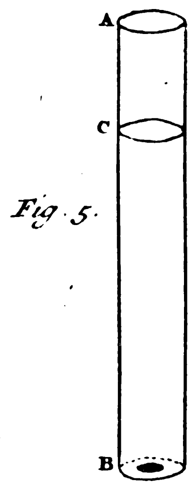
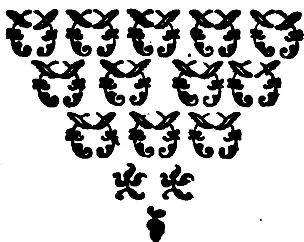


Fig. 5.

Picard.

portione aquarum effluentium per foramina horizontalia & verticalia, si ex logarithmo 6.7991887 tollatur differentia inter logarithmos numeri 3, nempe 0. 4771212 & numeri 2, nempe 0. 3010300, quæ erit 0. 1760912; quod idem est ac si facta additione logarithmi numeri 2 cum logarithmo 6. 7991887, tolleretur à summa logarithmus numeri 3, restabit logarithmus 6. 6230975 numeri experimentis pollices cubicos aquæ qui intra 10 min. effluxerunt per foramen verticale altum 75 poll. $\frac{8}{10}$ & latum 10 lineis $\frac{634}{1000}$. Sed si à logarithmo 6. 6230975 auferatur logarithmus 3. 2375437 numeri 1728 pollicum scilicet cubicorum unius pedis cubici, restabit numerus 3. 3855538, qui erit logarithmus numeri 2429 & $\frac{2}{3}$ circiter pedum cubicorum aquæ.

Juxta calculum præcedentis propositionis debuissent effluere pollices cubici aquæ 17125$\frac{1}{4}$ per foramen rotundum unius pollicis intra tempus 93 secund. supposita aquæ altitudine 909$\frac{6}{10}$ lin. cum effluxerint tantum 11412$\frac{9}{16}$, cujus ratio est proximè ut 3 ad 2.



FRAGMENS
DE
DIOPTRIQUE.

PAR MONSIEUR PICARD.

FRAGMENS
DE
DIOPTRIQUE.

PREMIERE PROPOSITION.

Si un rayon oblique AB tombe sur une surface platte BC, & passe dans un autre diaphane, le rayon rompu BD, & le prolongé BE tous deux bornez d'une mesme perpendiculaire DC, seront entre eux dans la raison du milieu d'où vient le rayon à celuy où il est entré. PL. XIII. Fig. 1. 2.

COMME parce qu'en fait de réfractions l'air est au verre comme 3 à 2; & au contraire, le verre à l'air comme 2 à 3: le rayon BD passé de l'air dans le verre, sera à BE comme 3 à 2 dans la premiere figure, & au contraire dans la seconde figure.

Démonstration.

L'angle BEC est égal à l'angle d'incidence FBA, & l'angle BDC égal à l'angle rompu GBD; donc BD est à BE comme le sinus de l'angle d'incidence au sinus de l'angle rompu, c'est-à-dire, comme la mesure du diaphane d'où vient le rayon, à celuy où il est entré.

Toutes les propositions suivantes sont generales comme celle-cy; mais pour plus grande facilité nous ne parlerons que du verre à l'égard de l'air.

Corollaire.

Il s'ensuit que pour les rayons de petite incidence, DC est aussi à EC comme 3 à 2, à cause de l'insensible difference.

SE-

SECONDE PROPOSITION.

Pl. XIII. Fig. 3. *Si un rayon AB tombe obliquement sur la surface spherique d'un verre dont le centre soit G, par lequel soit fait passer l'axe GC parallele à AB: le rayon rompu BD sera à la portion de l'axe DG comme 3 à 2.*

Démonstration.

L'angle CGB est égal à l'angle d'incidence ABF, & l'angle GBD est l'angle rompu; donc BD est à DG, comme le sinus de CGB au sinus de GBD, c'est-à-dire, comme 3 à 2.

Corollaire.

Il s'ensuit que pour les rayons de tres-petite incidence, lors que BD ne differe point de CD, alors DG est égale au diametre; & partant DC vaut trois demidiametres, & alors D est ce qu'on appelle le foyer absolu que nous marquerons dans la suite de la lettre H.

LEMME.

Pl. XIII. Fig. 4. *Aux cercles inégaux ABC, DEF, si les cordes AB, DE sont égales, les sinus verses AG, DH seront en raison réciproque des diametres.*

Démonstration.

La corde AB est moyenne proportionnelle entre le sinus verse AG & le diametre AC; donc le rectangle AG, AC est égal au quarré de AB. Par la mesme raison le quarré de DE ou AB est égal au rectangle DH, DF; donc les rectangles AG, AC, & DH, DF sont égaux; ils ont donc les costez reciproques; ce qu'il falloit prouver.

TROI-

TROISIÉME PROPOSITION.

L'incidence sur le verre convexe estant donnée avec le demidiametre, trouver la distance entre le foyer absolu & le concours du rayon rompu.

DANS la figure de la proposition précedente soit marqué le foyer absolu H à la distance de trois demidiametres; on demande à connoistre D H. Soit pris C K sinus verse de l'incidence. Je dis que D H est égale à $\frac{4}{3}$ C K. PL. XIII. Fig. 5.

Démonstration.

Ayant sur le centre D de l'intervalle D B décrit l'arc B L; alors D L sera à D G, & pareillement H C à H G comme 3 à 2; donc G L est le tiers de D L, aussibien que G C de H C. D'où il est clair que C H surpasse D L de 3 C L; & ayant ajousté C L à D L, C H surpassera C D du double de C L. Mais parce que les demidiametres D L, G C peuvent sans erreur sensible estre pris comme 3 à 1, K L est $\frac{1}{3}$ de C K, & par conséquent C L en vaut $\frac{2}{3}$: & puis que D H est égal à 2 C L, il s'ensuit que D H vaut $\frac{4}{3}$ C K.

Vous observerez qu'il ne s'agit icy que des rayons dont l'incidence ne passe pas 5 degrez; autrement D H deviendroit si grand, que D L ne pourroit sans erreur estre supposé triple de G C pour faire K L $\frac{1}{3}$ de C K; joint que la proportion réciproque des diametres suppose les cordes égales, & non pas les sinus droits; mais jusques à 5 degrez c'est la mesme chose.



PREMIÈRE PROPOSITION.

Si la convexité d'un verre plano-convexe reçoit les rayons paralleles à l'axe, le foyer absolu sera à un diamétre plus $\frac{1}{3}$ de l'épaisseur loin du sommet de la convexité du verre.

Pl. XIII. Fig. 6.

A est le centre; B le sommet; BH l'épaisseur; E le foyer absolu de la convexité si elle estoit seule; FG rayon rompu par la surface platte, & partant G foyer absolu. Je dis que GB vaut un diametre plus $\frac{1}{3}$ BH.

Démonstration.

Comme 3 est à 2, ainsi EF est à GF, ou EH à GH. Mais EH est égal à 3 demidiametres moins BH; donc GH *est égal* à un diametre moins $\frac{2}{3}$ BH, & finalement GB vaut *un diametre* plus $\frac{1}{3}$ BH.

SECONDE PROPOSITION.

Aux plan-convexes, si un rayon parallele à l'axe entre par la convexité, son éloignement du foyer absolu sera égal à $\frac{7}{6}$ du sinus verse de la premiere incidence, soit que ce sinus verse soit égal à l'épaisseur du verre, soit qu'il soit plus petit.

I. Cas. Pl. XIII. Fig. 7.

BK est l'épaisseur égale au sinus verse de l'incidence BD; E foyer absolu de la convexité; EL éloignement du foyer absolu de la mesme convexité; M foyer absolu du plan-convexe; G concours du rayon: je dis que G est audessus de M à $\frac{7}{6}$ de BK.

Démonstration.

Soit sur le centre G décrit l'arc DN, lequel à cause que GD est environ double de AB, coupera BK par la moitié en N. LD | LA || 3 | 2, & LD | DG || 3 | 2: donc DG ou GN == AL;

AL; mais AL vaut 1 diametre — $\frac{5}{6}$ BK, donc GN == 1 diametre — $\frac{6}{6}$ BK; ajoustant BN qui est $\frac{1}{6}$, alors GB sera == 1 diametre — $\frac{5}{6}$ BK: d'ailleurs BM distance du foyer absolu vaut 1 diametre + $\frac{2}{6}$ BK, la distance GM sera donc $\frac{7}{6}$ BK.

Supposons maintenant que l'épaisseur soit augmentée en PO; alors le foyer absolu M descendera d'un tiers de PK, mais aussi G descendera d'un tiers de PK ou DO, qui sont comme égales, la seconde refraction se faisant en O par une ligne parallele à DG, qui sera OR; puisque LD est environ triple de LG aussibien que LO de LR, il s'ensuit que la difference OD sera triple de RG. II. Cas. Fig. 8.

Seconde Proposition.

Tout verre plan-convexe ramasse les rayons paralleles à l'axe, à la distance du diametre de la convexité, de quelque costé qu'on la tourne.

Soit la convexité faite anterieure, comme en la neuvieme figure; le centre A; le rayon ED incident parallele à l'axe BA & prolongé en I; la premiere refraction IDF ou DFA == $\frac{1}{3}$ DAB ou IDA: donc FDA estant égal à 2, alors DFA sera égal à 1; donc FA est double de AD, c'est-à-dire, par la premiere refraction, le rayon en F est à une distance de trois demidiametres; ce qu'il faut bien retenir pour la suite. Mais par la seconde refraction faite par la surface platte, le concours F est approché du tiers de FB; donc BG distance du foyer G vaut un diametre, & l'angle IDG ou DGB == $\frac{1}{2}$ DAB. I. Cas. Pl. XIII. Fig. 9.

Soit la surface platte anterieure comme en la dixieme figure, alors il n'y aura qu'une refraction faite par la seconde surface; mais qui vaudra tout d'un coup la moitié de DAB; donc AD sera à DG ou BG, comme 1 à 2. II. Cas. Fig. 10.

Or avant que de passer outre, il sera bon de considerer que dans le premier cas il arrive au cercle la mesme chose qu'à l'ellipse. Car

 si

si la seconde surface avoit esté concave d'une circonference décrite sur le point F, les rayons seroient venus en F sans autre réfraction; ce qui est proprement ce qui arrive à l'ellipse. Et pour plus grand éclaircissement, soit une ellipse dont les foyers A, B; le grand axe CD, & le parametre CE; & suivant la mesure des refractions, soit AB = 6, & CD = 9, alors le rectangle DAC sera = 11 $\frac{1}{4}$; donc le rectangle de la figure DCE = 45; lequel estant divisé par CD, donnera 5 pour le parametre. Donc, puis que CB distance du foyer contient 1 $\frac{1}{2}$ parametre CE, si sur ce mesme parametre on décrit un cercle, sa convexité sans autre refraction portant aussi son foyer au sesquidiametre, il s'ensuit que le cercle & l'ellipse en ce cas font le mesme effet.

Pl. XIII. Fig. 11.

Pl. XIII. Fig. 12.

Le second cas répond aussi à ce qui arrive à l'hyperbole; car posé la distance des foyers AB = 6, & que l'axe transverse *CD* soit = 4, alors le rectangle BCA sera 5; donc le rectangle de la figure DCE sera 20, lequel divisé par 4 donnera 5 pour le parametre CE qui sera égal à CB distance du verre au foyer. Si donc on décrit un cercle sur CE, lequel soit presenté à l'objet de mesme que l'hyperbole, il fera le mesme effet pour la distance du foyer; & d'ailleurs il est démontré que de tous les cercles qui toucheront une section conique par dedans au *vertex*, le plus grand est celuy qui est décrit sur le parametre.

Troisiéme Proposition.

Estant donné un verre convexe des deux costez, égal ou inégal: comme la somme des diametres est à un des deux, ainsi l'autre diametre est à la distance du foyer.

Pl. XVI. Fig. 8. 9.

Soit AC les centres des convexitez; ED rayon incident parallele à l'axe, & prolongé en I, ADH, CDK perpendiculaires.

Dé-

Pl. XIII.

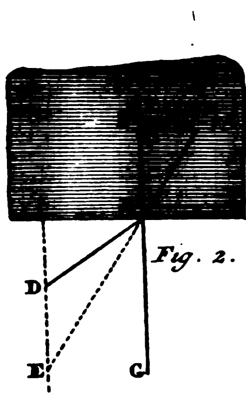


Fig. 2.

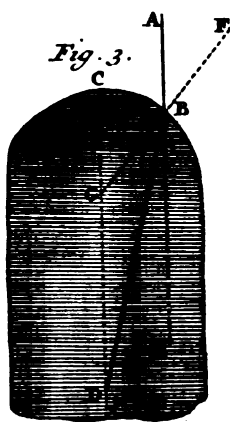


Fig. 3.

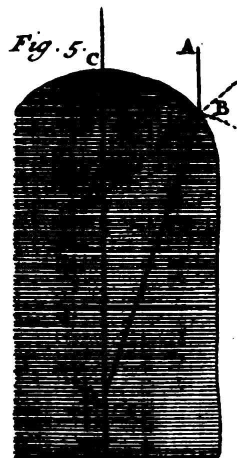
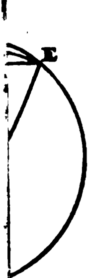


Fig. 5.



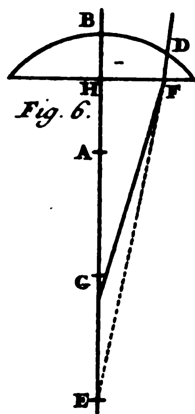


Fig. 6.

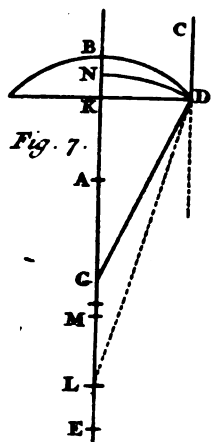


Fig. 7.

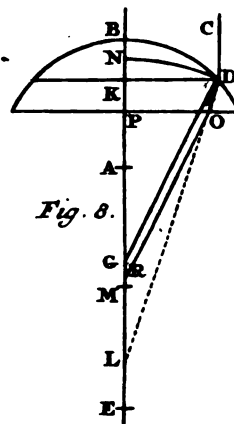


Fig. 8.

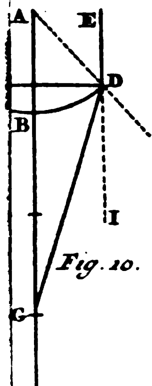


Fig. 10.

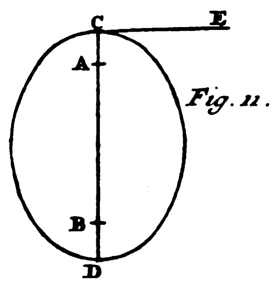


Fig. 11.

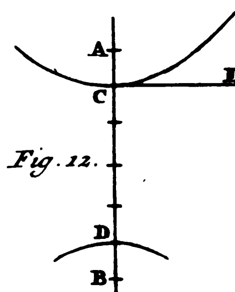


Fig. 12.

Picard.

Demonstration.

Par la premiere refraction IDF est égal à $\frac{1}{3}$ DCA. Par la seconde réfraction FDG est égal à $\frac{1}{2}$IDF + $\frac{1}{2}$HDI ou DAC: donc FDG est égal à $\frac{1}{6}$ DCA + $\frac{1}{2}$ DAC; & IDG ou DGA sera égal à $\frac{1}{2}$DCA + $\frac{1}{2}$DAC; donc 2DGA est égal à DAC + DCA; par consequent A+C est à C, comme 2 G est à C; c'est-à-dire, AC est à AD, comme 2 CD est à DG; & A+C est à A, comme 2 G est à A; c'est-à-dire, AC est à CD, comme 2 AD est à DG.

Premier Corollaire.

Il s'ensuit que le foyer G est toûjours plus proche que le grand demidiametre, & plus loin que le petit, & qu'il ne peut tomber au point C, que quand les convexites sont égales.

Second Corollaire.

Il s'ensuit aussi que quand les convexitez sont égales, le foyer est au centre de part & d'autre.

Troisiéme Corollaire.

Il s'ensuit aussi, que nonobstant l'inégalité des convexitez; le foyer est de part & d'autre à égale distance; c'est à dire, qu'il n'importe de quel costé le verre soit tourné.

Quatriéme Corollaire.

Il s'ensuit encore que la totale refraction IDG ou DGA est toûjours la moitié de l'angle ADK, lequel comprend DAC + DCA.

QUATRIE'ME PROPOSITION.

Les verres plan-concaves détournent les rayons paralleles à l'axe comme s'ils venoient de l'extrémité du diametre prise au devant du verre.

Démonstration.

I. *Cas.* Pl. XIV. Fig. 1. LA premiere refraction IDM ou EDF ou DFA est égale à $\frac{1}{3}$ EDA ou $\frac{1}{2}$ ADF; donc AF est double de AB; c'est-à-dire, que par la premiere refraction s'il n'en arrivoit point d'autre, le rayon seroit détourné en M comme venant de F à la distance de trois demidiamétres; mais à cause de la surface platte, la seconde refraction approche le concours F en G du $\frac{1}{3}$ de BF; donc par la totale refraction IDN, le rayon DN vient comme de G à la distance du diamétre.

II. *Cas.* Fig. 2. Il n'y a icy qu'une refraction non plus qu'au second cas *de la* deuxiéme proposition; mais cette refraction est tout d'un coup une moitié de l'incidence, comme estant faite du verre à l'air: donc IDN ou DGA est égal à $\frac{1}{2}$ DAG; donc DG ou GB est égal à 2 AD ou 2 AB.

Notez que G est icy une espece de foyer, mais de divergence.

CINQUIE'ME PROPOSITION.

Estant donné un verre concave des deux costez égal ou inégal: comme la somme des diamétres est à l'un des deux, ainsi l'autre est à la distance du foyer de divergence.

Démonstration.

Pl. XIV. Fig. 3. 4. LA premiere refraction IDM est égale à $\frac{1}{3}$ DAB. La seconde refraction MDN est égale à $\frac{1}{6}$ DAB + $\frac{1}{2}$ DCA. Donc la totale IDN est égale à $\frac{1}{2}$ DAB + $\frac{1}{2}$ DCA: donc ayant prolongé ND en G, l'angle DGC sera égal à $\frac{1}{2}$ DAB + $\frac{1}{2}$ DCA, & le reste comme en la troisiéme proposition.

Pre-

Premier Corollaire.

Il s'ensuit qu'un verre également concave fait diverger les rayons comme s'ils venoient du centre.

Deuxiéme Corollaire.

Il s'ensuit aussi qu'il n'importe de quel costé on tourne un verre inégalement convexe.

Troisiéme Corollaire.

Il s'ensuit encore que la totale refraction est $\frac{1}{2}$ ADK.

SIXIE'ME PROPOSITION.

Tout verre qu'on appelle Menisque, c'est-à-dire, qui a un costé convexe & l'autre concave, a son foyer de convergence ou de divergence dans la proportion suivante.

COMME la différence des diamétres est à un des diamétres, ainsi l'autre diamétre est à un quatriéme terme, qui sera le foyer de convergence à la façon des convexes, si la convexité prévaut ; mais il sera le foyer de divergence à la façon des concaves, si la concavité prévaut : car si la concavité estoit supposée égale à la convexité, il n'y a point de difficulté que, la deuxiéme refraction détruisant la premiere, le rayon demeureroit parallele.

Il y a donc deux cas à démontrer ; & notez que dans toutes les figures, A est centre de la convexité, & C celuy de la concavité.

Quand les menisques appartiennent aux convexes, c'est-à-dire, que le diamétre de la convexité est plus petit que celuy de la concavité. I. Cas.

Dé-

Démonstration.

Soit premierement la convexité tournée vers l'objet, alors pour la démonstration il faut considerer la proportion des diamétres entre eux.

Pl. XIV. Fig. 5. Soit B C demidiamétre de la concavité triple de A B; alors par la premiere refraction le rayon sera porté en C; & comme il sera devenu perpendiculaire à la concavité, il ne sortira point de C. Donc C & G concourront; donc D G A qui est $\frac{1}{3}$ D A B, sera $\frac{1}{2}$ A D C.

Fig. 6. Soit B C plus grande que le triple de A B; alors le tiers de D A B sera plus grand que I D C. Donc par la premiere refraction I D M estant $\frac{1}{3}$ D A B, le rayon rompu D M passera D C. Or M D A est égal à $\frac{2}{3}$ B A D; donc M D C est égal à A D C — $\frac{2}{3}$ D A B. Mais M D G est égal à $\frac{1}{2}$ M D C; donc M D G *est égal à* $\frac{1}{2}$ A D C — $\frac{1}{3}$ D A B: ajoustant donc I D M, on aura *I D G ou* $\frac{1}{2}$ D G A égal à $\frac{1}{2}$ A D C.

Fig. 7. Soit B C moindre que le triple de A B, alors par la premiere refraction D M ne passera pas D C: donc comme M D A est toûjours $\frac{2}{3}$ D A B, M D C est égal à $\frac{2}{3}$ D A B — A D C. Mais M D G est égal à $\frac{1}{2}$ M D C; donc M D G est égal à D A B — $\frac{1}{2}$ A D C. Ostant donc M D G de I D M restera $\frac{1}{2}$ A D C.

Fig. 8. Soit enfin la concavité du costé de l'objet. I D M est égal à $\frac{1}{3}$ D C B ou I D K; donc M D K est égal à $\frac{2}{3}$ D C B, & M D H sera égal à $\frac{2}{3}$ D C B + K D H ou A D C. Mais M D G est égal à $\frac{1}{2}$ M D H; donc M D G est égal à $\frac{1}{3}$ D C B + $\frac{1}{2}$ A D C. Ostant donc I D M, reste I D G ou D G A égal à $\frac{1}{2}$ A D C.

Conclusion pour toutes ces figures.

D G A est égal à $\frac{1}{2}$ A D C; donc dans les Figures 5. 6. & 7,

CDA

	CDA	DAC	2 DGA	DAG
Ou bien comme	CA	CD.	2 AD	DG.
Et dans la 8e. figure	CDA	DCA	2 DGA	DCA.
Ou bien comme	CA	DA	2 CD	DG.

Donc doublant les deux premiers termes de ces proportions on aura géneralement, que comme la différence est à tel qu'on voudra des diamétres, ainsi l'autre est au foyer: ce qui vient de ce que l'angle du foyer n'est icy que moitié de la différence des angles des centres, au lieu qu'à la troisiéme proportion il est moitié de la somme.

Quand les menisques appartiennent aux concaves, c'est-à-dire, quand le diamétre de la convexité est plus grand que celuy de la concavité, laquelle prévaut : II. Cas.

Soit premierement la convexité vers l'objet. La premiere refraction IDM est égale à $\frac{1}{3}$ DAB, donc MDA est égal à $\frac{2}{3}$DAB, & MDC égal à $\frac{2}{3}$DAB + ADC: mais la deuxiéme refraction MDN est égale à $\frac{1}{2}$ MDC; donc MDN est égal à $\frac{1}{3}$ DAB + $\frac{1}{2}$ADC: ostant donc IDM, reste IDN ou DGC égal à $\frac{1}{2}$ ADC. Pl. XIV. Fig 9.

Soit secondement la concavité vers l'objet.

Dans la dixiéme figure, AB estant triple de BC, la premiere refraction portera le rayon sur DH, & il n'y aura point de seconde refraction, & le centre A sera le foyer de divergence; or par la proportion donnée DAC ou DGC est égal à $\frac{1}{2}$ ADC. Fig. 10.

Dans l'onziéme figure AB est moindre que triple, si-bien que le rayon par la premiere refraction n'est pas porté jusqu'en DH. IDM est égal à $\frac{1}{3}$ BCD ou IDK, & MDK égal à $\frac{2}{3}$BCD; donc MDH est égal à $\frac{2}{3}$ BCD —— HDK ou ADC. Mais MDN est égal à $\frac{1}{2}$ MDH; donc MDN est égal à $\frac{1}{3}$ BCD —— $\frac{1}{2}$ ADC. Si donc de IDM on oste MDN, restera IDN, ou DGC égal à $\frac{1}{2}$ ADC. Fig. 11.

Dans la douziéme figure AB estant plus grand que le triple de BC, Fig. 12.

BC, le rayon DM par la premiere refraction passe DH. IDM est égal à $\frac{1}{3}$ BCD ou IDK, & MDK est égal à $\frac{2}{3}$ BCD; donc MDH est égal à HDK — $\frac{2}{3}$ BCD. Mais MDN est égal à $\frac{1}{2}$ MDH; donc MDN est égal à $\frac{1}{2}$ HDK ou ADC — $\frac{1}{3}$ BCD: ajoustant donc IDM, on aura IDN ou DGC égal à $\frac{1}{2}$ ADC.

C'est donc icy la mesme conclusion que dessus, avec cette seule différence, que le quatriéme terme trouvé donne icy le foyer de divergence audevant du verre.

SEPTIE'ME PROPOSITION.

Pl. XIV. Fig. 13. 14. 15. 16. 17.

Si un rayon tombant au point D sur un verre convexe, vient d'un point de l'axe F, sa totale refraction MDO sera égale à la moitié de l'angle HDC ou ADK compris entre les lignes tirées des centres des convexitez.

Démonstration.

I & II. Cas. Fig. 13. 14.

SOIT le point F le mesme que le centre C, comme dans la treiziéme figure, ou bien au-delà, comme dans la quatorziéme figure. La premiere refraction MDN est égale à $\frac{1}{3}$ HDF; la seconde NDO est égale à $\frac{1}{6}$HDF + $\frac{1}{2}$CDF: donc MDO est égal à $\frac{1}{2}$HDF + $\frac{1}{2}$CDF, c'est-à-dire, MDO est égal à $\frac{1}{2}$HDC, ou ADK.

III. Cas. Soit le point F plus prés que le centre C, alors la production DM tombera hors l'angle ADK: d'où il s'ensuit trois autres cas exprimez dans les figures suivantes.

Fig. 15. 1° Soit l'angle CDF égal au tiers de FDH, alors par la premiere refraction, le rayon DN tombera sur DK, & ne fera plus d'autre refraction; ainsi MDO tiers de FDH sera par la supposition $\frac{1}{2}$ CDH.

Notez qu'en ce cas, DF est la moitié du foyer des paralleles, comme

comme on le verra dans la dixiéme proposition.

2°. Soit l'angle C D F plus grand que le tiers de F D H, alors D N ne viendra pas jusqu'en D K, & par conséquent D O moins divergeant que F D, tombera entre M D & D N. Cela estant, la premiere refraction M D N est égale à $\frac{1}{3}$ H D C + $\frac{1}{3}$ C D F; la seconde N D O est égale à $\frac{1}{2}$ N D K, c'est-à-dire, N D O est égal à $\frac{1}{2}$ C D F — $\frac{1}{2}$ M D N, ou bien N D O égal à $\frac{1}{2}$ C D F — $\frac{1}{6}$ H D C — $\frac{1}{6}$ C D F. Mais M D O est égal à M D N — N D O; donc M D O est égal à $\frac{1}{3}$ H D C + $\frac{1}{3}$ C D F — $\frac{1}{2}$ C D F + $\frac{1}{6}$ H D C + $\frac{1}{6}$ C D F, c'est-à-dire, M D O est égal à $\frac{1}{2}$ H D C. Fig. 16.

3°. Soit l'angle C D F moindre que le tiers de F D H, alors D N passera D K, & partant D O sera tout à la gauche. La premiere refraction M D N est égale à $\frac{1}{3}$ H D C + $\frac{1}{3}$ C D F: & la seconde N D O égale à $\frac{1}{2}$ N D K, c'est-à-dire, N D O est égal à $\frac{1}{2}$ M D N — $\frac{1}{2}$ C D F, ou bien N D O est égal à $\frac{1}{6}$ H D C + $\frac{1}{6}$ C D F — $\frac{1}{2}$ C D F. Mais M D O est égal à M D N + N D O; donc M D O est égal à $\frac{1}{3}$ H D C + $\frac{1}{3}$ C D F + $\frac{1}{6}$ H D C + $\frac{1}{6}$ C D F — $\frac{1}{2}$ C D F, c'est-à-dire, M D O est égal à $\frac{1}{2}$ H D C. Fig. 17.

Notez que dans tous les cas de cette proposition, quand les convexitez sont inégales, il peut arriver que D O soit ou convergente ou parallele ou encore divergente, suivant que le point F sera plus loin que le foyer, ou dans le foyer mesme ou au deça; mais cela ne fait rien à la démonstration.

HUITIE'ME PROPOSITION.

Deux rayons estant posez, l'un parallele E D dont la totale refraction soit I D G, l'autre oblique F D, dont aussi la totale refraction soit M D O; la différence des refractions O D G sera toûjours égale à E D F différence des premieres incidences sur le verre. Pl. XIV. Fig. 13. 14. 15. 16. 17.

Démonstration.

PAR la proposition précedente & par le quatriéme corollaire de la troisiéme proposition les angles M D O, I D G sont

 moi-

moitié d'un mesme angle HDC, ou ADK, & par conséquent égaux entre eux; ayant donc osté (dans les 13. & 14. figures) ou ajousté (dans les 15. 16. & 17.) l'angle commun IDO, on aura ODG égal à IDM, c'est-à-dire, à EDF.

Premier Corollaire.

Il s'ensuit que l'angle DFB est toûjours égal à l'angle ODG.

Second Corollaire.

Les mesmes choses se démontreront aussi facilement à l'égard des verres concaves, comme il se peut voir par le troisiémé corollaire de la cinquiéme proposition, & de ce que, supposé un concave égal à un convexe, si les incidences sont égales, les refractions le seront aussi; l'une en écartant, l'autre en réünissant les rayons.

NEUVIE'ME PROPOSITION.

Probleme pour les rayons divergens d'audelà du foyer du verre convexe.

Le foyer d'un verre convexe & la distance d'un point de divergence plus éloigné que le foyer estant connus trouver à quelle distance du verre les rayons seront ramassez.

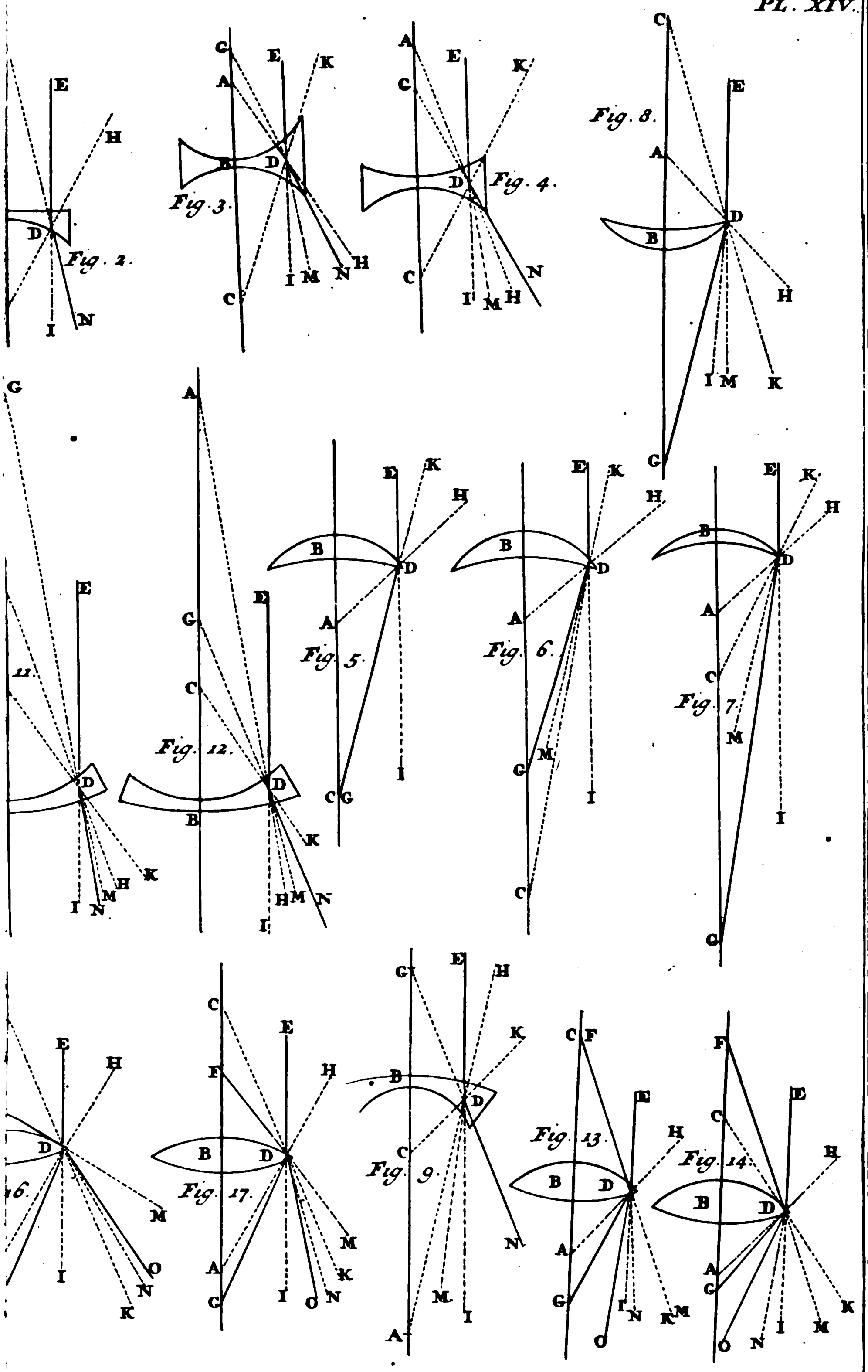
Régle.

COMME la distance du point de divergence moins le foyer est au foyer, ainsi le mesme foyer est à un quatriéme terme, auquel le foyer estant ajousté vous aurez le requis.

Ou bien, comme la distance du point de divergence moins le foyer est à la distance toute entiere, ainsi le foyer est au requis.

Dé-

Pl. XIV.



Picard.

Démonstration.

Soient les foyers G, *g*, & la distance du point de divergence F B; on demande B O. Par le premier corollaire de la huitiéme proposition l'angle O D G est égal à D F *g*; mais à cause que les distances des foyers G D, *g* D sont égales par le troisiéme corollaire de la troisiéme proposition, les angles O G D, D *g* F sont aussi égaux: donc les triangles F *g* D, D G O sont semblables; & partant comme F B —— *g* B est à *g* B ou *g* D (lesquelles sont sensiblement égales à cause des petites incidences) ainsi G B ou son égale G D est à G O, à laquelle ajoustant le foyer G B on aura B O que l'on demande. Pl. XV. Fig. 1.

Ou bien, comme F B —— *g* B est à F B ou F D son égale, ainsi G B ou G D est à O B ou O D que l'on cherche.

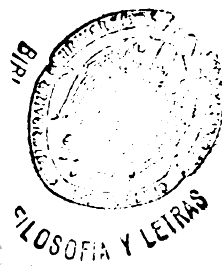
Premier Corollaire.

Il s'ensuit que les rayons venant du double du foyer, sont ramassez à la mesme distance.

Deuxiéme Corollaire.

Il s'ensuit comment on peut trouver le juste foyer d'un verre par le moyen de la peinture d'un objet proche dont la distance soit connuë. Car puis que l'angle O D G est égal à F, si on fait D O G commun, les triangles D O G, F O D seront semblables: donc comme F O distance entre l'objet & la peinture, est à F D ou F B distance entre l'objet & le verre; ainsi D O ou B O distance entre le mesme verre & la peinture, est à G D ou G B foyer requis.

Notez que le meilleur moyen de trouver le foyer d'un verre par la peinture, est de recevoir celle du soleil sur un papier gris, lors qu'il passe quelques nuages entrecoupez, si c'est un grand verre; car



car aux petits on le trouve facilement par la peinture des objets un peu éloignez & éclairez, mais il ne faut pas que le verre soit fort découvert.

Un autre moyen pour les grands verres est avec un oculaire un peu fort, en regardant la lune, lors qu'elle n'est pas pleine ou quelque moindre planette, ou mesme les étoiles fixes.

Troisiéme Corollaire.

Il s'ensuit de plus comment connoissant le foyer d'un verre, & sçachant la distance du verre à la peinture, on trouvera la distance de l'objet au verre. Car en renversant la premiere regle, le foyer qui est connu se trouve moyen proportionnel entre deux termes dont le premier est donné; donc comme la distance de la peinture au verre est au foyer, ainsi le foyer est à un quatriéme terme, lequel augmenté du foyer, donnera la distance entre le verre & l'objet.

On peut juger par cette regle que la distance de l'objet ne doit pas estre excessive à comparaison du foyer; car quelle partie le foyer est de la distance F*g*, telle partie le prolongement GO est du mesme foyer, & partant devient insensible quand la distance de l'objet est trop grande à comparaison du foyer; d'où vient que pour trouver le foyer d'un petit verre, il n'est pas nécessaire de choisir un objet fort éloigné, d'autant que la difference devient bientost insensible.

DIXIE'.

Dixiéme Proposition.

Probleme pour les rayons divergens d'audeçà du foyer d'un verre convexe.

Le foyer d'un verre convexe, & la distance d'un point de divergence plus proche que le foyer estant connus, trouver à quelle distance le rayon devenu moins divergent iroit concourir avec l'axe s'il estoit prolongé.

Il est clair de ce que dessus, que le verre convexe ramasse les rayons qui viennent d'un point audelà du foyer, & qu'il rend paralleles ceux qui viennent du foyer mesme; mais qu'il laisse encore divergens ceux qui viennent de plus prés, diminuant seulement leur divergence, & les disposant comme s'ils venoient d'un point plus éloigné; & c'est ce point que l'on cherche, & que j'appelleray derniere divergence, au lieu que la premiere divergence est la distance entre le point premierement donné & le verre.

Les figures representent trois cas. Au premier le point F de premiere divergence est au milieu de B*g* distance du verre au foyer, & alors le point P de derniere divergence tombe en *g*. Au second & troisiéme F est audessous du milieu & audessus, suivant quoy P est aussi audessous ou audessus de *g*: mais la pratique & la démonstration sont toutes semblables. Pl. XV. Fig. 2. 3. 4.

Régle.

Comme le foyer moins la premiere divergence est au foyer, ainsi le foyer est à un quatriéme terme, duquel le foyer estant osté reste la seconde divergence.

Ou bien, comme le foyer moins la premiere divergence est au foyer; ainsi la premiere divergence est à la seconde.

Démonstration.

Soit FD le rayon incident venant du point F, dont la distance FB ou FD soit connuë, aussibien que la distance des foyers Bg ou BG, & soit DO le rayon rompu prolongé en P. L'angle ODG, qui est égal à DFB par le premier corollaire de la huitiéme proposition, est aussi égal aux deux angles DGP, DPG pris ensemble; mais l'angle DFB est égal à l'angle DgF ou DGP + FDg; donc les angles DPG & FDg sont égaux, & ainsi les triangles DPG, FDg sont semblables; donc gF | gD || GD | GP, c'est-à-dire, gF | gB || GB | GP, qui est la premiere régle.

Pour la seconde régle, il faut considerer les triangles PFD, DFg, qui sont semblables, puis que l'angle obtus F est commun & que les angles FDg, FPD sont égaux, comme on l'a démontré cy-devant, donc gF | gD || FD | PD, c'est-à-dire, gF | gB || FP | PB. Ce qu'il faloit démontrer.

ONZIE'ME PROPOSITION.

Probleme pour les rayons convergens sur un verre convexe.

Sçachant les foyers d'un verre convexe & la premiere convergence d'un rayon incident, trouver sa derniere convergence, ou son concours avec l'axe.

Pl. XV. Fig. 2. 3. 4.

CETTE proposition n'est autre que la précedente renversée: car posé OD pour rayon incident avec une convergence qui iroit en P, le concours se fera suivant la régle qui suit.

Régle.

Comme la premiere convergence augmentée du foyer est au foyer, ainsi la premiere convergence est à la seconde.

Dé-

Démonstration.

Il s'ensuit des démonstrations de la proposition précedente que les triangles GDP, DFP sont semblables, l'un & l'autre estant semblable au triangle DF*g*; donc PD | DG || PF | FD & en composant PD+DG | DG || PF+FD | FD, c'est-à-dire, PG | DG ou GB || PB | FD ou FB; ce qu'il falloit prouver.

DOUZIE'ME PROPOSITION.

Si un rayon venant d'un point de l'axe F tombe sur un verre concave dont les centres soient A, C, sa totale refraction MDO sera toûjours égale à ½ ADK. Pl. XV. Fig. 5. 6. 7.

Démonstration.

SOIT le point de divergence F mesme que le centre. Le rayon droit ADM tombant par l'hypothese sur la perpendiculaire ADH, il n'y aura point de refraction à l'entrée du verre, mais seulement à la sortie, laquelle refraction sera MDO égale à ½HDC ou ADK. Fig. 5.

Soit F plus proche du verre que le centre A. La premiere refraction MDN est égale à ⅓ ADF, donc NDH est égal à ⅔ ADF: mais la derniere refraction NDO est égale à ½ NDH + ½HDC ou ADK, ou bien NDO est égal à ⅓ ADF + ½ADK; ostant donc MDN égal à ⅓ ADF, il restera MDO égal à ½ADK. Fig. 6.

Soit F plus loin du verre que le centre A. La premiere refraction MDN est égale à ⅓ADF, mais la derniere refraction NDO est égale à ½NDM + ½MDC, ou bien NDO est égal à ⅙ADF + ½MDC ou FDK: ajoustant donc MDN égal à ⅓ ADF, on aura MDO égal à ½ ADF + ½ FDK, c'est-à-dire, MDO égal à ½ ADK. Fig. 7.

Premier Corollaire.

Il s'ensuit que posé deux rayons l'un ED parallele à l'axe, & l'autre oblique FD venant d'un point de l'axe, la totale refraction IDN de la parallele ED sera toûjours égale à MDO totale refraction de FD; car l'une & l'autre est toûjours égale à ½ ADK dans les précedentes figures.

Deuxiéme Corollaire.

Ayant prolongé ND en G qui est le foyer, & OD en P. Puis que l'angle IDN est égal à MDO, l'angle DGB sera toûjours égal à l'angle FDP. Donc ayant pris B*g* égale à la distance du foyer BG & tiré *g*D, les triangles FD*g*, FPD, ayant les angles D*g*F, PDF égaux & l'angle DF*g* commun, seront semblables; mais aussi à cause de l'angle DPG commun, & des angles PDF, DGP égaux, les triangles PDF, PGD seront semblables; donc les triangles FD*g*, PDG seront semblables.

TREIZIE'ME PROPOSITION.

Probleme pour les rayons divergens qui tombent sur un verre concave.

Régle.

COMME la distance entre le verre & le point de divergence augmentée du foyer est au foyer: ainsi le foyer est à un quatriéme terme, lequel estant osté du foyer, il restera la distance entre le verre & le point de plus grande divergence.

Démonstration.

PL. XV. Fig 5. 6. 7. Par le deuxiéme corollaire de la proposition précedente, posé FD rayon divergent, les triangles FD*g*, PDG sont semblables; donc comme F*g* est à *g*D, ainsi GD est à GP, ou bien comme

F*g*

F*g* eſt à *g*B, ainſi GB eſt à GP; donc ayant oſté GP du foyer GB, on aura PB diſtance du point, auquel OD prolongé iroit concourir avec l'axe.

QUATORZIÉME PROPOSITION.

Si un rayon convergent tombe ſur un verre concave, ſa totale refraction ſera toûjours égale à l'angle du foyer de meſme que pour les divergens.

Si le rayon convergent tend au foyer, il eſt clair qu'il deviendra parallele à l'axe. I. *Cas.*

S'il tend à un point plus proche que le foyer, il deviendra moins convergent, & alors pour prouver ce qui eſt requis, il ne faut que renverſer les deux dernieres figures de la douziéme propoſition, & prendre ODP pour la premiere convergence & MDF pour la derniere; car il eſt manifeſte que l'angle PDF ſera toûjours égal à l'angle DGB, ſoit que DF tombe au deſſous de G, ce qui arrivera lors que P ſera plus proche que la moitié du foyer, comme dans la ſixiéme figure, ſoit qu'il tombe au-deſſus comme dans la ſeptiéme figure. II. *Cas.* PL. XV. Fig. 6. 7.

Mais enfin, ſi le rayon tend à un point plus éloigné que le foyer, il deviendra divergent. Soient dans ces trois figures les centres A C, l'incidence D, la premiere refraction MDN, & la ſeconde NDO, & le foyer *g*. III. *Cas.* Fig. 8. 9. 10.

Démonſtration.

Soit dans la neuviéme figure FD au deſſus de DK. La premiere refraction MDN eſt égale à $\frac{1}{3}$ ADF, la ſeconde NDO eſt égale à $\frac{1}{2}$ CDN, ou bien à $\frac{1}{6}$ ADF + $\frac{1}{2}$ FDK: donc MDO eſt égal à $\frac{1}{2}$ ADK. Fig. 9.

Soit dans la dixiéme figure FD au-deſſous de DK. La premiere Fig. 10.

miere refraction MDN est égale à $\frac{1}{3}$ ADF, la seconde NDO est égale à $\frac{1}{2}$ MDN —— $\frac{1}{2}$ FDK, ou bien à $\frac{1}{6}$ ADF — $\frac{1}{2}$ FDK, c'est-à-dire, MDO est égal à $\frac{1}{2}$ ADK.

Fig. 8. Dans la huitiéme figure FD estant la mesme que KD, l'angle FDK est nul; ainsi il est clair que MDO est égal à $\frac{1}{2}$ ADK. Or toûjours l'angle du foyer DgB, qui est égal à la totale refraction de la parallele à l'axe, est aussi égal à $\frac{1}{2}$ ADK, par la cinquiéme proposition : donc MDO est égal à DgB, ce qui estoit à prouver.

Quinziéme Proposition.

Probleme pour les rayons convergens qui tombent sur un verre concave.

I. *Cas.* Si le rayon tend à un point de l'axe plus proche du verre que le foyer, on trouvera ainsi sa moindre convergence.

Régle.

Comme la distance entre le point de la premiere convergence & le foyer plus proche, est au foyer; ainsi le foyer est à un quatriéme terme, duquel le foyer estant osté, il restera la distance entre le verre & le point de moindre convergence.

Démonstration.

Pl. XV. Fig. 5. 6. 7. Ayant renversé ces figures & posé OD rayon incident avec convergence en P, il sera détourné en F par le deuxiéme cas de la proposition précedente: mais par le deuxiéme corollaire de la douziéme proposition les triangles PDG, FDg sont semblables, donc PG | GD || Dg | gF, donc ayant osté gB, on aura BF que l'on demandoit.

II. *Cas.* Si le rayon incident tend à un point de l'axe plus éloigné que le

le foyer, on trouvera de cette maniere le point opposé à sa divergence.

Régle.

Comme la distance entre le point de premiere convergence & le foyer, est au foyer; ainsi le foyer est à un quatriéme terme, auquel le foyer estant ajousté on aura la distance entre le verre & le point de divergence opposée.

Démonstration.

Soit MD rayon incident & tendant en F, lequel par refraction soit détourné en O & devenu divergent, & que OD prolongé tombe en P. L'angle ODF est égal à DF*g*+DPG, mais ODF est égal à DGB par la quatorziéme proposition, donc DGB est égal à DF*g*+DPG; mais DGB est égal à GDP + DPG & ainsi DF*g* est égal à GDP; mais d'ailleurs les angles D*g*F, PGD sont égaux; donc les triangles D*g*F, PGD sont semblables & partant F*g* | *g*D || DG | GP, auquel ajoustant GB on aura PB que l'on demandoit. Fig. 11.

Seiziéme Proposition.

Les rayons paralleles entre eux, mais obliques à l'axe ont aussi leurs foyers obliques en mesme distance du verre que le foyer principal, pourveû toutefois que l'obliquité soit petite.

Soit en premier lieu un verre plan-convexe duquel la surface plate soit anterieure, & soit un rayon oblique incident DB, qui entrant dans le verre diminuëra son inclinaison du tiers de l'incidence DBC suivant la ligne BIN, & ainsi seront tous les autres rayons qui luy seront paralleles; si donc on tire par le centre C un axe oblique CO qui leur soit parallele dans le verre, c'est- Pl. XV. Fig. 12.

c'eſt-à-dire, à B I & qu'on prenne le point O à diſtance du diamétre hors le verre, il eſt clair que ce ſera leur foyer en meſme diſtance que le foyer principal G, & tous les autres foyers obliques ſeront dans la courbure d'une concavité G O décrite ſur le centre C.

Fig. 13. Soit en ſecond lieu le verre plan-convexe, duquel la convexité reçoive le rayon D B incliné à l'axe, ſi par le centre A on tire M A parallele à D B, conſiderant M A comme axe : il eſt clair que s'il n'arrivoit point d'autre refraction le rayon DB & tout autre qui luy eſt parallele concourreroit avec M A prolongé en F ſuivant la ligne B I N, que je ſuppoſe ſeſqui-diamétre : mais à cauſe de la ſeconde refraction faite en I par la ſurface plate, le concours F ſera approché en O du tiers de la perpendiculaire F H, qui n'eſt plus courte que E K, ſinon du ſinus verſe de F A E *que* nous avons ſuppoſé petit ; donc K G n'eſt pas plus grande *que H O*, ſinon des deux tiers du ſinus verſe de l'angle d'inclinaiſon du rayon oblique, ce qui ne peut pas eſtre ſenſible : ou ſi vous voulez tous les points E, F, & tous autres ſemblables déterminez par la premiere refraction eſtant dans un arc décrit ſur le centre A, auſſi les foyers G, O & tous autres ſont dans une ſurface qui eſt en effet courbe, mais moins que E F, comme ſi toutes les perpendiculaires à la baſe d'un ſegment avoient toutes eſté retranchées d'un tiers.

Fig. 14. Soit en troiſiéme lieu un verre convexe des deux coſtez B K, duquel ſoient les centres A, C, le foyer principal G, & D B rayon oblique, auquel par le centre A ſoit tiré M A parallele. Alors s'il n'arrivoit point d'autre refraction, le rayon D B & tout autre qui luy eſt parallele concourreroit avec l'axe oblique M A prolongé en F, à la diſtance du ſeſqui-diamétre : mais à cauſe de la ſeconde refraction ce concours F eſt approché, & pour le trouver il faut tirer au centre C la ligne C F, qui ſera comme un nouvel axe perpendiculaire à la ſeconde ſurface, & dans laquelle ſera pris le point O en meſme diſtance que G, lequel point ſera le foyer oblique de tous les rayons.

On

On ſuppoſe que l'obliquité ſoit petite, autrement la refraction devenant trop grande le concours s'approcheroit, & MA qui à l'égard de la premiere refraction tient lieu d'axe ſe trouvant trop éloignée des rayons obliques, le meſme arriveroit que ſi aux rayons droits on donnoit une trop grande ouverture.

Premier Corollaire.

Il s'enſuit que les foyers qui ſont peu éloignez du principal, ſont tous avec luy ſenſiblement dans un meſme plan perpendiculaire à l'axe: car ſi d'une courbure on prend une tres-petite partie, elle eſt ſenſiblement platte.

Second Corollaire.

De ce qui a eſté dit, on peut facilement expliquer comment par le moyen d'un verre convexe ſe peut faire la peinture des objets dans un lieu où il n'entre point d'autre lumiere que par le verre: & pourquoy le point bruſlant des verres convexes eſt le lieu où ſe fait la peinture diſtincte du ſoleil, qui eſt plus ou moins grande à meſure que le verre eſt moins ou plus convexe.

Troiſiéme Corollaire.

Si l'épaiſſeur du verre eſtoit inſenſible, l'angle d'incidence ſur le verre ſeroit toûjours égal à l'angle d'émerſion. J'appelle icy angle d'incidence celuy qui eſt compris des deux lignes qui viennent des extrémitez de l'objet au milieu du verre, & angle d'émerſion celuy qui eſt compris des deux lignes qui ſont tirées du milieu du verre aux extrémitez de la peinture. Soit l'axe AC, *Fig. 15.* l'objet DAF, le verre B, & la peinture GCE: le rayon oblique DB entrant dans le verre ſe plie vers BC, mais il eſt incontinent redreſſé en ſortant, ſi-bien que les angles oppoſez demeurent

rent égaux : donc comme la grandeur de l'objet est à la distance entre l'objet & le verre, ainsi la grandeur de la peinture est à sa distance jusqu'au verre.

Quatriéme Corollaire.

Il s'ensuit que les peintures ou foyers ont égale lumiere quand les ouvertures des verres sont comme les foyers, si ce n'est que la confusion qui se trouvera plus grande aux petits en élargira un peu le foyer ; mais cela negligé les lumieres se trouvent renfermées dans des espaces qui leur sont proportionnels & également multipliez.

DIX-SEPTIE'ME PROPOSITION.

L'épaisseur d'un verre convexe ou plan convexe dont la convexité est vers l'objet, rend toûjours l'angle d'émersion plus grand que celuy d'incidence. Il n'arive rien au plan convexe pour l'épaisseur quand le plat est vers l'objet.

PL. XV. Fig. 16. SOIT l'épaisseur du verre BK, le demi-angle d'incidence ABC, le foyer principal G, l'oblique O, & l'angle d'émersion GKO.

Préparation.

Le rayon rompu KO vient nécessairement de quelqu'un des paralleles à CB, posons que ce soit DE, qui par la refraction tombe en K, de mesme que CB est détourné en F pour enfin concourir en O.

Démonstration.

CB, DE sont paralleles, donc BF, EK sont convergens vers F, K, & l'angle EKB est plus grand que FBK ; considerant donc

donc FB comme rayon incident en B, l'incidence FBK eſtant moindre que BKE, le rayon BC ſera moins éloigné de la perpendiculaire que KO, donc GKO eſt plus grand que ABC; donc comme AC eſt à AB, ainſi GO eſt à quelque choſe de plus que GK, ce que nous déterminerons dans la ſuite.

DIX-HUITIE'ME PROPOSITION.

Probleme. Eſtant connu le diamétre & l'épaiſſeur d'un verre plan-convexe, trouver la diſtance du foyer hors le verre.

DANS la premiere propoſition auſſi-bien que dans les régles ſuivantes on a négligé l'effet de l'épaiſſeur qui peut néanmoins eſtre ſenſible, principalement aux petits verres.

Or il eſt évident, que ſi la ſurface platte eſt faite anterieure, c'eſt-à-dire, tournée vers l'objet, l'epaiſſeur n'apporte aucun changement, & que le foyer eſt juſtement à la diſtance d'un diamétre hors le verre: mais ſoit la convexité faite anterieure.

Régle.

Oſtez du diamétre de la convexité les $\frac{2}{3}$ de l'épaiſſeur, & il reſtera la diſtance du foyer hors le verre du coſté de la ſurface platte.

A eſt le centre de la convexité, BK eſt l'épaiſſeur du verre, EE eſt un rayon parallale à l'axe & prolongé en I, IED eſt la premiere refraction, en ſorte que ED prolongé en F fait F $\frac{1}{3}$ de BAE premiere incidence; DH eſt perpendiculaire à la ſeconde ſurface au point de la ſeconde incidence D: HDF eſt la ſeconde incidence, & partant FDG eſt la ſeconde refraction égale à $\frac{1}{3}$ HDF ou à un demi angle F. Pl. XVI. Fig. 1.

Démonstration.

FDG | F || 1 | 2 : donc FG | GD, ou bien FG | GK || 1 | 2; & en composant FG+GK | GK || 3 | 2; c'est-à-dire 3 demi-diamétres —— BK sont à KG foyer requis, comme 3 à 2. Donc ostant $\frac{1}{3}$ du premier & troisiéme terme deux demidiamétres —— $\frac{2}{3}$ BK | KG || 2 | 2. Et à compter depuis B, le foyer G surpassera le diamétre de $\frac{1}{3}$ de BK.

DIX-NEUVIE'ME PROPOSITION.

Les diamétres des convexitez & l'épaisseur du verre estant donnez, trouver la distance du foyer hors le verre convexe des deux costez.

Régle.

COMME la somme des deux sesquidiamétres, moins l'épaisseur du verre, est au sesquidiamétre de la premiere convexité aussi moins l'épaisseur; ainsi le diamétre de la seconde convexité est à la distance du foyer hors le verre.

PL. XVI. Fig. 2. Soit A le centre de la premiere convexité, C centre de la seconde, BK l'épaisseur du verre, EE rayon incident parallele à l'axe & prolongé en I, IEF ou F premiere refraction, FDG seconde refraction.

Démonstration.

F — $\frac{1}{3}$BAE, mais HDF == F+C, donc FDG estant $\frac{1}{2}$HDF, sera == $\frac{1}{6}$BAE + $\frac{1}{2}$C; ainsi F+FDG == $\frac{1}{2}$BAE + C. Mais F+FDG == DGC, donc DGC == $\frac{1}{2}$BAE + $\frac{1}{2}$C; donc 2DGC = BAF+C. Mais BAE == 3F, donc 2DGC == 3F+C: & comme 3F+C | C || 2G | C, c'est-à-dire, comme 3CD+DF | DF || 2CD DG; ou comme trois demidiametres de la seconde convexité + trois demidiametres de la premiere —— BK

BK eſt à DF, qui eſt égal à BF — BK ; ainſi 2CD eſt à KG.

Premier Corollaire.

L'on verra par le calcul que les verres de convexité inégale ont le foyer plus loin du coſté de la ſurface plus convexe ; en ſorte que lors que l'inégalité eſt tres-grande & approche du plan-convexe, alors la différence approche des $\frac{2}{3}$ de l'épaiſſeur : mais tant que le plus grand diamétre n'excede pas le moindre de plus de $\frac{1}{12}$, la différence des foyers eſt inſenſible. Or ce qui fait la différence des foyers du verre inégalement convexe, eſt que l'accourciſſement du foyer vient principalement de l'épaiſſeur comparée avec la premiere convexité.

Second Corollaire.

Il s'enſuit auſſi du calcul, que pour les verres d'égale ou preſque égale convexité, ſi l'épaiſſeur BK eſt moindre que la moitié du foyer calculé ſans l'épaiſſeur, alors KG diſtance du foyer hors le verre, ſe trouve d'environ $\frac{1}{6}$ de l'épaiſſeur plus courte que ce que le calcul produiroit par la regle de la troiſiéme propoſition où l'épaiſſeur eſt negligée : pour donc abreger on peut ſe ſervir de la regle donnée à la deuxiéme propoſition, & oſter du produit $\frac{1}{6}$ de l'épaiſſeur.

Troiſiéme Corollaire.

Il s'enſuit auſſi qu'une ſphere de verre porte ſon foyer hors de ſoy à la diſtance du quart du diamétre ; ce qui ſe peut auſſi démontrer en particulier, car BF, FK || BE | KD ; ſi donc BE eſt 3, KD & partant l'angle KCD ſera 1 : mais auſſi F eſt 1 ; donc HDF eſt 2, & partant GDF eſt auſſi 1 ; donc DG, GF, ou KG, GF ſont parties égales de KF demidiamétre de la ſphere. Pl. XVI. Fig. 3.

VINGTIE'ME PROPOSITION.

Les diamétres des convexitez & l'épaisseur du verre estant donnez, trouver la juste longueur du foyer proportionnée aux effets du verre.

IL est clair par ce qui a esté démontré, qu'il n'arrive rien aux plano-convexes à cause de l'épaisseur, quand le plat est tourné vers l'objet, car les rayons demeurant paralleles dans le verre, l'angle d'émersion est égal à celuy d'incidence & le foyer à la distance du diamétre.

Régle pour les plano-convexes, quand la convexité est tournée vers l'objet, ou est anterieure.

Ajoustez au foyer hors le verre les $\frac{2}{3}$ de l'épaisseur ou prenez le diamétre de la convexité, & vous aurez la longueur du foyer d'un verre, qui sans épaisseur sensible fera le mesme effet que le donné avec son épaisseur.

Démonstration.

PL. XV. Fig. 13. Dans la treiziéme figure soit tirée O S parallele à F A ou D B. E K = 3 semidiamétres — B K; donc son tiers E G = 1 semidiamétre — $\frac{1}{3}$ B K: mais E A = 2 semidiamétres: donc G A = 1 semidiamétre + $\frac{1}{3}$ B K. Mais A S = F O, ou G E, ou 1 semidiamétre — $\frac{1}{3}$ B K; donc G S = 1 diamétre. Et d'ailleurs l'angle G S O pris pour émersion est égal à l'incidence de D B; donc le verre dans cette situation, nonobstant cette épaisseur, fait la peinture G O de mesme grandeur qu'un verre sans épaisseur qui auroit mesme convexité; c'est-à-dire, que quoy que le foyer hors le verre soit accourci, la peinture demeure néanmoins de grandeur juste.

Régle

Régle pour les convexes des deux costez.

Comme le sesquidiamétre de la convexité anterieure, plus le demidiamétre de la seconde, moins l'épaisseur du verre

Au mesme demidiamétre de la seconde convexité, plus la distance du foyer hors le verre:

Ainsi la somme des demidiamétres des convexitez, moins l'épaisseur

A un quatriéme terme, lequel osté du second terme, donnera la juste longueur du foyer requise.

Démonstration.

Dans la quatorsiéme figure soit marquée l'épaisseur BK, tirée OS parallele à FA ou DB, & joints OK pour faire l'angle d'émersion GKO. Prenant OSG pour émersion qui est égal à CBD, si on faisoit un verre également convexe sur GS, qui n'eust aucune èpaisseur sensible, il auroit sa peinture égale à GO, & feroit partant mesme effet à cét égard que le proposé avec son épaisseur BK. Or à cause de la parallele OS à la base FA dans le triangle FCA, comme FC | OC, ou comme EC | GC || AC | SC; appliquant les termes de cette proportion à ceux de la régle, on trouvera qu'ils expriment la mesme chose. J'appelleray donc GS le foyer correct. Pl. XV. Fig. 14.

Premier Corollaire.

On verra par ce calcul que ce quatriéme terme qui donne le foyer d'équivalence juste, est toûjours plus grand que celuy qui viendroit par la régle generale où l'on néglige l'épaisseur; & qu'ainsi l'épaisseur fait faire aux verres l'effet d'un plus long qui seroit sans épaisseur sensible, & cét excés aux verres d'égale convexité est toûjours d'autant pardessus le demidiamétre, que le foyer hors le

 verre

verre eſtoit diminué à cauſe de l'épaiſſeur : ainſi aux verres ordinaires où le foyer K G eſt moindre d'un ſixiéme de l'épaiſſeur, le juſte foyer excede le demidiamétre d'un ſixiéme de l'épaiſſeur.

Deuxiéme Corollaire.

Et aux ſpheres de verre où le foyer hors le verre eſt moindre que le demidiamétre d'un quart de l'épaiſſeur qui eſt le diamétre, auſſi le juſte foyer ou équivalence ſurpaſſe le demidiamétre du meſme quart ; c'eſt-à-dire, que la boule fait le meſme effet qu'un verre ſans épaiſſeur ſenſible, lequel auroit ſon foyer à diſtance des trois quarts du diamétre de la boule.

Troiſiéme Corollaire.

Probleme. La largeur de la peinture & ſa diſtance du verre eſtant données, trouver l'angle d'incidence.

PL. XV. Fig. 13. 14.

Il faut premierement dans les précedentes figures trouver le foyer correct G S, & dans le triangle rectangle G O S ſçachant les coſtez G O, G S, on aura l'angle G S O égal à l'incidence ; & cecy eſt utile pour trouver la grandeur du ſoleil par ſa peinture, c'eſt-à-dire, trouver ſous quel angle il fait ſon incidence ſur le verre, & ainſi des autres objets. Et c'eſt dans ces ſortes d'operations où la correction du foyer eſt neceſſaire pour eſtre juſte à la meſure des angles viſuels : mais dans les propoſitions ſuivantes elle n'eſt pas ſi neceſſaire, ainſi on la négligera.



VINGT-

VINGT-UNIE'ME PROPOSITION.

Estant joints deux verres convexes ou plano-convexes, ou menisques appartenans aux convexes dont les foyers particuliers soient connus, trouver le foyer commun qui résulte de la jonction des deux verres.

Régle.

COMME la somme des foyers est à un des foyers, ainsi l'autre foyer est au requis.

Démonstration.

Tout verre qui ramasse les rayons paralleles en un point, de quelque figure qu'il soit se réduit à un planconvexe équivalent si on fait le diamétre du plan-convexe égal au foyer du verre donné. Or de deux planconvexes ensemble on peut faire un convexe des deux costez, duquel il est vray de dire que comme la somme des diamétres à un des diamétres, ainsi l'autre diamétre est au foyer; les foyers estant donc changez en diamétres, il est vray de dire que comme la somme des foyers, &c.

Corollaire.

La mesme régle est pour les concaves, & il n'y a point de difference pour la démonstration, car ils ont leurs foyers à leur maniere.

VINGT-DEUXIE'ME PROPOSITION.

Deux verres de différente espece, c'est-à-dire, dont l'un appartienne aux convexes & l'autre aux concaves, estant joints, trouver ce qui résulte de cette jonction.

Régle.

Comme la difference des foyers est à un des foyers, ainsi l'au-

tre

tre foyer eſt à un quatriéme, lequel ſera veritable foyer ſi le verre appartenant aux convexes a prévalu, c'eſt-à-dire, a eſté plus convexe que l'autre n'a eſté concave, ou bien ſi ſon foyer a eſté plus petit que celuy de l'autre. Mais ſi au contraire le convexe eſtoit plus foible, le quatriéme terme trouvé donnera la diſtance du foyer de divergence.

Corollaire.

Il s'enſuit que ſi un verre eſt autant convexe que l'autre eſt concave, ils ſe détruiront entierement, & feront l'effet d'un verre plat. D'où il ſuit comment on peut trouver le foyer d'un concave en luy appliquant divers convexes, & cela ſe peut auſſi par reflexion.

VINGT-TROISIE'ME PROPOSITION.

Probleme. Deux verres convexes ou appartenans aux convexes connus eſtant donnez & mis à diſtance connuë, qui ne ſoit pas ſi grande que le foyer du verre qu'on ſuppoſera anterieur ou premier, trouver le foyer commun.

CETTE propoſition ſe peut réſoudre par la dixiéme. Car il s'agit icy de rayons qui tombent convergens ſur le ſecond verre dont le foyer eſt connu, auſſi bien que la diſtance du point de la premiere convergence, qui n'eſt autre que le foyer du premier verre.

Premiere Régle.

Comme la diſtance entre le ſecond verre & le foyer du premier plus le foyer du ſecond, eſt au foyer du ſecond; ainſi le meſme foyer du ſecond eſt à un quatriéme terme, qui eſtant oſté de ce meſme foyer donnera la diſtance entre le foyer commun & le ſecond verre.

Cela eſt clair par la ſuſdite propoſition en faiſant application des

des termes. Mais il ne ſera pas inutile de donner la régle ſuivante, qui a quelque choſe de plus abbregé.

Deuxiéme Régle.

Comme la ſomme des foyers moins la diſtance des verres, eſt au foyer du verre anterieur ou objectif moins auſſi la meſme diſtance; ainſi le foyer du ſecond verre eſt à la diſtance qui eſt entre le ſecond verre & le foyer requis.

Démonſtration.

Soient donnez les verres convexes ou appartenans aux convexes B, K, à diſtance BK moindre que BO longueur du foyer du verre anterieur B, & que le foyer de K ſoit auſſi connu plus petit ou plus grand que BO foyer du premier verre. Je dis que comme le foyer de K+KO, ou comme le foyer de K+le foyer de B—la diſtance BK eſt à KO, ainſi le foyer de K eſt à KG foyer requis. Pl. XVI. Fig. 4.

Soient les verres B, K réduits à deux plano-convexes équivalens & placez comme en la cinquiéme figure à la diſtance donnée BK, alors le demidiamétre CE ſera moitié de BO foyer du convexe anterieur, & AD auſſi demi-diamétre du plano-convexe K, ſera moitié du foyer du ſecond verre K premierement donné. Puis donc qu'en la cinquiéme figure il ſe fait en E deux refractions, la premiere IEF $=\frac{1}{3}$C, & la ſeconde FED $=\frac{1}{2}$IEF, & partant $=\frac{1}{6}$C. Il s'enſuit que ED prolongée tomberoit en O foyer de B; mais à cauſe que ED avant de paſſer le ſecond verre, ſouffre deux refractions en D, l'une par la ſurface platte de K, ſçavoir ODN, qui rétablit DN au paralleliſme de EF; il eſt clair qu'à cauſe de la troiſiéme refraction, le rayon ED, au lieu d'aller droit en O foyer de B, eſt détourné en N, en ſorte que l'angle N $=\frac{1}{3}$C, auſſi-bien que F. Et enfin ayant prolongé la perpendiculaire AD en H, la derniere refraction NDG $=\frac{1}{2}$HDN; mais

Fig. 5.

Les angles marquez par une ſeule lettre ſont aigus.

HDN $==$ A + N, donc

HDG $==$ $\frac{1}{2}$A + $\frac{1}{2}$N; mais

G $==$ NDG + N, donc

G $==$ $\frac{1}{2}$A + $\frac{1}{2}$N + N, ou bien

G $==$ $\frac{1}{2}$A + $\frac{1}{2}$C: mais à cauſe des refractions IEO,

O $==$ $\frac{1}{2}$C: donc

G $==$ O + $\frac{1}{2}$A, ou 2 G $==$ 2 O + A, ainſi

comme 2 O + A | A || 2 G A, ou

comme 2 AD + DO | DO || 2 AD | DG. Or par la conſtruction 2 AD $==$ AD foyer du ſecond verre donné: donc dans la quatriéme figure

AD + DO | DO || AD | DG, c'eſt-à-dire

AK + KO | KO || AK | KG, comme il eſt exprimé par la régle.

Premier Corollaire.

On verra par le calcul que le foyer commun ſera toûjours plus long du coſté du verre plus convexe; c'eſt-à-dire qu'ayant propoſé deux verres inégaux, ſi on prend le moins convexe pour premier & l'autre pour ſecond, le foyer ſera plus long que ſi on prenoit le plus convexe pour premier & qu'on gardaſt toûjours la meſme diſtance des verres entre eux.

Notez qu'il n'importe où tombent les centres A, C, & qu'il ſe peut faire qu'ils ſoient tranſpoſez, & meſme que A ſoit au-deſſus de B, & C au-deſſous de K: car la démonſtration eſt toûjours la meſme.

Notez auſſi que la diſtance BK ordinairement comprend $\frac{1}{2}$ de l'épaiſſeur du verre anterieur & $\frac{1}{2}$ de celle du ſecond, outre l'intervalle entre les verres.

VINGT-

Vingt-quatrie'me Proposition.

Un verre concave estant mis entre un verre convexe & son foyer à distance connuë, en sorte qu'il reçoive les rayons paralleles, déterminer ce qui en arrivera.

Je suppose que le convexe soit anterieur, ce qui estant ainsi le probleme se réduit aux régles de la quinziéme proposition, où un verre concave reçoit des rayons convergens.

Si le foyer du convexe diminué de la distance des verres est égal au foyer du concave, c'est-à dire, si le verre concave se trouve éloigné du foyer du convexe, d'autant justement que son propre foyer est long, ce qui est lors que les foyers concourrent, alors les rayons convergens & tendans au foyer du verre convexe, tendront aussi au foyer du concave, lequel par consequent les rendra paralleles par l'inverse de la cinquiéme proposition. *I. Cas.*

Si le foyer du convexe diminué de la distance des verres est moindre que le foyer du concave, alors parce que les rayons faits convergens par le convexe tendront à un point plus proche du concave que son propre foyer, le cas tombe dans la premiere régle de la quinziéme proposition sur laquelle est établie la suivante proportion, n'y ayant de difference que d'expression. *II. Cas.*

Régle.

Comme la distance des foyers est au foyer du concave, ainsi le foyer du concave est à un quatriéme terme, duquel le foyer du concave estant osté, on aura la distance entre le verre concave & le nouveau foyer requis.

Si le foyer du convexe diminué de la distance des verres est plus grand que le foyer du concave, ce qui arrive quand la distance entre le verre concave & le foyer du convexe est plus grande que le foyer du concave, & que les rayons qui tombent conver- *III. Cas.*

gens ſur le concave, tendent à un point au-delà du foyer du concave, le cas tombe au ſecond de la quinziéme propoſition.

Régle.

Comme la diſtance des foyers eſt au foyer du concave, ainſi le foyer du concave eſt à un quatriéme terme, auquel le foyer du concave eſtant ajouſté, vous aurez la diſtance entre le verre concave & le point où les rayons devenus moins divergens iroient concourir avec l'axe du verre convexe.

La démonſtration de l'une & de l'autre régle eſt toute facile par l'application à celles de la quinziéme propoſition.

J'ay toûjours parlé du foyer du concave, & non pas du centre; pour comprendre en un mot toutes ſortes de verres appartenans aux concaves, & il en eſt de meſme des convexes.

VINGT-CINQUIE'ME PROPOSITION.

La refraction qui ſe fait de l'air à l'eau au travers d'un verre mince quoy que courbe, eſt tout de meſme que ſi elle ſe faiſoit immediatement de l'air à l'eau.

IL s'agit icy de l'effet d'un verre convexe & concave ſur un meſme centre, mais avec fort peu d'épaiſſeur, en ſorte que les deux ſurfaces ne ſont preſque qu'une, qui ſe conſidere d'un coſté comme convexe & de l'autre comme concave, & où il n'y a qu'une meſme perpendiculaire pour l'incidence & pour l'émerſion.

On ſuppoſe que l'on ſçait par l'experience que la meſure de la refraction de l'air à l'eau eſt comme 4 à 3, ou comme 3 à $2\frac{1}{4}$, mais celle de l'air au verre eſt comme 3 à 2; donc celle de l'eau au verre eſt comme $2\frac{1}{4}$ à 2 ou comme 9 à 8.

Soit donc dans la ſixiéme figure BD une bouteille de verre pleine

pleine d'eau; A le centre de BD, ED rayon oblique incident prolongé en I; IDM premiere refraction & MDN seconde refraction. Passant de l'air au verre, la refraction IDM $= \frac{1}{3}$ IDA; donc MDA $= \frac{2}{3}$ IDA: mais du verre à l'eau MDN $= \frac{1}{8}$ MDA ou $\frac{1}{4}$ IDM; donc si l'on oste MDN de IDM, c'est-à-dire, si du tiers IDA on oste la moitié du mesme angle IDA, il restera $\frac{1}{4}$ pour IDN, comme si la refraction avoit esté faite immediatement de l'air à l'eau. Pl. XVI. Fig. 6.

Mais de peur qu'il ne reste quelque scrupule au sujet de l'épaisseur du verre, posons dans la septiéme figure que la sortie du verre se fasse en G un peu distant de D & soit tirée la seconde perpendiculaire AG; alors la seconde incidence sera MGA plus grande que n'auroit esté MDA de la quantité de l'angle DAG, lequel dépend de l'épaisseur GD: donc la seconde refraction MGN estant $\frac{1}{8}$ de MGA sera $= \frac{1}{8}$MDA $+ \frac{1}{8}$GAD, ou $\frac{1}{4}$IDM $+ \frac{1}{8}$GAD: vous voyez donc que l'excés n'est que de $\frac{1}{8}$ de DAG, par lequel la convergence de GN sera un peu moindre que DN dans la sixiéme figure, mais insensiblement à moins que l'épaisseur ne soit fort grande. Fig. 7.

Corollaire.

En appliquant les précedentes démonstrations à ce qui se fait dans l'air des deux costez, on verra qu'au premier cas les rayons demeureront paralleles comme si le verre avoit les deux costez plats & paralleles: mais qu'au second cas où l'épaisseur est sensible, la seconde refraction estant $\frac{1}{2}$MGA, MDN seroit $= \frac{1}{2}$MDA $+ \frac{1}{2}$GAD, c'est-à-dire IDM $+ \frac{1}{2}$GAD, & ainsi GN deviendroit divergent, ce qui n'arrive pas dans l'eau à cause du peu de refraction du verre à l'eau.

VINGT-SIXIE'ME PROPOSITION.

Probleme. Les convexitez de l'eau estant connuës trouver le foyer.

Régle.

COMME la somme des diamétres est à un diamétre, ainsi l'autre sesquidiamétre est au foyer.

Démonstration.

PL. XVI. Fig. 8. 9. Soit B de l'eau en forme de verre convexe des deux costez, duquel on neglige l'épaisseur; & le reste comme à la troisiéme proposition.

$IDF = \frac{1}{4} C.$

$FDG = \frac{1}{3} A + \frac{1}{3} IDF$, ou $\frac{1}{3} A + \frac{1}{12} C.$

Donc IDG ou $DGA = \frac{1}{3} A + \frac{1}{3} C.$

Donc $3 DGA = A + C.$

Donc en appliquant la démonstration de la troisiéme proposition,

Comme la somme des diamétres est à un diamétre, ainsi le triple de l'autre demi-diamétre est à DG, &c. Il n'importe que l'eau soit enfermée dans du verre par la précedente proposition, mais on neglige icy l'épaisseur de l'eau.

Premier Corollaire.

Il s'ensuit que si les convexitez sont égales, le foyer sera au $\frac{3}{4}$ du diamétre.

Second Corollaire.

De la démonstration de cette proposition aussi-bien que de la troisiéme, il est facile de voir que pour toutes sortes de convexes plus

plus denſes à l'égard d'un plus rare; la régle ſuivante eſt generale.

Comme la ſomme des diamétres eſt à un diamétre, ou comme la ſomme des demi-diamétres à un demi-diamétre, ainſi l'autre demi-diamétre multiplié par le dénominateur de la refraction du denſe au rare, eſt au foyer. Car les deux premiers termes demeurant toûjours les meſmes, on prend le double de l'autre demi-diamétre pour les verres convexes dans l'air; à cauſe que la refraction du verre à l'air eſt $\frac{1}{2}$, & pour l'eau dans l'air on prend le triple à cauſe que la refraction de l'eau à l'air eſt $\frac{1}{3}$ & ainſi du reſte.

VINGT-SEPTIÉME PROPOSITION.

Le foyer d'une boulle d'eau eſt à diſtance du demi-diamétre.

SOIT une boule d'eau BD dont le centre A, le rayon incident EE. Premiere refraction IED. F point de l'axe où ED produit le rencontreroit. FDG derniere refraction, & G le foyer. Pl. XVII. Fig. 1.

IEF ou F $=\frac{1}{4}$ BAE, donc BF = aux deux diametres & BE eſt double de CD. Donc F $=\frac{1}{2}$ DAC, mais HDF = DAC + F & FDG $=\frac{1}{3}$ HDF, donc FDG $=\frac{1}{3}$ F + $\frac{1}{3}$ DAC, ou FDG $=\frac{1}{6}$ DAC + $\frac{1}{3}$ DAC, ou $\frac{1}{2}$ DAC. Donc F = FDG: & ainſi DG ou GC = GF. Comme donc CF eſt diametre, CG ſera demi-diametre.

Corollaire.

Il n'a point eſté parlé des plans convexes, mais il eſt facile à démontrer que leurs foyers ſeront à trois demi-diamétres, à cauſe que la refraction de l'eau à l'air eſt $\frac{1}{3}$, &c. d'où il ſuit que les rayons divergens du ſeſquidiamétre ſont paralleles dans la boulle.

VINGT-

Vingt-huitiéme Proposition.

Tout verre plano-convexe ou convexe estant entierement dans l'eau, a son foyer quadruple de celuy qu'il auroit dans l'air.

Soit premierement un plano convexe. Alors de mesme que la refraction du verre à l'air qui est $\frac{3}{2}$ a produit deux demi-diamétres de distance pour le foyer dans l'air; ainsi la refraction du verre à l'eau qui est $\frac{9}{8}$ produira huit demi-diamétres pour le foyer dans l'eau, & la démonstration est toute facile.

Soit secondement un verre convexe dans l'eau, alors par le corollaire de la penultiéme proposition, comme la somme des demi-diamétres à un demi-diamétre, ainsi l'octuple de l'autre est au foyer: or la proportion du double à l'octuple est quadruple, donc &c.

Vingt-neuviéme Proposition.

Une boulle de verre estant dans l'eau fait son foyer à un diamétre & $\frac{3}{4}$ hors la boulle.

Soient repetées toutes les lettres de la vingt-septiéme proposition.

Pl. XVII. Fig. 1. F $=$ $\frac{1}{9}$ BAE, donc BF $=$ neuf semidiamétres: donc l'arc BE est à l'arc CD, ou l'angle BAE est à l'angle CAD comme neuf à sept, mais HDF $=$ DAC $+$ F, donc HDF $=$ $\frac{8}{9}$ BAE, mais FDG $=$ $\frac{1}{8}$ HDF, donc FDG $=$ $\frac{1}{9}$ BAE, & ainsi FDG $=$ F, c'est pourquoy CF qui vaut sept demi-diamétres, est divisée en deux également en G, donc CG vaut un diamétre & $\frac{3}{4}$.

Premier Corollaire.

Pour trouver le foyer d'une boulle de verre ou d'eau dans l'air, ou de verre dans l'eau, & generalement, il faut du nombre de semidiamétres que dénote le dénominateur de la premiere refraction, oster

oster deux, & diviser le reste par la moitié: car, par éxemple, à cause que la premiere refraction est $\frac{1}{9}$ il s'est trouvé que BF valoit neuf demi-diamétres, donc CF = sept, ce qui estant divisé par la moitié donne CG; & toûjours de mesme à proportion.

Second Corollaire.

Il s'ensuit comment on peut sçavoir la refraction d'une liqueur enfermée dans une boulle de verre de tres-petite épaisseur; car ayant doublé le foyer CG on trouve CF, auquel ayant ajousté BC, la somme BF divisée par AD dénotera la proportion de la refraction de l'air à ladite liqueur.

TRENTIE'ME PROPOSITION.

Si un verre plano-convexe a la convexité dans l'eau & le costé plat dans l'air, le foyer sera à trois diamétres de la convexité.

JE suppose que la surface de l'eau soit plate, & parallele à celle du verre.

Que les paralleles tombent du costé de l'eau comme en la dixiéme figure, &c. $F = \frac{1}{9}BAD$, mais $FDG = \frac{1}{2}F$ ou $\frac{1}{18}BAD$, donc $DGA = \frac{1}{6}BAD$, donc $AD \mid DG \mid\mid 1 : 6$ ou $GB = 6AD$. I. *Cas.* Pl. XVI. Fig. 10.

Que les paralleles tombent sur le verre. $F = \frac{1}{8}DAB$ de mesme $FDG = \frac{1}{3}F$ ou $\frac{1}{24}DAB$, donc G comme dessus est $= \frac{1}{6}DAB$, &c. II. *Cas.* Fig. 11.

Je suppose toûjours que l'épaisseur est negligée.

Corollaire.

De-là il s'ensuit un moyen tres-facile de prolonger le foyer d'un plano-convexe donné en y appliquant quelque liqueur enfermée entre le plano-convexe & un autre verre tout plat, qu'on aura

 exami-

éxaminé avant que d'infuser la liqueur pour voir s'il ne varie point le foyer du plano-convexe donné; & suivant que cette liqueur aura plus de refraction que l'eau (comme l'eau forte, l'esprit de therebentine, &c.) aussi le prolongement sera-t-il plus grand.

Trente-unième Proposition.

Un verre convexe des deux costez estant d'un costé dans l'air & de l'autre dans l'eau trouver le foyer dans l'eau.

Pl. XVI. Fig. 12. Soit le verre B dont les centres A C, & que l'air soit dessus & l'eau dessous, &c. on demande BG foyer dans l'eau.

Régle.

Comme la somme des demi-diametres AB, BC, plus le double de AD duquel la convexité est dans l'eau, est à BC semidiametre de la convexité anterieure qui est dans l'air, ainsi l'octuple de AD est à BG.

$F = \frac{1}{3}C$ de mesme $FDG = \frac{1}{24}C + \frac{1}{8}A$. Donc $G = \frac{3}{8}C + \frac{1}{8}A$, donc $8G = 3C + A$, & comme $3C+A$ | A || 8G | A, ou comme 3AD+CD | CD || 8AD | DG.

Premier Corollaire.

Il s'ensuit que le verre de convexité égale auroit icy le foyer dans l'eau à un diamétre de la convexité. Mais si on demande le foyer dans l'air, il sera suivant cette proportion, Comme la somme des demi-diamétres augmentée du double de celuy dont la convexité est dans l'eau, est au mesme, ainsi le sextuple de l'autre est au foyer dans l'air. Car alors $F = \frac{1}{9}C$, de mesme $FDG = \frac{1}{18}C + \frac{1}{2}A$, donc $G = \frac{1}{6}C + \frac{1}{2}A$, donc $6G = C + 3A$, donc AD+3DC | DC || 6AD | DG.

Deuxiéme

Deuxiéme Corollaire.

De cette maniere le foyer d'un verre également convexe seroit dans l'air à $\frac{3}{4}$ du diamétre.

TRENTE-DEUXIE'ME PROPOSITION.

Trouver la refraction d'une liqueur Diaphane à l'égard de l'air.

Premier Moyen.

AYEZ un petit verre également convexe des deux costez dont vous sçachiez parfaitement le foyer dans l'air, puis prenez la longueur exacte de son foyer dans la liqueur donnée : doublez le foyer trouvé dans la liqueur, & divisez le produit par le foyer dans l'air, le quotient donnera la refraction du verre à ladite liqueur. Par exemple, ayant doublé le foyer d'un verre dans l'eau, je trouve que ce produit contient huit fois le foyer du verre dans l'air, d'où je conclus que la refraction du verre à l'eau est $\frac{1}{8}$ de l'incidence & la mesure est comme 8 à 9; ce qui est fondé sur la regle generale, que comme un demi-diamétre est à la somme des demi-diamétres, ainsi le foyer est à l'autre demi-diamétre multiplié par le dénominateur de la refraction du dense au rare, & pour faciliter j'ay supposé les demi-diamétres égaux.

Deuxiéme Moyen.

Le moyen précedent est fort simple, mais à moins d'avoir une liqueur en grande quantité on ne se peut servir que de petits verres, autrement le foyer iroit trop loin & ne seroit pas terminé dans la liqueur.

Soit dans un plano-convexe disposé comme à la dixiéme figure, & que la liqueur donnée soit mise entre deux verres, comme il a PL. XVI. Fig. 10.

 esté

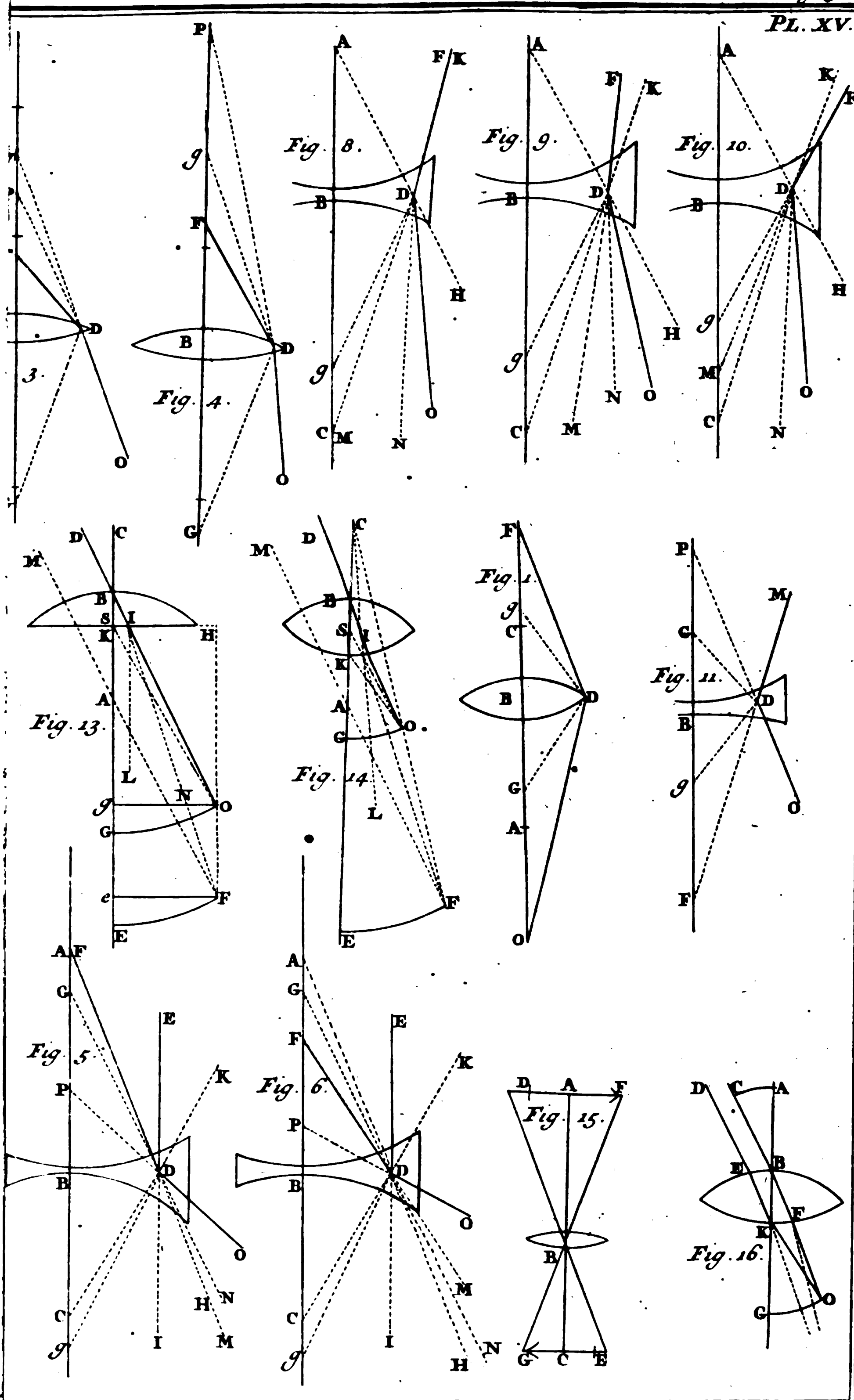
esté dit au corollaire de la trentiéme proposition. Observez à quelle distance le verre portera son foyer G. Augmentez cette distance de la moitié, pour avoir BF que vous diverserez par le demi-diamétre, & vous aurez le terme de la refraction de ladite liqueur au verre. Puis divisez BG par AD semi-diamétre de la convexité pour avoir la proportion de AB à BG qui s'exprimera par une fraction, laquelle fraction vous diviserez par trois, & le double du produit donnera l'angle F qui est la refraction de ladite liqueur au verre. Exemple. J'ay trouvé qu'ayant mis de l'eau entre les verres, le foyer estoit sextuple du demi-diamétre: je prens donc le tiers d'un sixiéme, ce qui fait $\frac{1}{18}$ dont le double est $\frac{1}{9}$ pour la refraction de l'eau au verre.

Si vous tourniez le verre comme en l'onsiéme figure, il faudroit pour agir démonstrativement considerer la chose d'une autre maniere, & l'on trouveroit la refraction du verre à la liqueur donnée. Mais la premiere pratique est plus facile, & d'ailleurs, puis que G est à distance égale de part & d'autre, il n'importe comme le verre soit tourné, & mesme l'épaisseur sera toûjours moins considerable dans la maniere de la dixiéme figure.

Ayant donc la refraction ou plûtost la mesure des refractions de ladite liqueur au verre; ou au contraire, il sera facile de la trouver à l'égard de l'air, suivant ce qui a esté dit avant la premiere proposition.

Par cette mesme maniere on peut trouver la refraction du vuide à l'air ou plûtost la proportion des refractions de l'atmosphere, faisant que l'espace entre deux verres soit vuide, ce qui sera facile si cét espace estant bien fermé de tous costez a communication seulement avec le haut d'un tuyau où se fera le vuide, & mesme il ne seroit pas difficile d'en tirer la hauteur de l'atmosphere, aprés avoir fait une table des refractions à l'égard des incidences dans l'air ou dans le vuide.

TREN-


PL. XV.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 1.
Fig. 11.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 15.
Fig. 16.

Picard.

TRENTE-TROISIÉME PROPOSITION.

Estant donné le point de divergence d'un rayon qui tombe sur un verre dans l'eau, trouver la convergence ou divergence dans l'eau.

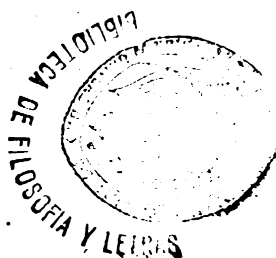
IL faut suivre les mesmes regles que pour le verre dans l'air, car le foyer du verre dans l'eau sera toûjours moyen proportionnel, & cela vient de ce que l'angle F est icy égal à l'angle GDO aussi-bien que dans l'air, car de mesme qu'un tiers plus un demi tiers font un demi pour les refractions du verre dans l'air, ainsi $\frac{1}{9}$ plus $\frac{1}{8}$ d'un neuviéme ou $\frac{8}{72}+\frac{1}{72}$ font $\frac{1}{8}$. Pareillement pour l'eau dans l'air $\frac{1}{4}$ plus $\frac{1}{3}$ de quart ou $\frac{1}{12}$ font $\frac{1}{3}$, c'est-à-dire, que les deux refractions qui se font, par exemple, de l'air au verre convexe des deux costez & du mesme verre en l'air, ne valent pas plus que si le rayon parallele sortoit immediatement du verre & de mesme des autres. Pl. XV. Fig. 1.

Je néglige de démontrer toutes ces choses en particulier d'autant que l'application aux précedentes démonstrations en est tres-facile.

TRENTE-QUATRIÉME PROPOSITION.

Si d'un plano-convexe plus dense dans un milieu plus rare, le costé plat est tourné vers l'objet, le rayon rompu est à la partie de l'axe depuis le centre de la convexité jusque au concours dudit rayon en raison donnée de la refraction du dense au rare, c'est-à-dire, comme 2 à 3 pour le verre dans l'air, de 8 à 9 pour le verre dans l'eau, de 3 à 4 pour l'eau dans l'air, & ainsi generalement.

SOIT le plano-convexe BD tel que dessus & sur lequel le rayon ED tombant soit rompu en O en l'écartant de la perpendiculaire ADH, & soit la mesure de la refraction du dense au rare exprimée par les lignes M, N. Je dis que comme M moindre terme est à N, ainsi DO est à AO. Pl. XVII. Fig. 2.



Démonstration.

BAD==à l'incidence ADE, HDO est l'inclinaison du rayon rompu, donc par la nature des refractions comme M est à N, ainsi le sinus de l'angle DAO est au sinus de l'angle HDO ou ADO, & partant comme M est à N, ainsi les costes opposez DO | AO.

Corollaire.

Il s'ensuit que pour le verre dans l'air DO est à AO comme 2 à 3, & pour le verre dans l'eau comme 8 à 9, & pour l'eau dans l'air comme 3 à 4, & ainsi des autres.

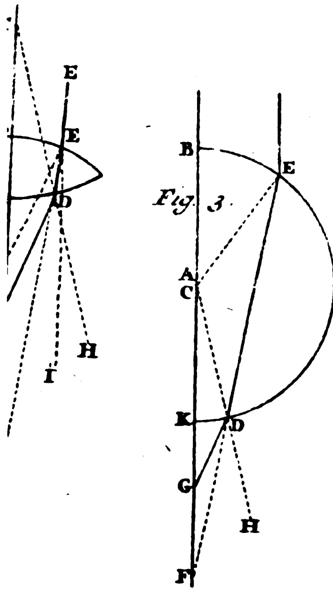
Lemme. Des extrémitez d'une ligne AD, tirer deux lignes qui concourant en un point soient en raison d'inégalité donnée.

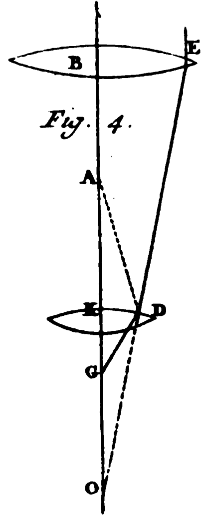
Pl. XVII. Fig. 3. Soit AD divisée en C suivant la raison donnée M | N, en sorte que le plus grand costé soit AC duquel soit retranchée AF égale à la difference des parties AC, CD, c'est-à-dire, que CD==CF. Puis comme AF | FC | CD || DH; & du centre H & de l'intervalle HC soit décrit le cercle CG, je dis que tous les points de ce cercle, par exemple O, satisferont à la question, c'est-à-dire, que DO | AO || M moindre terme est à N plus grand, car soit tirée HO,

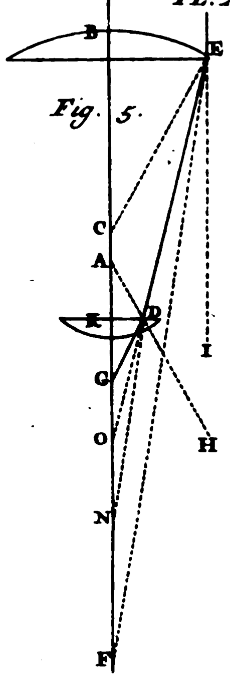
Démonstration.

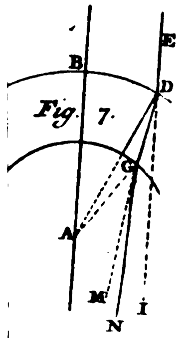
AF | FC || CD | DH & en composant AC | FC ou CD || CH | DH & en permutant AC | CH || CD | DH & en composant AH | CH ou HO || CH ou HO | DH: donc les triangles AHO, OHD ayant l'angle H commun & les costez contenant cét angle proportionels, les autrez costez AO, DO seront aussi proportionels, donc OH ou CH | DH, ou bien AC | CD || AO | DO.

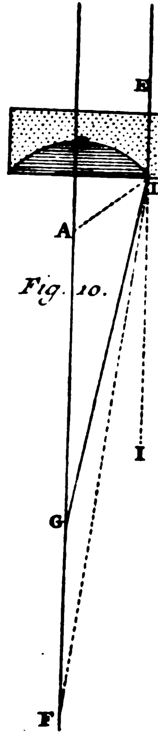
Pre-

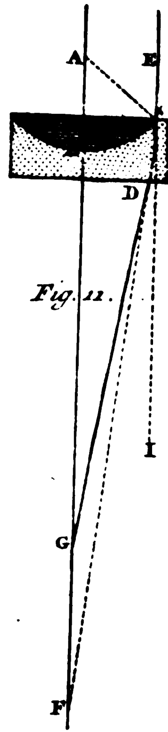

E
E
D
H
I
B
E
Fig. 3.
A
C
K
D
G
H
F

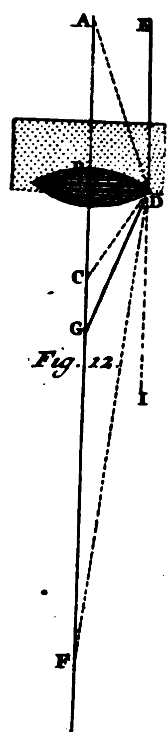

B
E
Fig. 4.
A
K
D
G
O

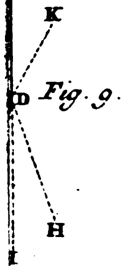

B
E
Fig. 5.
C
A
K
D
I
G
O
H
N
F


E
B
D
Fig. 7.
G
A
M
I
N


E
D
A
Fig. 10.
I
G
F


A
E
D
Fig. 11.
I
G
F


A
E
D
C
G
Fig. 12.
I
F


K
D
Fig. 9.
H
I

Picard.

Premier Corollaire.

Il s'ensuit que AG est à DG en raison donnée & que le point G est le plus éloigné terme exclusif de tous ceux qui satisfont à la question, car AH | HG || HG | DH, donc en composant & permutant AG | DG || HG | DH ou AC | CD.

Second Corollaire.

Il s'ensuit aussi qu'ayant tiré à AD au point D la perpendiculaire DP, qui coupe le cercle en P, la ligne PA touchera le cercle CPG; car ayant tiré PH, les triangles APH, PDH seront semblables, & partant comme PDH est droit en D, APH sera aussi droit en P; donc AP touchera le cercle en P.

TRENTE-CINQUIÉME PROPOSITION.

Probleme. Estant donné un rayon incident parallele à l'axe trouver geometriquement le concours de ce rayon avec l'axe, supposé qu'il puisse passer.

Soit ED rayon incident parallele à l'axe AB indéfiniment prolongé, & par le précedent lemme soit décrit le cercle CG qui coupe ou du moins touche en O au-dessous de B l'axe AB prolongé, je dis que O est le concours suivant la mesure de la refraction qui aura esté donnée, ce qui est clair par le lemme précedent. Pl. XVII. Fig. 3.

Premier Corollaire.

Il s'ensuit que plus AD sera proche de AB, c'est-à-dire, plus l'incidence sera petite & plus le concours O sera proche de G, & partant plus éloigné de B. Et si on prend BL = DG, le point L sera le terme exclusif de tous les foyers, ce qui est clair en faisant tant approcher AD de AB que DG, BH concourent.

Se-

Second Corollaire.

Il s'ensuit au contraire que le point O monte vers B à mesure que l'incidence croist jusques à ce que le demi cercle CG touche l'axe; car alors on aura la plus grande refraction correspondante à la plus grande incidence, suivanr la mesure donnée.

Troisiéme Corollaire.

Il s'ensuit aussi qu'il y a beaucoup de rayons qui concourrent fort proche du point L, à cause que le cercle CG & l'arc LG décrit sur le centre A se touchent en G; c'est pourquoy L est pris pour le foyer, quoy qu'en rigueur geometrique aucun rayon n'y vienne que de l'axe.

Quatriéme Corollaire.

Il s'ensuit que pour le foyer il faut prendre la difference des termes de la mesure de la refraction, & dire comme la difference est au moindre des termes, ainsi le demi-diametre AD est à DG ou BL, car par le corollaire premier du lemme précedent AG est à DG comme le plus grand terme au moindre: donc en divisant, comme la difference est au moindre terme, ainsi AD est à DG ou BL.

Ainsi le foyer d'un verre plano-convexe dans l'air est à deux demi-diamétres, à cause que la mesure est de 2 à 3, car la difference des termes est au moindre, comme 1 à 2. Or ce qui est démontré du plano-convexe se peut étendre au convexe des deux costez, en réduisant une convexité en deux qui fassent le même effet: mais la démonstration n'est pas si géometrique, quoy qu'en effet il n'y ait dans l'expérience aucune différence.

TRENTE-SIXIE'ME PROPOSITION.

Pour la proportion des ouvertures des objectifs & de leurs oculaires.

La proportion de l'objectif à l'oculaire donne la multiplication de la lunette; car l'angle visuel se trouve autant de fois multiplié, que le foyer de l'oculaire est contenu dans celuy de l'objectif. Ce qui se doit néanmoins entendre dans les petits angles. C'est-à-dire lorsque les angles sont entre eux comme leurs tangentes: car pour déterminer la chose plus exactement, il faut dire que comme le foyer de l'oculaire est à celuy de l'objectif, ainsi la tangente de la moitié de l'angle de premiere incidence est à la tangente de la moitié de l'angle visuel multiplié par la lunette. Cela même aussi suppose que la pointe de l'angle visuel, ou le lieu de la prunelle, se rencontre justement au foyer de l'oculaire: ce qui n'est pas: Car comme le foyer de l'objectif est au foyer de l'oculaire, ainsi le même foyer de l'oculaire est à ce qu'il y a de plus que le foyer de l'oculaire. Mais c'est si peu qu'on le peut négliger sans erreur.

Premier Corollaire.

Il s'ensuit que la multiplication d'une lunette s'exprime par le quotient de la division de l'objectif par l'oculaire.

Second Corollaire.

Il s'ensuit aussi que deux lunettes sont entre elles comme les susdits quotients qui donnent la proportion des angles visuels à l'égard d'un même objet.

Premier Lemme.

Si deux quantitez D, E sont divisées par une même A; les

les quotiens B, C seront entre eux comme les quantitez divisées D, E. Car puisque le rectangle sur le quotient & le diviseur est égal au divisé, le rectangle AB | rect. AC || D | E, c'est-à-dire B | C || D | E.

D	E
B	C
A	A

Second Lemme.

Si une même quantité A est divisée par deux differentes D, E, les quotiens B, C, seront en raison reciproque des diviseurs. Car les rectangles DB, EC estant égaux, B sera à C comme E à D.

Troisiéme Lemme.

Si les diviseurs A, B, sont comme les divisez D, E, les quotiens C, D seront égaux. Car ils exprimeront une même proportion, & les deux rectangles AC, DB estant comme D, E, c'est-à-dire comme les bases A, B, il faut que les hauteurs C, D soient égales.

D	E
C	D
A	B

Quatriéme Lemme.

Si les diviseurs A, B, sont en raison sous-doublée des divisez D, E, les quotients C, D, seront entre eux comme les diviseurs.

Soit F troisiéme proportionnelle aux diviseurs A, B, & partant comme D à E, & soit G le quotient de E par F. Par le troisiéme lemme, les quotients C, G, seront égaux, & par le second lemme le quotient G est à D comme B à F. Donc C qui est égal à G sera à D, comme B à F, c'est-à-dire comme A à B.

D		E
C	D	G
A	B	F

Cinquiéme Lemme.

Si les diviseurs A, B, sont en raison sous-triplée des divisez D, E, les quotiens C, D, seront en raison doublée des diviseurs A, B.

Soit

Soit D | E || A | F | c'est-àdire, que B soit à F en raison doublée de A à B, & que le quotient de la division de E par F soit G, comme dessus : les quotiens CG seront égaux ; & d'ailleurs G sera à D, comme B à F : donc C, qui est égal à G, sera à D, comme B à F, c'est-à-dire en raison doublée de A à B.

D E
C D G
A B * F

Sixiéme Lemme.

Si les diviseurs sont en raison sous-quadruplée, les quotiens seront en raison triplée des diviseurs.

TRENTE-SEPTIE'ME PROPOSITION.

Si les oculaires sont proportionnels aux objectifs, les multiplications ou approches seront égales. Cela suit du premier & du second corollaire de la trente-sixiéme Proposition & du troisiéme lemme.

TRENTE-HUITIE'ME PROPOSITION.

Si deux objectifs inégaux ont des oculaires égaux, les multiplications seront en proportion des objectifs. Cela suit des Corollaires de la trente-sixiéme Proposition & du premier lemme. J'entens que les angles visuels, & partant les diametres des peintures dans l'œil seront comme les foyers des objectifs : mais les grandeurs superficielles des mêmes images en seront en raison doublée.

TRENTE-NEUVIE'ME PROPOSITION.

Si les oculaires estant proportionnels aux objectifs, les ouvertures des objectifs sont égales, les clartez seront égales. Car par la trente-septiéme Proposition les multiplications, c'est-à-dire les angles visuels, & partant les peintures dans l'œil, seront é-

 gales;

gales: & d'ailleurs, à-cause de l'égalité des ouvertures, les images auront pareille quantité de lumiere remaſſée en eſpaces égaux, &c.

QUARANTIE'ME PROPOSITION.

Si les oculaires eſtant égaux, les diametres des ouvertures des objectifs ſont proportionnels aux mêmes objectifs, les clartez ſeront égales. Car par la trente-huitiéme Propoſition les angles viſuels ſeront comme les objectifs. Si donc les ouvertures ſont comme les mêmes objectifs, les images dans l'œil recevront des rayons à proportion de leur grandeur; c'eſt-à-dire que les eſpaces éclairez ſeront proportionnels aux lumieres, & partant également éclairez.

QUARANTE-UNIE'ME PROPOSITION.

Si les oculaires & les overtures diametrales des objectifs ſont en proportion des objectifs, les clartez ſeront en raiſon doublée des mêmes objectifs. Car par la trente-ſeptiéme Propoſition, les peintures dans l'œil ſeront égales en grandeur, & par-conſequent éclairées en proportion de la quantité de lumiere qu'elles contiendront, c'eſt-à-dire en proportion de la grandeur ſuperficielle des objectifs, laquelle eſt doublée de la diametrale.

QUARANTE-DEUXIE'ME PROPOSITION.

Si des objectifs inégaux ayant des oculaires égaux, ont auſſi des ouvertures égales, les clartez ſeront reciproquement en raiſon doublée des objectifs. Car par la trente-huitiéme les images dans l'œil priſes comme ſurfaces, ſeront en raiſon doublée. Mais d'ailleurs elles ne recevront qu'une égale quantité de rayons qui ſe trouvera plus unie & plus forte dans le petit eſpace que dans le grand, & ce en raiſon reciproque des eſpaces.

QUA-

QUARANTE-TROISIE'ME PROPOSITION.

Si les oculaires, & aussi les diametres des ouvertures des objectifs sont en raison sous-doublée des objectifs, les multiplications ou angles visuels seront en raison aussi sous-doublée, & ces clartez seront égales. La premiere partie suit du quatriéme lemme & des corollaires de la trente-sixiéme Proposition. Or les angles visuels estant en raison sous-doublée des objectifs, & les ouvertures de-même, les espaces seront éclairez à-proportion de leur grandeur, &c.

Notez que suivant cette proportion, l'augmentation superficielle des peintures dans l'œil sera en raison des objectifs, de-même aussi que la grandeur superficielle des ouvertures des objectifs.

QUARANTE-QUATRIE'ME PROPOSITION.

Si les oculaires sont en raison sous-triplée des objectifs, & les ouvertures diametrales en raison doublée des oculaires, les angles visuels ou approches seront aussi en raison doublée des oculaires, & les clartez seront égales. La premiere partie suit du cinquiéme Lemme: Car les oculaires sont les diviseurs & les quotients répondent aux angles visuels. Puis donc que les oculaires sont en raison sous-triplée, les angles visuels seront en raison doublée des oculaires. Et enfin, puisque par l'hypothese les ouvertures sont aussi en raison doublée des oculaires, elles seront comme les angles visuels. Partant les clartez égales: car les peintures dans l'œil estant en raison des ouvertures des objectifs, les quantitez de lumiere seront proportionnelles aux espaces où elles seront contenuës.

Des foyers qui se font par reflexion & par refraction tout ensemble.

Un verre exposé au soleil ne laisse pas passer tous les rayons, mais il en refléchit une partie non-seulement par sa surface ante-

anterieure, mais encore par la posterieure, quoy qu'elle ne soit point terminée.

Les rayons ainsi refléchis s'unissent ou se séparent, suivant la qualité des surfaces.

La reflexion faite par la surface anterieure est simple; mais celle qui se fait par la posterieure est diversement modifiée par les refractions causées par la surface anterieure.

Il est facile de connoistre si un foyer de reflexion vient de la surface anterieure ou de la posterieure: car aux verres qui ne sont point menisques, tout foyer de reflexion vient de la surface posterieure. Il en est de même aux menisques, lors que les convexitez sont tournées vers le Soleil. Mais si les cavitez sont tournées vers le Soleil, il se fait alors deux foyers d'un même costé, dont le plus éloigné & par consequent le plus large & le plus foible, vient de la cavité anterieure, se faisant à distance du quart du diametre de la même cavité. Ce qui donne une facilité à connoistre ces sortes de verres. Mais lors que nous parlerons cy-aprés des foyers de reflexion, nous entendrons toûjours parler des foyers qui se font par la surface posterieure, qui sont faciles à connoistre.

Régles generales.

1. Si un verre ne fait foyer de reflection que d'un seul costé, il sera menisque. La converse n'est pas veritable.

2. Si un verre fait deux foyers, l'un d'un costé & l'autre de l'autre, & que l'un soit justement à distance triple de l'autre, ce verre sera plano-convexe, le plat sera vers le plus court foyer. Ce plus court foyer se fera au tiers de la distance du centre de la convexité: la longueur du verre sera sextuple de ce petit foyer, ou bien sera double de l'autre.

3. Si un verre fait deux foyers opposez, dont l'un soit moindre que triple de l'autre, le verre sera convexe des deux costez. Et si le quart de la somme des foyers est osté de chaque foyer, on aura

aura deux termes qui exprimeront la raison des diametres des deux convexitez.

Mais pour trouver le foyer de refraction, il faut faire

Comme la somme des foyers de reflexion est à l'un des foyers, ainsi le double de l'autre est à $\frac{1}{4}$ du foyer de refraction requis.

Le petit foyer est toûjours vers le costé moins convexe.

Notez que si les deux foyers sont égaux, la longueur du verre est quadruple de chacun.

4. Si le grand foyer excede le triple de l'autre, le verre sera menisque.

Le petit foyer sera vers la partie cave.

QUARANTE-CINQUIE'ME PROPOSITION.

Si la surface platte d'un plano-convexe est tournée vers le Soleil, la reflexion du fond portera son foyer à $\frac{1}{3}$ du demi-diametre.

SOIT A le centre de la convexité, ED rayon incident; F moitié de BA, ED viendra jusques au fond sans refraction, & de-là par la reflexion devroit estre porté en F: mais à-cause de la surface platte, le concours est approché du tiers de BF en G: donc $BG = \frac{1}{2} - \frac{1}{6}$ c'est-à-dire $\frac{1}{3}$ AB. Et alors la reflexion de la premiere surface qui est platte sera égale à ladite surface, ou seulement plus grande de ce que donne la base de 30′ prise à distance de GB. Pl. XVII. Fig. 4.

Si la convexité est vers le Soleil, la reflexion du fond aura son foyer à la distance du centre: car la premiere refraction à l'entrée de la convexité porteroit le rayon au sesquidiametre F: donc la reflexion du fond, s'il ne suivoit point de refraction, le porteroit en N à mesme distance: donc ayant prolongé ED en I, vous voyez qu'il arrivera le mesme à DN, que si venant de ID, il avoit passé à-travers un verre également convexe des deux costez, c'est-à-dire qu'il sera porté au centre G. Et alors la reflexion de Fig. 5.

la

la convexité sera élargie comme venant de derriere le verre à distance du quart du diametre.

Dans l'un & dans l'autre cas la reflexion du fond se trouvera toûjours au milieu de celle du dessus, si le plus épais est bien au milieu, c'est-à-dire si le centre répond à-plomb au milieu : autrement il faudra rogner le verre du costé le plus mince pour faire trouver le centre au milieu ; & on se pourra regler par le moyen d'un cercle de carton appliqué sur le verre, & poussé plus ou moins de costé & d'autre, jusques à ce que la reflexion soit juste.

Quarante-sixiéme Proposition.

Le fond d'un verre également convexe porte sa reflexion à $\frac{1}{4}$ du demi-diametre.

Pl. XVII. Fig. 7. Soient les centres A, C ; le rayon incident ED prolongé en I, & les perpendiculaires prolongées ADH, *CDK*. Soit la premiere refraction IDF, à laquelle soit EDM égale : puis soit la reflexion ADN = ADM, & enfin la derniere refraction NDG = $\frac{3}{2}$KDN.

MDA = A + $\frac{1}{3}$C, & MDN = 2A + $\frac{2}{3}$C : mais KDM = $\frac{1}{3}$C : donc KDN = 2A + C + $\frac{1}{3}$C. Mais NDG = $\frac{3}{2}$KDN : donc NDG = A + $\frac{2}{3}$C, donc KDG = 3A + 2C, & ayant osté KDE ou C, il restera 3A + C = DGC : donc

Comme 3 A + C | C || DGC | C, ou bien

Comme 3 DC + AD | AD || DC | DG ou GB.

Si donc les convexitez sont égales, AB sera quadruple de BG. Et ainsi generalement, comme le sesquidiametre de la convexité anterieure qui fait les refractions, augmenté du demi-diametre de la convexité qui fait la reflexion, est à ce demi-diametre, ainsi le demi-diametre de la convexité anterieure est au foyer.

Qua-



